



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



8 4 402 578

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class



IL NUOVO CIMENTO

FONDATA DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI e R. FELICI

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI

INDICE

	pagina
LORENTZ H. A. Le partage de l'énergie entre la matière pondérable et l'éther.	5
CALEGARI A. Sul punto quadruplo di un sistema formato dai tre stati di uno stesso corpo, al quale è aggiunto un sale	35
ERCOLINI G. Ampiezza di oscillazione e intensità sonora	45
ZAMBIASI G. Intorno ai battimenti e ai suoni risultanti	65
FLORIO F. Nuove macchine pneumatiche rotative a mercurio	82
FLORIO F. Distillatore rapido per mercurio	93
ROSSI A. G. Diapason elettromagnetici	97
MORERA G. Sulla teoria dell'ellissoide fluido in equilibrio di Jacobi	122
CORBINO O. M. Il fenomeno Zeeman e il secondo principio della termodinamica.	124
Letteratura fisica	130
Notiziario	150
Libri Nuovi	162
Società Italiana di Fisica	17

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI

1908



Del « NUOVO CIMENTO » si pubblica ogni mese un fascicolo di 80 pagine.

L'abbonamento è obbligatorio per un anno, e s'intende rinnovato, quando non sia disdetto entro il dicembre.

Chi vuole pagare l'abbonamento non ha che da versare, al principio di ogni anno, ad un ufficio postale italiano o estero la somma di

Lire 18 per l'Italia
 » 20 per l'Estero

a favore del Sig. ALFREDO LAVACCHINI, Via Gino Capponi, 3, FIRENZE.

Coloro che appartengono alla Società Italiana di Fisica sono pregati di spedire la quota di **L. 18** al Cassiere Prof. A. Stefanini, Lucca, il quale a richiesta rilascerà la quietanza di **L. 15** se l'abbonamento è a carico dell'Istituto a cui il Socio appartiene.

Chi desidera pubblicare nel « Nuovo Cimento » una memoria originale manderà il relativo manoscritto ad uno dei membri del Comitato di Compilazione Proff.: Battelli, Ròiti, Volterra, Grimaldi. E dei lavori originali pubblicati nel Giornale l'autore riceverà gratis 50 copie.

ENRICO SPOERRI, LIBRAIO-EDITORE A PISA

È pubblicato:

NOTIZIE

SULLA

Teoria degli Ioni nelle soluzioni acquose

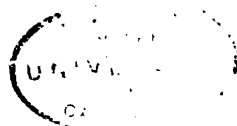
DI

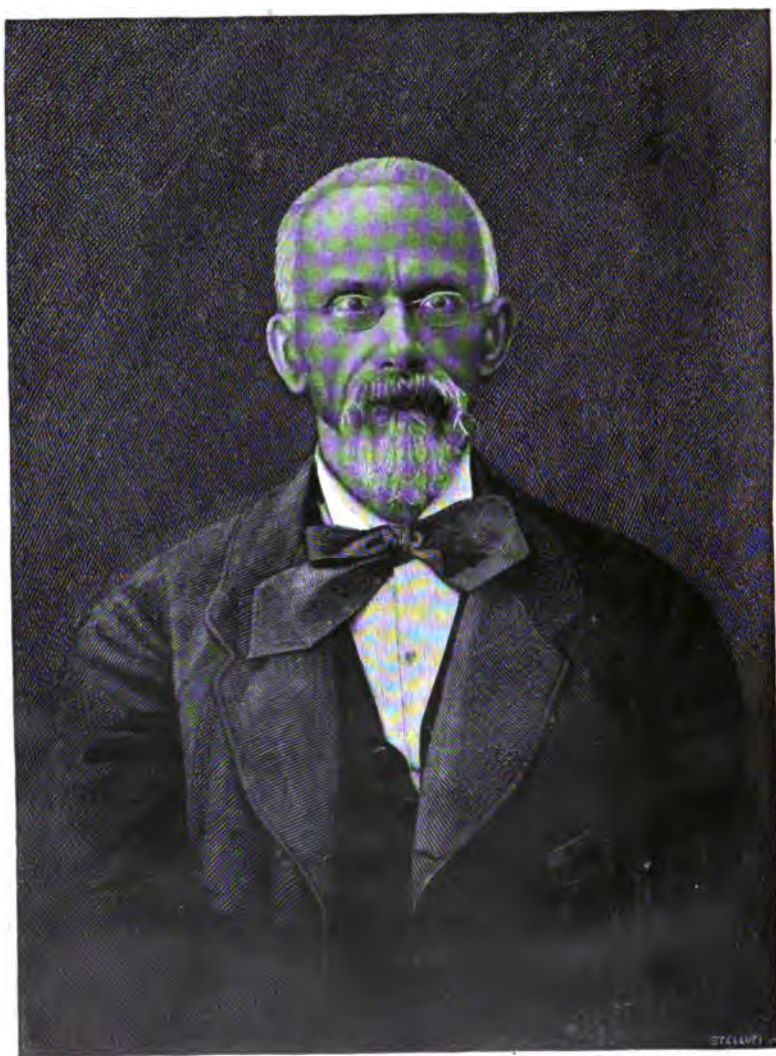
UGO GRASSI

con una prefazione di ANGELO BATTELLI.

Pag. 276 in 8° con 2 tav., 1905.

Prezzo: Lire 8.





Emilio Pettenati

DANESI - ROMA

IL NUOVO CIMENTO

ANNO LIV

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI

SERIE V. - Tomo XVI



PISA
DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1908.

[]

LE PARTAGE DE L'ÉNERGIE ENTRE LA MATIÈRE PONDÉRABLE ET L'ÉTHER ¹⁾.

H. A. LORENTZ.

Le problème sur lequel j'aurai l'honneur de vous présenter quelques réflexions, est celui de la distribution de l'énergie entre la matière et l'éther, en tant que cette distribution s'opère par l'émission et l'absorption de la chaleur rayonnante et de la lumière. Depuis Kirchhoff, les physiciens s'en sont souvent occupés, d'abord en se fondant sur les principes généraux de la thermodynamique, et plus tard en introduisant des idées empruntées à la théorie cinétique de la matière, à la théorie électromagnétique de la lumière, et à la théorie des électrons.

Pour fixer les idées, il conviendra de préciser la question. Figurons nous à cet effet qu'une enceinte ayant la forme d'un parallélépipède rectangulaire, dont les faces intérieures sont parfaitement réfléchissantes, contient un corps pondérable M , qui se trouve à une certaine distance des parois, et supposons que l'éther, le milieu universel qui transmet la lumière et les actions électromagnétiques, remplit l'espace entier à l'intérieur de cette enceinte, pénétrant même les particules dont le corps pondérable se compose.

Kirchhoff a montré que, dans ces circonstances, si le corps M est maintenu à une température déterminée T , il s'établira un état d'équilibre dans lequel l'éther est traversé dans toutes les directions par les rayons émis par la matière pondérable. Ces rayons, incessamment réfléchis par les parois, ne tarderont pas à rencontrer de nouveau le corps M . Ils finiront par en être absorbés, mais la perte que subirait ainsi l'énergie de l'éther se trouve compensée par l'émission de nouvelles ondes

1) Conférence faite au 4^e Congrès International des Mathématiciens.

Série V. Vol. XVI.

lumineuses ou calorifiques. Du reste, cette égalité de l'énergie émise et absorbée n'est pas limitée à la totalité des vibrations; si, en employant le théorème de Fourier, on décompose le rayonnement en un grand nombre de parties, chacune caractérisée par sa longueur d'onde, la quantité d'énergie qui correspond à chaque partie restera constante malgré les échanges continus.

De plus, la seconde loi de la thermodynamique, c'est-à-dire le principe que l'égalité de température d'un système de corps ne sera jamais troublée par leur rayonnement mutuel, exige que l'état de l'éther soit indépendant de la nature physique ou chimique du corps pondérable. Placez dans l'enceinte un morceau de métal, un cristal quelconque ou une masse gazeuse; vous aurez toujours le même rayonnement dans l'éther ambiant.

En somme, cette théorie de Kirchhoff que je viens de vous rappeler en grands traits, nous apprend que l'énergie du rayonnement qui existe dans l'unité de volume de l'éther, en tant qu'elle correspond aux longueurs d'onde comprises entre les limites λ et $\lambda + d\lambda$, peut être représentée par une expression de la forme

$$(1) \quad F(\lambda, T) d\lambda,$$

où la fonction F est indépendante des propriétés spéciales du corps qui a produit les rayons. Dans cette formule, comme dans toutes celles qui suivront, nous entendrons par T la température absolue.

Kirchhoff ne laissait pas d'insister sur la haute importance de cette fonction du rayonnement. En effet, l'existence d'une telle fonction universelle prouve que tous les corps pondérables doivent avoir quelque chose de commun, et le problème de découvrir en quoi cela consiste, a un charme particulier.

Avant de considérer les recherches théoriques faites sur la fonction F , je dois vous dire quelques mots de la manière dont elle peut être déterminée expérimentalement. Imaginons une enceinte de très grandes dimensions, qui ne contient qu'un petit corps M placé près du centre. Laissons au système le temps de se mettre en équilibre, et pratiquons ensuite dans l'une des parois une petite ouverture,

Les rayons qui se dirigeaient vers la partie de la paroi qui a été enlevée, passeront maintenant au dehors du système, et il est clair que si, au moyen d'un spectroscopie muni d'un bolomètre, nous pouvions examiner la radiation qui sort de l'ouverture dans les premiers instants, cela nous ferait connaître l'état de rayonnement qui existait à l'intérieur de l'enceinte. Il faut remarquer cependant qu'en général ce ne sera que pendant un temps extrêmement court, beaucoup trop court pour permettre des observations, que les rayons sortant de l'ouverture correspondront à cet état. Vu la grande vitesse de propagation, les vibrations qui se trouvaient à l'entour du corps pondérable auront bientôt quitté le système, et le rayonnement s'affaiblira, à moins que le corps n'émette rapidement une quantité de rayons suffisante à remplacer l'énergie qui s'est lancée vers le dehors. On peut démontrer qu'il en sera ainsi lorsque le corps pondérable a la propriété d'absorber tous les rayons qu'il reçoit; on connaîtra donc la fonction cherchée si on réussit à déterminer l'émission d'un corps de cette nature, d'un corps « noir » comme on dit ordinairement.

Or, grâce à une idée ingénieuse de Boltzmann, qui a été reprise par M. M. W. Wien et Lummer, on est parvenu à réaliser un corps noir, et à en examiner le rayonnement. C'est un point sur lequel nous aurons à revenir. Ce qui nous intéresse pour le moment, c'est le résultat général de ces expériences. Pour chaque température T on peut représenter graphiquement la fonction du rayonnement F en prenant pour abscisses les valeurs de λ et pour ordonnées celles de F . La courbe obtenue montre une allure à laquelle on aurait pu s'attendre; l'ordonnée est un maximum pour une longueur d'onde déterminée λ_m , et devient insensible pour des valeurs très petites ou très grandes des abscisses. Il n'est guère nécessaire d'ajouter que l'aire comprise entre la courbe et l'axe des longueurs d'onde, c'est-à-dire l'intégrale

$$(2) \quad \int_0^{\infty} F(\lambda, T) d\lambda,$$

est la mesure du rayonnement total du corps noir, ou bien de

l'énergie totale qui existe dans l'unité de volume de l'éther contenu dans noire enceinte.

Cette grandeur croît rapidement lorsqu'on élève la température, et il y a en même temps un changement profond dans la distribution de l'énergie dans le spectre. Il en est du corps noir comme de beaucoup d'autres qui ne peuvent pas être appelés ainsi; l'échauffement favorise l'émission de rayons à petite longueur d'onde, de sorte que l'ordonnée maxima se déplace vers le côté du violet.

C'est sur cette influence de la température que se sont portées les recherches théoriques qui ont suivi celles de Kirchhoff. Boltzmann a démontré que le rayonnement total doit être proportionnel à la quatrième puissance de la température, et Wien a assigné à la fonction du rayonnement la forme

$$(3) \quad F(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda^5} f(\lambda T),$$

où $f(\lambda T)$ est une fonction du produit de la longueur d'onde par la température. On en déduit que le déplacement du maximum vers le violet suit une loi bien simple; la longueur d'onde qui lui correspond est inversement proportionnelle à la température.

Nous verrons dans la suite que certaines considérations pourraient nous porter à croire qu'après tout ces lois remarquables ne sont pas conformes à la réalité. Toutefois, il est certain que leur déduction appartient à ce qu'on a fait de plus beau en physique théorique, et qu'au premier abord elles semblent mériter une entière confiance. On peut invoquer à leur appui non seulement l'accord très satisfaisant avec les expériences de Lummer et Pringsheim, mais aussi la solidité des théorèmes dont Boltzmann et Wien se sont servis dans leurs raisonnements. Il est vrai que la thermodynamique à elle seule ne leur a pas suffi; on a été obligé d'emprunter à la théorie électromagnétique de la lumière la notion d'une pression exercée par les rayons, et de faire intervenir le changement de longueur d'onde qui est produit, selon le principe bien connu de Doppler, par le déplacement d'une paroi réfléchissante; mais ces principes semblent être à l'abri de tout doute.

Vous voyez que le problème posé par Kirchhoff n'est pas entièrement résolu par notre dernière équation. Au lieu des deux grandeurs λ et T , nous avons maintenant la seule variable λT , mais la manière dont ce produit entre dans la fonction f reste à déterminer.

Pour pouvoir aller plus loin, il est indispensable de pénétrer le mécanisme intime des phénomènes; il faudra se rendre compte des mouvements invisibles des petites particules du corps pondérable, et du lien qu'il y a entre ces mouvements et le champ électromagnétique dans l'éther. La théorie du rayonnement doit donc se rattacher aux théories moléculaires de la matière et se conformer à la méthode dont elles se servent.

Vous savez que Clausius a inauguré la théorie moderne des gaz et que Maxwell et Boltzmann ont su donner un vaste développement à cette doctrine et à la théorie cinétique de la matière en général. Les travaux de ces physiciens fournissent un exemple remarquable de l'application de deux branches des mathématiques. En premier lieu, le calcul des probabilités y joue un rôle considérable, comparable à celui qu'il a dans la statistique. En effet, à part quelques résultats très simples, on ne peut faire presque rien dans la théorie des mouvements moléculaires sans se servir d'une méthode statistique. Comme il est impossible de suivre dans leurs mouvements chacune des innombrables particules dont un corps se compose, on est obligé à grouper ensemble les molécules qui se trouvent dans un même état de mouvement, ou plutôt dont l'état est compris entre des limites suffisamment resserrées. Quand on connaît le nombre des molécules appartenant à chaque groupe, on aura une image statistique de l'état du corps, et on pourra décrire les changements de cet état, si on réussit à indiquer comment les nombres en question varient d'un instant à un autre.

L'autre branche des mathématiques dont je dois dire quelques mots, est la géométrie polydimensionnelle, qui, dans les dernières années, a pris une grande importance pour plusieurs parties de la physique. Déjà, les physico-chimistes commencent à s'en servir pour coordonner les phénomènes compliqués qui se présentent dans leurs recherches. Tant qu'il s'agit des équilibres dans les systèmes formés de deux ou de trois substances,

on peut employer une représentation de l'énergie libre ou du potentiel thermodynamique par une courbe ou une surface; la solution d'un problème est alors souvent ramenée à une construction géométrique. D'une manière analogue, on peut, dans l'étude des systèmes à un plus grand nombre de composantes, introduire une représentation graphique dans un espace à plus de trois dimensions. Bien entendu, on ne *voit* pas cette représentation, et en réalité l'avantage qu'on y trouve consiste dans l'emploi du *langage* de la géométrie polydimensionnelle, qui fait ressortir mieux que toute autre chose l'analogie des équilibres avec ceux qui se présentent dans des systèmes moins compliqués.

Signalons aussi à ce propos l'exemple donné par Hertz dans son admirable traité sur les principes de la mécanique. Grâce à un mode d'expression qui a été modelé d'après celui de la géométrie à n dimensions, il a pu réduire tous les phénomènes du mouvement à cette loi fondamentale, que tout système matériel se meut avec vitesse constante suivant une ligne dont la courbure est la plus petite qui soit compatible avec les liaisons du système. Dans cette théorie, certains principes généraux, tels que celui de la moindre action, prennent une forme très claire, que, du reste, on peut leur conserver si on préfère les idées fondamentales de la mécanique ordinaire aux nouvelles hypothèses par lesquelles Hertz a voulu les remplacer.

Dans les questions de statistique les méthodes de la géométrie polydimensionnelle se présentent immédiatement à l'esprit dès que le nombre des variables qu'on prend pour base du groupement est supérieur à trois. Si les divers cas qui font l'objet de la statistique ne se distinguent que par la valeur d'une variable unique, on peut, en prenant cette dernière pour coordonnée, représenter chaque cas par un point sur une ligne droite. Les cas dans lesquels la variable en question est comprise entre des limites données, correspondront à des points situés sur une certaine partie de la ligne, et on connaîtra la loi de distribution des différentes valeurs de la variable, quand on a exprimé en fonction de la coordonnée la densité de la distribution des points représentatifs.

Une méthode analogue peut être suivie quand le groupement se fait selon les valeurs de deux ou de trois variables; la représentation graphique se fera alors dans un plan ou dans un espace. Ici encore, chaque cas particulier a son point représentatif, dont les coordonnées indiquent les valeurs des variables fondamentales, et la grandeur sur laquelle on devra porter son attention, est de nouveau la densité de la distribution, c'est-à-dire le nombre des points par unité de surface ou unité de volume.

On comprend facilement l'extension qu'on peut donner à ce qui précède. Lorsqu'il y a n variables fondamentales, on peut considérer leurs valeurs comme les coordonnées d'un point dans un espace à n dimensions; on dira que ces points, ou les cas qu'ils représentent, sont distribués dans un domaine polydimensionnel, et on entendra par densité de la distribution le nombre des points par unité d'étendue.

Cette définition suppose qu'on puisse évaluer la grandeur d'un domaine qui est limité d'une manière quelconque; en d'autres termes, la grandeur d'un intervalle qu'on laisse libre aux variations des grandeurs fondamentales. C'est un problème qu'on peut toujours résoudre après avoir fixé que la grandeur d'un intervalle dans lequel les variables x_1, x_2, \dots, x_n sont simultanément comprises entre x_1 et $x_1 + dx_1, x_2$ et $x_2 + dx_2, \dots, x_n$ et $x_n + dx_n$ sera représentée par le produit $dx_1 dx_2 \dots dx_n$.

Parmi les théorèmes dans lesquels il est question de l'étendue de ces domaines polydimensionnels, il y en a un qui est dû à Liouville et qui est d'une fréquente application dans les théories moléculaires. Considérons un système matériel dont le mouvement est déterminé par les équations de Hamilton

$$\dot{q} = \frac{\partial E}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial E}{\partial q},$$

où on a désigné par q les n coordonnées de Lagrange, par \dot{q} les vitesses, par p les moments correspondants, et par E l'énergie exprimée en fonction des coordonnées et des moments. À chaque système de valeurs des q et des p existant à un moment t_1 , correspondront des valeurs déterminées q', p' de ces

variables à un instant postérieur t_1 ; et si nous laissons aux valeurs initiales la liberté de varier dans un domaine dV infiniment petit de l'étendue à $2n$ dimensions qui leur correspond, les valeurs finales seront limitées à un domaine dV' de l'étendue (q', p') . Le théorème de Liouville nous enseigne qu'on a toujours

$$dV' = dV.$$

J'espère que vous me pardonnerez cette digression, que j'ai cru avoir peut-être quelque intérêt pour ceux d'entre vous qui ont un peu perdu l'habitude de la géométrie polydimensionnelle.

Revenons maintenant aux mouvements dans un système de molécules. Dans le cas d'un gaz dont les particules sont considérées comme des points matériels, les composantes de la vitesse d'une molécule peuvent être prises pour variables fondamentales, et l'état sera stationnaire lorsque la densité de la distribution est exprimée par la fonction

$$(4) \quad ae^{-kE},$$

où a et k sont des constantes, tandis que E désigne l'énergie cinétique d'une molécule. Cette formule exprime la loi bien connue de Maxwell, que Boltzmann a su étendre à des gaz polyatomiques. Il trouva qu'on n'a rien à changer à la forme de l'expression (4). Si on prend pour variables fondamentales les coordonnées rectangulaires du centre de gravité d'une molécule, les composantes de la vitesse de ce point, et les coordonnées et moments qui définissent les positions et les vitesses des atomes relatives au centre de gravité, la fonction représente toujours, pour un état stationnaire du gaz, la densité de la distribution dans l'espace polydimensionnel correspondant à toutes ces variables, c'est-à-dire que le nombre des molécules pour lesquelles les valeurs des variables se trouvent dans un certain intervalle infiniment petit, sera donné par le produit de la grandeur de cet intervalle par la fonction (4). Seulement, E doit signifier maintenant l'énergie totale d'une molécule, y compris énergie potentielle qui peut être due à l'action de forces extérieures, telles que la gravité.

Ce qui nous intéresse surtout dans ces théories, c'est la conclusion qu'on peut en tirer en ce qui concerne l'énergie cinétique d'une molécule ou d'un atome. On trouve qu'à température donnée, la valeur moyenne de cette énergie, pour autant qu'elle dépend du mouvement du centre de gravité, a une valeur entièrement déterminée, à laquelle on ne peut rien changer, ni par l'action de forces extérieures, ni par un changement d'état d'agrégation, ni même par une combinaison ou décomposition chimique. Cette énergie moyenne est proportionnelle à la température T et peut donc être représentée par αT , où α est une constante universelle. Nous la verrons reparaître dans la théorie du rayonnement.

La méthode de Boltzmann est très générale, mais pourtant il y a des cas où elle ne s'applique pas, l'état intérieur d'un système pouvant être tellement compliqué qu'il devient difficile ou même impossible de choisir les unités ou les éléments pour lesquels on établira une statistique. Dans ces circonstances on peut se servir d'une autre méthode qu'on doit également à Boltzmann, et que Gibbs a mise sous une forme plus légèrement maniable.

Elle consiste à faire la statistique, non pas des molécules dont un corps se compose, mais d'un assemblage de corps entiers, qui peuvent tous être regardés comme des copies de celui qu'il s'agit d'étudier. Nous supposons que le nombre N de ces corps soit très grand et qu'ils diffèrent plus ou moins les uns des autres par les positions relatives et les vitesses de leurs particules; alors nous pourrions faire la statistique de l'ensemble qu'ils constituent.

Définissons l'état d'un corps par n coordonnées générales q et par les moments correspondants p , et considérons ces variables fondamentales comme les coordonnées dans un espace à $2n$ dimensions. Soit dV un élément de cet espace, ϕdV le nombre des points représentatifs ou, comme nous dirons pour abrégé, des corps qui s'y trouvent. Au point de vue statistique l'état de l'ensemble est connu lorsque ϕ , la densité de la distribution, est donnée en fonction des q et des p .

Les N systèmes de l'ensemble doivent être regardés comme simplement juxtaposés, sans aucune action mutuelle. Cepen-

dant, l'état de chacun d'eux se modifiera par les mouvements et les forces intérieurs. Donc, les points représentatifs se déplaceront, et ce n'est que pour certaines formes spéciales de la fonction ϕ que, malgré ce déplacement, la distribution avec laquelle on commence se maintient. En se servant du théorème de Liouville, on démontre facilement qu'on a une telle distribution stationnaire, c'est-à-dire un état de choses dans lequel il y a toujours le même nombre de systèmes dans un élément dV , si l'on pose

$$\phi = Ce^{-\frac{E}{\Theta}},$$

E étant l'énergie d'un système — qui dépend des coordonnées et des moments — et C et Θ désignant des constantes. Un ensemble déterminé par cette équation est nommé par Gibbs un ensemble « canonique ».

Comme chaque système est indépendant des autres, chacun a une énergie constante, et son point représentatif se meut sur ce qu'on peut appeler une « surface de constante énergie ». Deux de ces surfaces, caractérisées par les valeurs E et $E + dE$ de l'énergie, renferment une certaine partie de l'étendue $2n$ -dimensionnelle totale, disons une mince « couche », et les points représentatifs qui se trouvent dans cette couche, où ils sont uniformément répandus, y resteront pour toujours. Cela posé, on peut enlever dans la pensée tous les systèmes qui se trouvent au dehors de la couche. Si ensuite, pour ceux qui y appartiennent, on fait abstraction des différences infiniment petites entre leurs énergies, on obtient un ensemble que Gibbs appelle « microcanonique » et que Boltzmann avait déjà étudié sous le nom d'ensemble « ergodique ». Un ensemble de ce genre est caractérisé par la valeur de l'énergie de tous les systèmes, tandis qu'un ensemble canonique est défini par la valeur de la constante Θ , que Gibbs nomme le « module ».

Quel est maintenant le parti qu'on peut tirer de ces considérations, qui, au premier abord, semblent peu propres à nous apprendre quelque chose sur ce qui se passe dans un système réel? Si elles peuvent nous être utiles, c'est parce que dans les systèmes avec lesquels nous faisons nos expériences,

le nombre des particules ou éléments constituants est excessivement grand. Grâce à cela, il est très probable, sinon certain, que les grandeurs qui sont accessibles à nos observations sont sensiblement les mêmes dans la vaste majorité des systèmes d'un ensemble ergodique, et qu'on obtiendra les valeurs de ces grandeurs pour un corps réel en prenant les moyennes des valeurs qu'elles ont dans un tel ensemble. On peut même dire que, lorsque, au lieu d'opérer toujours sur un même morceau de cuivre, par exemple, on répète les mesures un grand nombre de fois sur des morceaux différents, « égaux » les uns aux autres dans le sens ordinaire de ce mot, c'est en réalité sur les corps d'un ensemble microcanonique qu'on fait les mesures. Substituer la considération des valeurs moyennes dans un tel ensemble à l'étude d'un seul et même corps, cela revient en fin de compte à négliger les petites différences qu'on trouverait, ou plutôt, qu'on ne trouverait pas, parce qu'elles sont trop faibles, entre un échantillon de cuivre et un autre..

Quant à l'ensemble canonique, l'idée de s'en servir peut être regardée comme un artifice mathématique. Pour une valeur donnée du module Θ , les systèmes de l'ensemble ont une certaine énergie moyenne E , et, lorsque les particules ou éléments de chaque système sont très nombreux, il semble permis d'admettre que le nombre des systèmes dans lesquels l'énergie diffère tant soit peu de la valeur moyenne est très petit par rapport au nombre total N . Par conséquent, les valeurs moyennes calculées pour l'ensemble canonique peuvent être considérées comme égales à celles qu'on trouverait pour un ensemble microcanonique ayant l'énergie E ; elles pourront donc nous faire connaître, elles aussi, les valeurs qui se rapportent à un système réel.

Après ces préliminaires, qui peut-être sont devenus trop longs, nous pouvons enfin aborder notre problème principal. Il nous sera facile d'en trouver une solution remarquable, que M. Jeans a été le premier à indiquer.

Nous devons nous figurer le corps M qui se trouve dans l'enceinte parallépipédique comme composé d'innombrables atomes animés d'un mouvement perpétuel; de plus, il y a des

particules chargées ou électrons, soit libres, soit captivées à l'intérieur des atomes. Ces électrons prennent part au mouvement calorifique des atomes, et doivent être regardés comme les véritables sources du rayonnement. En effet, d'après les idées modernes, le mouvement d'une particule non chargée n'a aucune influence sur l'éther; un électron, au contraire, devient le centre d'un rayonnement toutes les fois que sa vitesse change en direction ou en grandeur. D'un autre côté, les forces électriques qui existent dans un rayon de lumière, agissent sur les électrons et leur communiquent un mouvement qu'ils partageront bientôt avec les autres particules du corps. Voilà la cause de l'absorption des rayons, par laquelle une partie de leur énergie est transformée en chaleur.

Vu le nombre énorme des atomes et électrons, la diversité de leurs mouvements, et la complexité des rayons qui s'entrecroisent dans l'éther, la méthode statistique est toute indiquée, et comme il semble difficile de l'appliquer à un seul système, nous aurons recours à la méthode de Gibbs. Examinons d'abord la question de son applicabilité à notre problème.

L'état de l'éther dans un système où se trouvent des électrons mobiles est déterminé par un système d'équations aux dérivées partielles qui, au premier abord, semblent bien différentes des équations de Hamilton. Elles contiennent la force électrique, qui, grâce à un choix convenable des unités, peut être représentée par le même vecteur D que le déplacement diélectrique, la force magnétique H , la densité ϱ de la charge électrique, et la vitesse v avec laquelle un élément de la charge se déplace; enfin une constante c , égale à la vitesse de la lumière. En choisissant proprement les axes des coordonnées, et en indiquant par les signes D_x , D_y , D_z , H_x , etc. les composantes des vecteurs D , H , etc., nous aurons

$$(5) \quad \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \varrho,$$

$$(6) \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0,$$

$$(7) \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} (\dot{D}_x + \varrho v_x), \text{ etc.}$$

$$(8) \quad \frac{\partial D_x}{\partial y} - \frac{\partial D_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \dot{H}_x, \text{ etc.}$$

À ces équations, il faut joindre les conditions qui doivent être remplies aux parois de l'enceinte. Je supposerai que ces parois soient parfaitement conductrices, ce qui les rendra parfaitement réfléchissantes; alors la force électrique D sera partout normale à la paroi.

On peut démontrer que les conditions que je viens d'énumérer déterminent complètement le champ électromagnétique dans l'éther, quand on connaît, outre l'état initial, la distribution de la charge des électrons et le mouvement de ces particules. Quant à ce mouvement lui-même, il faudra tenir compte, en l'étudiant, d'abord des forces qui peuvent agir entre les électrons et les particules non chargées, et, en second lieu, de la force exercée par l'éther. Par unité de charge, les composantes de cette dernière sont données par

$$(9) \quad D_x + \frac{1}{c} (v_y H_z - v_z H_y), \text{ etc.}$$

Comme je disais déjà, ce système de formules est bien différent des équations de Hamilton. Cependant, on peut les y réduire. C'est ce qu'on peut faire en deux pas, dont le premier consiste dans l'établissement d'un théorème qui est analogue à celui de la moindre action et que j'exprimerai par la formule

$$(10) \quad \delta \int_{t_1}^{t_2} (L - U) dt = 0.$$

Ici, l'énergie électrique est représentée par U , l'énergie magnétique par L , et le signe δ se rapporte au passage d'un état de choses réel, qui satisfait à toutes les équations précédentes, à un état fictif, que je nommerai l'état ou le mouvement varié, et que nous précisons comme il suit. À partir de l'état réel qui existe à un moment quelconque t , nous donnons des déplacements infiniment petits aux électrons, et un changement infiniment petit aux composantes D_x , D_y , D_z , tels que l'équation (5) ne cesse pas d'être vraie, et que les conditions aux

parois restent remplies. Ces déplacements et variations peuvent être des fonctions continues quelconques du temps; quand ils ont été choisis, nous connaissons pour chaque instant la position variée des électrons et le champ électrique varié dans l'éther. Le mouvement varié n'est autre chose que la succession de ces états variés, et les nouvelles vitesses des électrons, les valeurs de \dot{D}_x , \dot{D}_y , \dot{D}_z et les grandeurs

$$\dot{D}_x + ev_x, \text{ etc.},$$

qu'on peut appeler les composantes du courant varié, se trouvent complètement définies.

Entendons ensuite par H le vecteur défini par les équations (6) et (7), et calculons la valeur de L pour les deux mouvements par la formule

$$L = \frac{1}{2} \int H^2 dS,$$

où dS est un élément de volume; nous aurons alors la valeur de δL . Pareillement, nous obtiendrons δU en prenant pour les deux mouvements l'intégrale

$$U = \frac{1}{2} \int D^2 dS.$$

On peut démontrer maintenant que l'équation (10) est toujours vraie, pourvu que les déplacements des électrons et les variations de D s'annulent pour $t = t_1$ et $t = t_2$. Réciproquement, on peut trouver les équations (8) et les forces (9) en partant de la formule (10).

Il importe de remarquer que, pour arriver à cette équation il n'est nullement nécessaire de penser à une explication mécanique des phénomènes électromagnétiques, dans laquelle L serait considéré comme l'énergie cinétique, et U comme l'énergie potentielle. Il nous suffit que nous ayons une équation de la même forme que celle qu'on rencontre dans la mécanique ordinaire.

Jusqu'ici nous n'avons parlé ni des particules sans charge, ni des actions non électromagnétiques. On en tiendra compte en comprenant sous le symbole U l'énergie potentielle de ces

actions, et sous L l'énergie cinétique des particules (et des électrons eux-mêmes, si nous voulons leur attribuer une masse matérielle).

Passons maintenant du principe de la moindre action aux équations de Hamilton. À cet effet, il est nécessaire d'introduire un système de coordonnées q , propres à définir la position des particules et le champ électrique dans l'éther.

Je commencerai par choisir un nombre de coordonnées que j'appellerai toutes q_1 , qui déterminent la position des particules non chargées, et un système de grandeurs q_2 qui fixent la position des électrons. Pour simplifier, je considérerai ces derniers comme des corps rigides; alors nous pouvons prendre pour chacun d'eux les coordonnées de son centre, et les angles qui déterminent son orientation.

Il nous reste à choisir les coordonnées pour le champ électrique dans l'éther. Or, quel que soit ce champ, on peut toujours le décomposer en deux parties superposées, dont la première est le champ qui existerait si les électrons se trouvaient en repos dans les positions indiquées par les coordonnées q_1 , tandis que la seconde satisfait partout à la relation

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0,$$

chacune des deux parties remplissant les conditions aux parois. La première partie est entièrement déterminée par les coordonnées q_1 , et le théorème de Fourier nous permet d'écrire pour la seconde

$$(11) \quad \begin{cases} D_x = \Sigma (q_2 \alpha + q'_2 \alpha') \cos \frac{u\pi}{f} x \sin \frac{v\pi}{g} y \sin \frac{w\pi}{h} z, \\ D_y = \Sigma (q_2 \beta + q'_2 \beta') \sin \frac{u\pi}{f} x \cos \frac{v\pi}{g} y \sin \frac{w\pi}{h} z, \\ D_z = \Sigma (q_2 \gamma + q'_2 \gamma') \sin \frac{u\pi}{f} x \sin \frac{v\pi}{g} y \cos \frac{w\pi}{h} z. \end{cases}$$

Ici, on a pris pour axes des coordonnées trois arêtes du parallélépipède, et on a représenté par f, g, h les longueurs de ces arêtes. Les coefficients u, v, w sont des nombres entiers

et positifs, et pour chaque système (u, v, w) de leurs valeurs, on a introduit deux directions déterminées par les cosinus $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$, ces directions étant perpendiculaires entre elles et à celle qui est déterminée par $\frac{u}{f}, \frac{v}{g}, \frac{w}{h}$. De plus, pour chaque système (u, v, w) il y a deux coefficients q_s et q'_s ; enfin les sommes doivent être étendues à toutes les combinaisons possibles des u, v, w . Ce sont les grandeurs q_s, q'_s — indiquées dans la suite par le seul symbole q_s — qui seront les coordonnées pour l'éther.

Il s'agit maintenant de former les valeurs des énergies U et L . Lorsqu'un champ électrique ou magnétique résulte de la superposition d'un nombre de champs élémentaires, l'énergie se compose de plusieurs parties, dont les unes appartiennent aux champs élémentaires pris séparément, tandis que chacune des autres provient de la coexistence de deux champs élémentaires. Dans le cas qui nous occupe, il y a d'abord les champs électriques dépendant des coordonnées q_s et q'_s . Quant aux champs magnétiques, chacun d'eux correspond à une certaine distribution du courant électrique. Quand une coordonnée q_s change avec le temps, c'est-à-dire quand un électron se déplace, nous avons un courant de convection, combiné avec un courant de déplacement dans l'éther ambiant; l'intensité de ces courants, et celle du champ magnétique qu'ils produisent, sont alors proportionnelles à \dot{q}_s . D'un autre côté, le changement d'une coordonnée q_s déterminera un courant de déplacement dont on trouvera les composantes en différenciant par rapport à t les expressions (11). Ce courant et son champ magnétique sont proportionnels à la dérivée \dot{q}_s .

Remarquons encore que, dans l'expression pour l'énergie électrique, il n'y a ni de termes avec le produit d'un q_s par un q_s , ni de termes qui contiennent le produit de deux q_s différents. Pareillement, les produits de deux \dot{q}_s feront défaut dans l'expression pour l'énergie magnétique.

En fin de compte, on peut écrire

$$(12) \quad U = U_0 + \frac{1}{16} fgh \sum q_s^2,$$

U_0 étant une fonction des coordonnées q_1 et q_2 , et

$$(13) \quad L = L_0 + \frac{fgh}{16c^3} \sum \frac{\dot{q}_i^2}{r^2 \left(\frac{u^2}{r^2} + \frac{v^2}{g^2} + \frac{w^2}{h^2} \right)} + \sum_{ij} l_{ij} \dot{q}_{2i} \dot{q}_{3j},$$

où L_0 est une fonction homogène du second degré des dérivées \dot{q}_1 et \dot{q}_2 . Le dernier terme de L contient tous les produits d'un \dot{q}_2 par un \dot{q}_3 , chacun d'eux étant multiplié par un coefficient qui est une fonction des coordonnées de l'électron auquel se rapporte \dot{q}_{2i} . Ce coefficient dépend des valeurs de $u, v, w, \alpha, \beta, \gamma$ correspondant à la coordonnée q_{3j} , mais non pas de cette coordonnée elle-même.

Par un raisonnement qu'il est inutile d'indiquer ici, la formule générale (10) conduit maintenant à des équations qui sont semblables à celles de Lagrange et qui pourraient servir à traiter les problèmes qu'on étudie ordinairement à l'aide des équations (5)-(9). Par exemple, dans l'expression pour la force exercée sur un électron, il y aura un terme qui contient les vitesses \dot{q}_2 de cet électron, multipliées par les grandeurs \dot{q}_3 ; ce terme représente la force qui est due au mouvement de la particule dans le champ magnétique.

Notons aussi que l'équation relative à une coordonnée q_3 a la forme

$$(14) \quad \frac{fgh}{8c^3} \cdot \frac{\ddot{q}_{3j}}{r^2 \left(\frac{u^2}{r^2} + \frac{v^2}{g^2} + \frac{w^2}{h^2} \right)} + \sum_i l_{ij} \ddot{q}_{2i} + \sum_i \frac{dl_{ij}}{dt} \dot{q}_{2i} + \frac{1}{8} fgh \ddot{q}_{3j} = 0.$$

Les termes contenant \ddot{q}_{2i} peuvent nous faire connaître la radiation émise par les électrons; nous savons déjà qu'une telle radiation existe toutes les fois qu'il y a des accélérations \ddot{q}_2 .

Du reste, lorsque les électrons se trouvent en repos, de sorte que $\dot{q}_2 = 0$ et $\ddot{q}_2 = 0$, la formule (14) montre que q_{3j} peut subir des changements périodiques représentés par

$$q_{3j} = a \cos(nt + s),$$

où a et s sont des constantes.

Si l'on substitue ces valeurs dans les équations (11), celles-ci prennent la forme correspondant à des ondes stationnaires. La longueur de ces ondes est donnée par

$$(15) \quad \lambda = \frac{2}{\sqrt{\frac{u^2}{f^2} + \frac{v^2}{g^2} + \frac{w^2}{h^2}}},$$

et la durée des vibrations par

$$\tau = \frac{2}{c \sqrt{\frac{u^2}{f^2} + \frac{v^2}{g^2} + \frac{w^2}{h^2}}},$$

de sorte qu'on retrouve la relation générale

$$\lambda = c\tau.$$

Dans ce qui précède nous avons parlé des équations de Lagrange. Celles de Hamilton s'en déduisent par le procédé ordinaire, si on introduit les moments p qu'on obtient en différentiant l'expression (13) par rapport aux grandeurs \dot{q} .

Une des conditions qui est nécessaire pour que la méthode de Gibbs puisse être appliquée à notre système, se trouve maintenant remplie. Cependant il y a encore une difficulté. Dans chacun des systèmes dont nous pourrions composer un ensemble, le nombre des coordonnées q , qui définissent le champ électrique dans l'éther, est infini, et il paraît difficile de faire la statistique par rapport à un nombre infini de variables. Il est donc nécessaire de remplacer le système réel avec son nombre infini de degrés de liberté par un système fictif pour lequel ce nombre n est limité, et de traiter le système réel comme un cas limite dont on s'approche de plus en plus en faisant accroître le nombre n . Le cas est analogue à celui d'une corde vibrante qui a également un nombre infini de coordonnées. Ici, on peut limiter ce nombre en supposant que la masse soit concentrée en des points placés à des distances finies sur un fil qui lui-même est sans masse appréciable, un expédient dont on se sert souvent pour trouver les modes de vibration d'une corde continue. On pourrait suivre la même voie dans l'étude d'un système électromagnétique, si on pouvait commencer par des

équations ne contenant que les valeurs des grandeurs électromagnétiques dans un groupe de points situés à des distances finies les uns des autres. Ce remplacement des équations différentielles par des équations à différences finies est facile lorsqu'il s'agit des formules qui s'appliquent à l'éther libre, mais il m'a été impossible de faire la même chose pour les équations qui contiennent la densité ρ de la charge.

Heureusement, il y a un autre artifice. Le nombre des coordonnées d'un système mécanique peut être diminué par l'application de nouvelles liaisons; on peut, par exemple, imaginer un mécanisme qui empêche une corde de se mouvoir comme elle le ferait en donnant les harmoniques au delà d'un certain nombre de vibrations, tout en la laissant libre de donner les tons inférieurs. D'une manière analogue, nous obtiendrons un système ne possédant qu'un nombre fini de degrés de liberté, si nous imaginons dans l'éther des liaisons qui excluent les champs électriques représentés par les formules (11), pour lesquels la longueur d'onde (15) serait inférieure à une certaine limite λ_0 . C'est avec ce système fictif que nous pouvons former un ensemble canonique de Gibbs au module Θ .

Parmi les propriétés d'un tel ensemble il y en a une qui est d'un intérêt spécial pour notre but. Supposons qu'une des coordonnées q , ou un des moments p n'entre dans l'expression pour l'énergie E que dans un terme de la forme αq^2 ou βp^2 . On démontre alors que la valeur moyenne de la partie de l'énergie qui est indiquée par ce terme, c'est-à-dire de la partie de l'énergie qui correspond à l'ordonnée ou au moment en question, est donnée par la moitié du module Θ .

Ce résultat s'applique à quelques-unes des variables que nous avons à considérer. En premier lieu, si m est la masse d'une particule non chargée, disons d'une molécule, du corps M , et q , une des coordonnées rectangulaires du centre de gravité de cette molécule, l'énergie L contient le terme $\frac{1}{2} m \dot{q}^2$,

ou $\frac{p_1^2}{2m}$, si p_1 est le moment correspondant à la coordonnée q_1 .

Evidemment, ce moment ne se retrouve dans aucun autre terme de L ; la valeur moyenne dans l'ensemble canonique,

de la partie de L qui lui correspond est $\frac{1}{2} \Theta$, et on trouve $\frac{3}{2} \Theta$ pour la valeur moyenne de l'énergie due au mouvement du centre de gravité de la molécule. En effet, on peut répéter le raisonnement précédent, en entendant par q , la deuxième ou la troisième coordonnée de ce point. Fixons maintenant notre attention sur un nombreux groupe de molécules égales contenues dans le corps M ; soit ν le nombre de ces molécules. L'énergie totale qu'elles possèdent en vertu du mouvement de leurs centres de gravité, aura dans l'ensemble canonique la valeur moyenne $\frac{3}{2} \nu \Theta$, et il faudra lui attribuer la même valeur dans le seul corps M .

Nous avons déjà vu que l'énergie en question peut être représentée par $\alpha \nu T$, T étant la température et α une constante universelle. La comparaison des deux résultats montre que le module Θ doit être proportionnel à la température du corps, et que l'on a

$$\Theta = \frac{2}{3} \alpha T.$$

En second lieu, chaque coordonnée q , de l'éther ne se montre que dans un seul terme

$$\frac{1}{16} f g h q^2,$$

de l'expression pour l'énergie électrique. Nous en concluons que dans l'ensemble canonique, l'énergie qui appartient à une seule coordonnée q , est donnée, en moyenne, par

$$\frac{1}{2} \Theta = \frac{1}{3} \alpha T,$$

et celle qui appartient aux deux coordonnées q , et q' , que nous avons introduites pour un système de valeurs des nombres u, v, w par

$$\frac{2}{3} \alpha T.$$

La forme de la fonction du rayonnement est une conséquence presque immédiate de ce résultat. Il est permis de supposer que les dimensions f, g, h du parallélépipède soient très grandes par rapport aux longueurs d'onde qui entrent en jeu. Cela posé, on trouve

$$\frac{4\pi}{\lambda^3} fgh d\lambda$$

pour le nombre des systèmes (u, v, w) pour lesquels la longueur d'onde est comprise entre les limites λ et $\lambda + d\lambda$, et

$$\frac{8\pi\alpha T}{3\lambda^3} fgh d\lambda$$

pour l'énergie électrique moyenne dans les systèmes de l'ensemble canonique, en tant que cette énergie appartient à l'intervalle $(\lambda, \lambda + d\lambda)$. L'énergie doit avoir cette même valeur pour le système que nous étudions, ce qui donne

$$\frac{8\pi\alpha T}{3\lambda^3} d\lambda$$

pour l'unité de volume. Remarquons enfin que dans l'éther qui entoure le corps M, l'énergie magnétique est égale à l'énergie électrique, et nous voyons, en nous bornant toujours à l'intervalle $d\lambda$, que la valeur totale de l'énergie par unité de volume est

$$\frac{16\pi\alpha T}{3\lambda^3} d\lambda,$$

et que la fonction du rayonnement est donnée par

$$(16) \quad F(\lambda, T) = \frac{16\pi\alpha T}{3\lambda^3}.$$

Avant d'entrer dans une discussion de ce résultat, je dois mentionner la belle théorie du rayonnement qui a été développée par M. Planck. Ce physicien suppose qu'un corps pondérable contienne des particules dans lesquelles des oscillations

électriques peuvent avoir lieu, la plus simple image qu'on puisse se former d'un tel « résonateur » étant celle d'un seul électron qui peut vibrer autour de sa position d'équilibre. Chaque résonateur a sa propre période de vibration, et nous admettons que toutes les périodes se trouvent représentées dans le corps.

Or, Planck considère d'un côté l'équilibre entre les vibrations des résonateurs et le rayonnement dans l'éther, et d'un autre côté le partage de l'énergie qui se fait entre les résonateurs et les particules ordinaires. La première partie de la théorie est basée sur les équations du champ électromagnétique, et dans la seconde, Planck suit une marche semblable à celle dont on s'est souvent servi dans les théories moléculaires. Elle revient à examiner quelle distribution de l'énergie doit être considérée comme la plus probable. Ici, une idée nouvelle est introduite. Planck suppose qu'un résonateur ne puisse pas gagner ou perdre de l'énergie par degrés infinitésimaux, mais seulement par des portions ayant une grandeur finie et déterminée; ces portions seraient inégales pour des résonateurs à périodes de vibration τ différentes. En effet, il attribue à l'élément d'énergie en question la grandeur

$$\frac{h}{\tau}.$$

Enfin, par un raisonnement dans lequel je ne puis le suivre ici, il obtient la formule suivante pour la fonction du rayonnement :

$$F(\lambda, T) = \frac{8 \pi c h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\frac{3 c h}{2 a \lambda T} - 1}.$$

Cette équation montre un accord très satisfaisant avec les résultats expérimentaux de Lummer et Pringsheim. Elle a la forme de la formule (3), et elle conduit à un maximum de F pour une valeur de λ qui est inversement proportionnelle à la température.

Pour de grandes valeurs de la longueur d'onde on peut remplacer

$$e^{\frac{8ch}{2\alpha\lambda T}} - 1$$

par

$$\frac{3ch}{2\alpha\lambda T},$$

et la formule de Planck devient identique à celle qu'on trouve par la méthode de Gibbs. Cet accord des résultats obtenus par deux méthodes bien différentes est très curieux, mais malheureusement il n'existe que pour les grandes longueurs d'onde. Selon la théorie que je vous ai présentée, la formule (16) devrait être vraie pour toutes les longueurs d'onde possibles; dans le cas limite qu'on obtient en faisant diminuer de plus en plus la valeur que j'ai nommée λ_0 , elle devrait s'appliquer même à toutes les longueurs d'onde, si petites qu'elles soient.

C'est ce résultat que j'avais en vue lorsque je disais que peut-être les lois de Boltzmann et de Wien ne pourraient être maintenues. Il est vrai que la fonction que nous avons trouvée rentre dans la forme générale (3), mais il n'y a plus de maximum, et si l'on étend l'intégrale de la fonction à toutes les longueurs d'onde, de 0 à ∞ , on obtient une grandeur infinie. Cela veut dire que, pour être en équilibre avec un corps d'une température donnée, l'éther devrait contenir une quantité infinie d'énergie; en d'autres termes, si on commence par un corps doué d'une quantité finie d'énergie, cette dernière se dissiperait entièrement dans l'éther. Nous pouvons ajouter qu'à la longue elle s'y trouverait sous forme d'ondes excessivement courtes, et que même, parce que le produit αT diminuerait de plus en plus, l'énergie qui correspond aux longueurs d'onde au dessus de quelque valeur fixe arbitrairement choisie tendrait vers 0.

Tout cela semble bien étrange au premier abord et j'avoue que, lorsque Jeans publia sa théorie, j'ai espéré qu'en y regardant de plus près, on pourrait démontrer que le théorème de l'« équipartition of energy », sur lequel il s'était fondé, est

inapplicable à l'éther, et qu'ainsi on pourrait trouver un vrai maximum de la fonction $F(\lambda, T)$. Les considérations précédentes me semblent prouver qu'il n'en est rien, et qu'on ne pourra échapper aux conclusions de Jeans à moins qu'on ne modifie profondément les hypothèses fondamentales de la théorie. Du reste, on serait conduit à des résultats analogues si on appliquait la méthode de Gibbs à d'autres systèmes possédant une infinité de degrés de liberté. On peut se figurer, par exemple, deux systèmes de molécules, dont les centres se meuvent dans un plan fixe, les molécules du premier système se mouvant dans ce plan comme les particules d'un gaz se meuvent dans l'espace, et celles du second système étant attachées à des cordes tendues dans une direction perpendiculaire au plan. On trouverait sans doute que, par les chocs mutuels, l'énergie d'un tel système s'accumulerait de plus en plus dans les cordes, y produisant des vibrations à longueurs d'onde extrêmement courtes.

Je ne veux pas nier que la méthode de Gibbs ne soit un peu artificielle et qu'il ne soit préférable d'établir la théorie du rayonnement sur l'examen de ce qui se passe, non pas dans un ensemble, mais dans un seul et même système. Aussi ai-je fait une tentative dans cette direction il y a déjà quelques années. On a de bonnes raisons pour croire que les métaux contiennent des électrons libres animés d'un mouvement rapide, dans lequel ils se heurtent contre les atomes métalliques après avoir parcouru des trajets d'une très petite longueur. Les changements de vitesse qui sont produits par les chocs, doivent donner lieu à une émission dont on peut chercher à calculer les particularités, et on obtient la valeur de la fonction F en combinant le résultat avec celui qu'on trouve pour l'absorption; on voit facilement, en effet, que l'état de l'éther dans notre enceinte est entièrement déterminé par les pouvoirs émissif et absorbant du corps pondérable M .

Pour simplifier, j'ai effectué le calcul pour une mince plaque métallique. En me bornant à de grandes longueurs d'onde, j'ai trouvé une formule identique à celle que nous venons de déduire au moyen de la méthode de Gibbs. Cela est très satis-

faisant, mais je n'ai pas réussi à appliquer ce procédé direct à des longueurs d'onde plus petites. Dès qu'on renonce aux simplifications qui sont permises pour les grandes longueurs, il devient très difficile de débrouiller le rayonnement par le théorème de Fourier et de calculer d'une manière exacte l'absorption produite par un essaim d'électrons fourmillant entre les atomes du métal. Pour faire ressortir encore plus la difficulté du problème, j'ajouterai que les ondes qui existent dans l'éther sont continuellement éparpillées par les électrons, et que cette dispersion est accompagnée d'un changement des périodes lorsque les électrons se trouvent en mouvement.

La méthode basée sur la considération d'un ensemble canonique a le mérite d'embrasser tous ces détails, parce que les équations de Hamilton qu'elle prend pour point de départ comprennent toutes les actions qui existent entre les électrons et l'éther.

Du reste, quel que soit notre jugement sur les différentes théories, leur résultat commun, que pour les grandes longueurs d'onde la fonction du rayonnement a la forme

$$F(\lambda, T) = \frac{16 \pi \alpha T}{3 \lambda^5},$$

peut être considéré comme définitivement acquis. Si on compare avec cette formule les mesures faites sur les rayons infrarouges extrêmes, on peut en déduire la constante universelle α . Cela nous donne la valeur αT de l'énergie moyenne d'une molécule gazeuse à la température T , et ensuite, parce que nous connaissons la vitesse du mouvement calorifique, la masse des molécules et atomes. C'est M. Planck qui le premier a montré la possibilité de ces calculs, dont le résultat s'accorde admirablement avec les nombres obtenus par des méthodes entièrement différentes.

On voit aussi que l'énigme posée par le fait que la fonction $F(\lambda, T)$ est indépendante des propriétés spéciales des corps, n'est pas restée sans solution; c'est l'énergie d'agitation des particules constituantes, représentée par αT , qui détermine l'intensité du rayonnement dans l'éther.

Dans la formule de Planck, il y a encore la constante h qui est commune à tous les corps, et si on adopte la théorie de ce physicien, on peut espérer découvrir un jour la signification physique de cette constante, ce qui constituerait un progrès de la plus haute importance.

Il me reste à parler ¹⁾ de la manière dont la théorie de Jeans, dans laquelle il n'y a pas d'autre constante que le seul coefficient α , doit chercher à rendre compte du maximum dans la courbe du rayonnement que les expériences ont mis en évidence. L'explication donnée par Jeans — et c'est bien la seule qu'on puisse donner — revient à dire que ce maximum a été illusoire; si on a cru l'observer, ce serait parce qu'on n'avait pas réussi à réaliser un corps qui fût noir pour les petites longueurs d'onde.

En effet, il ne faut pas perdre de vue que la formule que nous avons trouvée pour la fonction du rayonnement, qui dépend du rapport entre les pouvoirs émissif et absorbant d'un corps, ne nous apprend rien sur la grandeur de ces pouvoirs pris séparément. Un exemple bien simple, dans lequel je me bornerai à l'intensité de l'émission, peut nous faire voir que l'échange d'énergie entre la matière et l'éther peut devenir de plus en plus lent à mesure que la fréquence des vibrations augmente. Supposons qu'un électron, se mouvant le long d'une ligne droite, soit repoussé par un point fixe de cette ligne avec une force inversement proportionnelle au cube de la distance x . Nous pouvons poser alors, en choisissant convenablement le moment $t=0$,

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 t^2},$$

où a et b sont des constantes positives, et

$$(17) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{a^2 b^2}{\sqrt{(a^2 + b^2 t^2)^3}}.$$

1) A partir d'ici, cet article diffère de la conférence telle qu'elle a été prononcée au Congrès des Mathématiciens. M. Wien a eu l'obligeance de me faire remarquer qu'en m'abstenant d'une décision entre les deux théories, je ne m'étais pas suffisamment rendu compte des sérieuses objections qu'on peut faire à celle de Jeans.

C'est cette accélération qui produit le rayonnement, et pour décomposer ce dernier en des parties qui se distinguent par la longueur d'onde, nous devons développer la fonction (17) à l'aide du théorème de Fourier. Or, si on veut déterminer l'amplitude des vibrations de la fréquence n , c'est-à-dire de la longueur d'onde $\frac{2\pi c}{n}$, on est conduit à l'intégrale

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos nt}{V(a^2 + b^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} dt,$$

qui tend vers la valeur

$$\frac{1}{ab^2} \sqrt{\frac{\pi b n}{2a}} e^{-\frac{a n}{b}}$$

pour de grandes valeurs de n . À cause du facteur exponentiel, cette expression finit par devenir extrêmement petite. Il est permis de présumer qu'on obtiendra un résultat semblable lorsqu'un électron se meut sous l'influence d'une force suivant une loi différente, et que l'absorption deviendra très faible en même temps que l'émission. Il se pourrait donc fort bien que le corps dont se sont servis Lummer et Pringsheim, tout en étant équivalent à un corps noir pour de grandes longueurs d'onde, ait eu un pouvoir émissif beaucoup plus petit que celui d'un tel corps pour les ondes les plus courtes.

Remarquons aussi que la petitesse des pouvoirs émissif et absorbant doit avoir pour conséquence qu'en ce qui concerne les petites longueurs d'onde l'équilibre entre l'éther et un corps pondérable s'établit avec une extrême lenteur. On peut même dire que l'équilibre final, dans lequel l'énergie se serait uniformément distribuée sur une infinité de modes de vibration, constituerait un état qu'il est impossible de se représenter et qui ne sera jamais atteint dans un temps fini. En réalité il n'y aurait qu'une transformation continue de l'énergie dans la direction de cet état.

Ces considérations ont, sans doute, un certain intérêt, mais, en y regardant de plus près, on reconnaît facilement

qu'elles ne suffisent pas à faire disparaître le desaccord qui existe entre la théorie de Jeans et les observations. En effet, dans les expériences de Lummer et Pringsheim le pouvoir émissif du corps rayonnant pour les petites longueurs d'onde a été considérablement inférieur à celui qu'on déduit de notre formule (16); donc, si cette équation était la vraie expression du rayonnement d'un corps noir, le rayonnement mesuré par ces physiciens aurait été beaucoup moindre que celui d'un tel corps et, en vertu de la loi de Kirchhoff, le pouvoir absorbant du système qu'ils ont employé devrait avoir été inférieur à l'unité à un degré qu'il semble difficile d'admettre.

Du reste, sans entrer dans les détails de ces expériences, nous pouvons faire ressortir l'insuffisance de la théorie de Jeans par un calcul bien simple. Prenons, par exemple, le cas d'une plaque polie en argent ayant la température de 15° , et comparons, pour la lumière jaune, le pouvoir émissif E_1 de ce corps à celui (E_2) d'un corps noir à la température de 1200° . Sous l'incidence normale l'argent poli réfléchit environ 90 pour 100 de la lumière incidente; son pouvoir absorbant est donc égal à $\frac{1}{10}$ et on aura $E_1 = \frac{1}{10} E_2$, si l'on désigne par E_2 le pouvoir émissif d'un corps noir à 15° . D'un autre côté, la formule (16) exige que, pour une longueur d'onde déterminée, le pouvoir émissif $F(\lambda, \tau)$ soit proportionnel à la température absolue, d'où l'on déduit $E_2 = \frac{288}{1473} E_1 = \frac{1}{5}$ et, par conséquent, $E_1 = \frac{1}{50} E_2$.

Or, à la température de 1200° , un corps noir (dont le pouvoir émissif surpasse celui de tous les autres) brillerait d'un éclat bien vif, et une substance douée d'un pouvoir émissif cinquante fois plus petit, devrait sans doute être visible dans l'obscurité. Il est donc bien certain que si on excepte les ondes très longues, les corps émettent beaucoup moins de lumière, en proportion de leur pouvoir absorbant, que ne le demande la théorie de Jeans. Cela nous prouve, comme j'ai déjà fait remarquer, que la théorie qui se base sur les équations ordinaires de l'électrodynamique et sur le théorème de

l'« equipartition of energy », doit être profondément remaniée ; on devra introduire l'hypothèse de particules rayonnantes, telles que les résonateurs de Planck, auxquelles, pour une raison ou une autre, les théorèmes de la mécanique statistique ne soient pas applicables.

Il ne faut pas croire cependant qu'en adoptant cette manière de voir, on puisse venir à bout de toutes les difficultés. Il est tout au moins très probable que, dans quelques corps, notamment dans les métaux, il y ait, outre les résonateurs, des électrons libres, et je ne vois aucune raison pour laquelle la théorie de Gibbs ne s'appliquerait pas à ces particules. On serait donc conduit à ce résultat paradoxal que l'état d'équilibre entre l'éther et la matière pondérable qui s'établit par l'intermède des résonateurs, ne serait pas identique à celui qui se produit par l'échange d'énergie, d'une part entre la matière et les électrons, et d'autre part entre ces derniers et l'éther, conséquence qui serait en contradiction avec les lois de la thermodynamique, d'après lesquelles il ne peut y avoir qu'un seul état d'équilibre.

On pourra peut-être éviter cette contradiction en se représentant — je parle toujours des petites longueurs d'onde — l'échange d'énergie qui s'opère par l'intermède des résonateurs comme beaucoup plus rapide que celui qui est dû aux électrons libres. Si la différence qui existe entre les deux modes d'action sous le rapport de leurs vitesses est très grande, on peut concevoir que dans nos expériences tout se passe comme si les électrons libres n'existaient pas, et que pourtant, pourvu qu'on leur laisse un temps suffisamment long, ces mêmes électrons finissent par faire sentir leur influence. Alors, en fin de compte, Jeans aurait raison, le système tendant vers l'état final dont nous avons parlé et dans lequel les résonateurs seraient sans influence, parce que leur énergie diminuerait de plus en plus, mais cela n'empêcherait pas qu'au point de vue expérimental on ne dût s'en tenir à la théorie de Planck. Malgré la présence des électrons libres, qui, à la longue, dérangeraient l'équilibre provisoire qu'on observe, les actions qui amènent cet équilibre peuvent très bien être telles que

leurs effets s'accordent avec la seconde loi de la thermodynamique.

Il n'est guère nécessaire d'ajouter qu'on doit s'exprimer avec beaucoup de réserve sur ces questions délicates. Sans doute, la théorie se simplifierait considérablement s'il y avait quelque moyen d'échapper entièrement aux conséquences que M. Jeans a signalées.

**SUL PUNTO QUADRUPLIO DI UN SISTEMA FORMATO DAI TRE STATI DI UNO STESSO CORPO,
AL QUALE È AGGIUNTO UN SALE.**

Dott. CALEGARI ADRASTO.

Scopo di questo breve lavoro è specialmente la considerazione di un *punto quadruplo* di equilibrio di un sistema formato dai tre stati in cui può trovarsi un corpo al quale sia stato aggiunto un sale. Un tale sistema conduce a considerazioni più generali di quello formato dai soli tre stati in cui può trovarsi il corpo senza l'aggiunta del sale.

È noto che in quest'ultimo caso esiste un punto di equilibrio, di una determinata temperatura e pressione, e che dicesi *punto triplo* del sistema.

Il punto quadruplo ne sarebbe l'analogo ed oltre alle due già dette coordinate esso ne determina una terza che è la *concentrazione* del liquido.

Si sa che chiamando con p la pressione, con t la temperatura e rispettivamente con $\phi_1(p, t)$, $\phi_2(p, t)$, $\phi_3(p, t)$ i potenziali termodinamici a pressione costante di un chilogrammo del corpo preso nel primo, secondo e terzo stato, il punto triplo del sistema composto di questi tre stati è dato dal punto d'incontro delle tre curve:

$$\phi_2(p, t) - \phi_1(p, t) = 0$$

$$\phi_3(p, t) - \phi_1(p, t) = 0$$

$$\phi_3(p, t) - \phi_2(p, t) = 0$$

le quali sono rispettivamente le equazioni delle curve delle tensioni che esistono fra il passaggio dal secondo al terzo stato, dal terzo al primo e dal primo al secondo; di quelle tre curve cioè in cui il fenomeno è reversibile.

Se si prendono le temperature sull'asse delle ascisse o le pressioni su quello delle ordinate si dimostrano con grande semplicità le seguenti proposizioni ¹⁾:

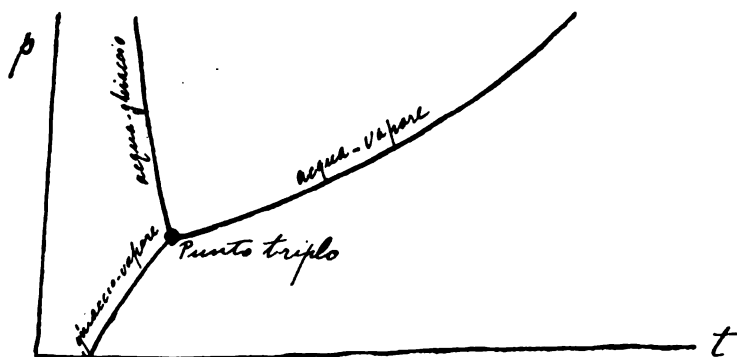
1° *In ogni punto situato a destra della curva delle tensioni, relativa a due stati qualunque, il solo fenomeno possibile è quello che assorbe calore. In ogni punto a sinistra il solo fenomeno possibile è quello che emette calore.*

2° *In ogni punto situato al disopra della curva delle tensioni il solo fenomeno possibile è quello che corrisponde ad una diminuzione di volume, ed in ogni punto situato al disotto il solo fenomeno possibile è quello che corrisponde ad un aumento di volume.*

3° *La curva che è situata fra le due altre per un punto che si eleva lungo l'asse delle pressioni è la corrispondente a quella modificazione che trae seco il massimo cangiamento di volume.*

Restando facili le modificazioni che si debbono fare nel caso di un altro corpo qualunque noi prenderemo ora a considerare l'acqua sotto i suoi tre stati che chiameremo rispettivamente ghiaccio, acqua e vapore.

Le leggi che abbiamo più sopra enunciate danno a vedere che la figura che rappresenta le tre curve delle tensioni ed il punto triplo è presso a poco la seguente:



1) Vedasi a questo proposito il pregevole trattato "Le potentiel thermodynamique" del Duhem, dal quale spesso volte ho attinto.

L'andamento di queste curve è pure verificato dalla nota formula:

$$L = At(V_B - V_A) \frac{dp}{dt}$$

in cui A è l'inversa dell'equivalente dinamico del calore, L la quantità di calore assorbita nel passaggio dallo stato A allo stato B e V_A , V_B sono i volumi specifici del corpo sotto quella data temperatura e pressione e sotto i rispettivi stati A e B ; volumi specifici che come è noto soddisfano alle uguaglianze;

$$\frac{\partial \phi_A}{\partial p} = V_A$$

$$\frac{\partial \phi_B}{\partial p} = V_B$$

in cui ϕ_A e ϕ_B sono i potenziali termodinamici a pressione costante di un chilogrammo del corpo preso rispettivamente sotto gli stati A e B .

Se il miscuglio trovasi ad una pressione e temperatura corrispondenti al suo punto triplo allora esso è in equilibrio qualunque siano i rapporti fra i pesi di ghiaccio, acqua e vapore che esso contiene.

Se allora noi aumentiamo lentamente il volume del sistema, la pressione non può diminuire poichè il sistema tende a conservarsi nel suo punto triplo, e si avrà quindi formazione di ghiaccio e di vapore, poichè essendo corpi di peso specifico minore dell'acqua, la pressione potrà, man mano che si aumenta il volume, ristabilirsi. D'altra parte se la temperatura deve rimanere la stessa, sarà certamente perchè l'abbassamento di temperatura che produce la formazione di vapore è compensato dall'innalzamento prodotto dalla formazione del ghiaccio.

Vi deve quindi essere una relazione fra gli aumenti in peso di questi due stati.

Analogamente dicasi nel caso che il sistema venisse compresso.

Considerando sempre il sistema al suo punto triplo, supponiamo che esso contenga un peso A di ghiaccio, un peso B di acqua ed un peso C di vapore.

Lo stesso peso di miscuglio acquistando man mano volumi sempre differenti dovrà sempre contenere dei determinati pesi dei tre stati, poichè se sotto il volume V i pesi sono A , B e C , crescendo il volume di dV i pesi A , B e C aumenteranno di dA , dB e dC e fra questi aumenti, oltre alla relazione che sussiste, come abbiamo or ora osservato, fra dA e dC , sussisterà pure, evidentemente l'altra:

$$dA + dB + dC = 0.$$

Seguitando sempre ad aumentare il volume del sistema deve venire il momento in cui l'acqua cesserà di esistere ed allora dovremo necessariamente scendere per la curva delle tensioni ghiaccio-vapore.

Se invece diminuiamo il volume del sistema, dovrà, a seconda delle loro rispettive quantità, cessare di esistere od il vapore od il ghiaccio. Nel primo caso dovremo risalire la curva acqua-ghiaccio; nel secondo caso, la curva acqua-vapore.

Corrispondentemente a questi due casi avremo rispettivamente diminuzione od aumento di temperatura, come può rilevarsi dalla figura e dal fatto che aumentando la pressione vi è rispettivamente o fusione di ghiaccio o condensazione di vapore.

Finchè esiste il corpo sotto i suoi tre stati la trasformazione è quindi adiabatica (perchè noi possiamo immaginare di fare tutto ciò in un recipiente impermeabile al calore) isotermica ed isobarica; cessato uno dei tre stati la trasformazione resta solamente adiabatica. E siccome le summenzionate sono sempre trasformazioni reversibili (poichè noi abbiamo supposto di far variare lentamente il volume del sistema) ed adiabatiche potremo asserire che la entropia del sistema rimane la stessa dell'entropia che il corpo ha tanto sotto i tre stati, che sotto due, che sotto uno solo.

Son facili le modificazioni che dovremmo apportare se in luogo di considerare dell'acqua si considerasse qualche altro corpo.

Consideriamo ora un liquido che contenga un sale non totalmente sciolto, racchiuso in un recipiente insieme agli altri due stati del corpo stesso e vediamo se esiste e quali sa-

ranno le equazioni di un punto analogo al punto triplo ora considerato.

Per ciò fare cominceremo a considerare una mescolanza omogenea del liquido e di un sale scioltovi racchiusi in un recipiente, ove si formerà pure una certa quantità di vapore saturo.

Detto ψ il potenziale termodinamico a pressione costante di un chilogrammo di vapore del liquido considerato, colla pressione p e temperatura t e detto ϕ il potenziale di tutto il sistema così formato, a quella temperatura e pressione si ha ¹⁾:

$$\phi(p, t, h) = m_1 F_1(p, t, h) + m_2 F_2(p, t, h) + m_3 \psi(p, t, h)$$

in cui m_1 , m_2 , m_3 sono rispettivamente i pesi del liquido, del sale e del vapore contenuti nel sistema, ed h è il rapporto $\frac{m_2}{m_1}$.

Indicando poi il potenziale della soluzione formata dal peso m_1 di liquido ed m_2 di sale con ϕ (che sarà evidentemente una funzione di p, t, m_1, m_2 , omogenea e di primo grado rispetto a queste ultime due variabili, poichè se noi le moltiplichiamo per una costante λ abbiamo un sistema composto di λ parti uguali alla data, il cui lavoro non compensato, e quindi ϕ , dovrà risultare λ volte maggiore) le funzioni F_1 ed F_2 sono date da:

$$\frac{\partial \phi}{\partial m_1} = F_1$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial m_2} = F_2$$

Ambedue queste funzioni saranno quindi di grado zero rispetto ad m_1 ed m_2 e dipenderanno quindi dal rapporto h , il quale, per le evidenti relazioni:

$$m_1 \frac{\partial F_1}{\partial m_1} + m_2 \frac{\partial F_1}{\partial m_2} = 0$$

$$m_1 \frac{\partial F_2}{\partial m_1} + m_2 \frac{\partial F_2}{\partial m_2} = 0$$

1) Vedi "Le potentiel thermodynamique" del Duhem, già citato. Ch. III.

che, per essere:

$$\frac{\partial F_1}{\partial m_1} = \frac{\partial F_2}{\partial m_1}$$

potremo anche scriverle sotto la forma:

$$m_1 \frac{\partial F_1}{\partial m_1} + m_2 \frac{\partial F_2}{\partial m_1} = 0$$

$$m_1 \frac{\partial F_1}{\partial m_2} + m_2 \frac{\partial F_2}{\partial m_2} = 0$$

dovrà soddisfare alla uguaglianza:

$$\frac{\partial F_1}{\partial h} + h \frac{\partial F_2}{\partial h} = 0.$$

Supposto ora che in quelle condizioni un peso dm_1 di liquido si evapori, si dovrà avere:

$$d\phi(pth) = \{\psi(pt) - F_1(pth)\} dm_1.$$

E sapendo che il potenziale termodinamico non può mai crescere, dovremo avere per condizione di equilibrio, la equazione:

$$\psi(pt) - F_1(pth) = 0$$

la quale riferita a tre assi cartesiani, l'uno delle temperature, l'altro delle pressioni ed il terzo delle concentrazioni, rappresenterà una superficie, i punti della quale sono punti di equilibrio del sistema dato.

È facile vedere che una retta parallela all'asse delle h non può incontrare queste superficie che in un punto solamente.

È noto infatti (vedi il Duhem più volte citato Ch. III, pp. 31-42) che la F_1 è tale funzione che va sempre diminuendo al crescere di h ; (la F_2 invece va sempre crescendo con h) se avvenisse quindi che una retta parallela all'asse delle h incontrasse in due punti la superficie:

$$\psi(pt) - F_1(pth) = 0$$

corrispondenti a due valori differenti h ed h' della concentrazione, si dovrebbe avere:

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h') = 0$$

da cui:

$$F_1(p, t, h) = F_1(p, t, h')$$

relazione evidentemente impossibile dopo quanto abbiamo più sopra riferito.

Ne consegue la nota proprietà che data la temperatura e la pressione alle quali è soggetto il sistema, non vi può essere che una sola concentrazione che ne rende possibile l'equilibrio.

Analogamente a quanto abbiamo veduto precedentemente si trova che la condizione di equilibrio fra una soluzione liquida che si congela e lo stato solido del corpo stesso è rappresentata dalla superficie avente per equazione:

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

in cui ψ_1 è il potenziale termodinamico a pressione costante di un chilogrammo di ghiaccio, o liquido solidificato, ed F_1 ha sempre lo stesso significato.

Anche questa superficie è incontrata da una retta parallela all'asse delle h in un punto solo e la dimostrazione è del tutto analoga a quella fatta precedentemente.

Si noti ora che la linea:

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

passa per il punto triplo del sistema formato dai tre stati a cui può essere sottoposto il corpo considerato ed è il luogo dei punti tripli del sistema formato dall'aggiunta di un sale al liquido stesso (intendendo, in questo caso, per punto triplo quello le cui coordinate determinano l'equilibrio fra la soluzione liquida, il vapore, e lo stato solido del liquido stesso) quando si faccia variare in modo continuo la concentrazione della soluzione.

Ed infatti abbiamo veduto che l'equazione :

$$\psi(p, t) - \psi_1(p, t) = 0$$

rappresentava la linea delle tensioni nella trasformazione reversibile ghiaccio-vapore.

Essa quindi deve passare per il punto triplo e quindi le due superfici :

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0,$$

dovranno anch'esse passare per quel punto. Di più è evidente che ad ogni valore di h si ha sempre un punto di equilibrio del sistema, ciò che dimostra l'asserto.

Che avverrà dunque quando, dato il sistema in equilibrio noi facciamo variare in modo continuo il suo volume?

Supponiamo di aumentarlo lentamente: allora è evidente che si dovrà svolgere del vapore, ragione per cui, non fondendosi evidentemente del ghiaccio, dovrà la concentrazione aumentare essa pure in modo continuo.

Siccome però il sistema tende a restare sempre in equilibrio, il punto triplo, ora considerato, dovrà precisamente scorrere sulla linea:

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0.$$

Lo stesso dovrà succedere quando comprimendo il sistema ne diminuiamo lentamente il volume.

Se finalmente abbiamo un liquido ed un sale non completamente discioltovi, abbiamo sempre, analogamente ai due casi precedenti, che la condizione di equilibrio di un tale sistema è data dall'equazione :

$$\psi_2(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

in cui ψ_2 è il potenziale termodinamico a pressione costante di un chilogrammo di sale ed F_1 ha sempre lo stesso significato.

Se ora noi abbiamo un sistema formato da un sale non completamente sciolto nel liquido in cui trovasi pure presente

il vapore ed il ghiaccio del liquido stesso che supporremo sia acqua, la condizione di equilibrio di tutto il sistema è data dall'incontro delle tre superfici:

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_2(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

e siccome sotto queste condizioni abbiamo del ghiaccio in presenza del proprio vapore dovrà restare sempre soddisfatta la condizione di equilibrio:

$$\phi_1(p, t) - \phi(p, t) = 0$$

che evidentemente è l'equazione di un cilindro la cui superficie dovrà anch'essa passare pel punto determinato dalle tre precedenti equazioni. Questo punto lo chiameremo quindi *punto quadruplo* del sistema. *

In questo punto quadruplo sono quindi soddisfatte le uguaglianze:

$$\psi(p, t) = \psi_1(p, t) = \psi_2(p, t).$$

Da quanto precede risulta immediatamente che variando la qualità del sale che entra a far parte del sistema, varierà pure la posizione del punto quadruplo, ma esso si dovrà sempre trovare nella linea di incontro delle due superfici:

$$\psi(p, t) - F_1(p, t, h) = 0$$

$$\psi_1(p, t) - F_1(p, t, h) = 0.$$

Ma essendo la proiezione di questa linea sul piano p, t data dalle equazioni

$$\psi(p, t) - \psi_1(p, t) = 0; \quad h = 0$$

ne viene che la temperatura e la pressione del sistema restano sempre legate dalla stessa relazione in cui lo sono le corrispondenti variabili nella trasformazione reversibile ghiaccio-vapore.

Da ciò risulta che dato il sistema nel suo punto quadruplo, cioè in equilibrio, se noi facciamo lentamente variare il

suo volume, ad esempio lo facciamo aumentare, dovrà formarsi una nuova quantità di vapore; ma siccome il sistema tende a restare in equilibrio, cioè nel suo punto quadrulo, si dovrà necessariamente depositare una certa quantità di sale, poichè collo sviluppo di vapore, senza che contemporaneamente avvenga anche liquefazione di ghiaccio, tenderebbe il liquido ad acquistare una maggiore concentrazione e non essendo questo possibile dovrà necessariamente rendersi libero del sale.

Se viceversa comprimessimo il sistema, una nuova quantità di sale tenderebbe evidentemente a porsi in soluzione.

Genova, 1908.

AMPIEZZA DI OSCILLAZIONE E INTENSITÀ SONORA.

G. ERCOLINI.

1. — Sulla questione fondamentale di acustica fisiologica che riguarda l'intensità d'un suono percepito molto disparati sono gli apprezzamenti: alcuni ritengono quell'intensità esser proporzionale al quadrato dell'ampiezza di oscillazione, altri proporzionale all'ampiezza ¹⁾).

Ordinariamente per decidere la questione si è ricorso al suono fornito dal diapason; e allora, posto in generale

$$(1) \quad I = c \frac{A^\beta}{r^\alpha}$$

ove I è l'intensità sonora, A l'ampiezza di oscillazione, r la distanza della sorgente, c una costante, e α , β due numeri, se si fa in modo che I si mantenga sempre lo stesso, si trae

$$(2) \quad \frac{A^\beta}{r^\alpha} = \text{cost.}$$

Determinando il momento in cui un suono cessa di percepirsi, se l'orecchio può con precisione avvertire l'istante dell'estinzione completa, e se ciò può fare allo stesso modo nelle varie condizioni, l'esperienza decide quale valore deve attribuirsi ad α e β .

In verità però, sia che si deduca il valore di A applicando formule più o meno complicate che voglion rappresentare la legge di smorzamento delle oscillazioni di un diapason, sia che lo si determini direttamente coll'elegante metodo delle figure del Gradenigo, i risultati sperimentali riescono molto discordi, chè da un diapason all'altro si osservano differenze notevol-

1) Vedere: Stefanini. Atti d. R. Acc. Lucchese vol. XXV; Nuovo Cimento vol. XXVI e XXVII serie 3; Archivio It. di Otologia vol. XVI.

sime e tali da lasciar molto perplessi intorno ai valori che veramente debbono attribuirsi ad α e β nelle (1) e (2) ¹⁾.

Ciò non parla certo molto favorevolmente per l'uso del diapason nello studio dell'importante questione che interesserebbe risolvere, perciò ho creduto utile di ricercare se, adottando il telefono come sorgente sonora, fosse possibile conseguire risultati più netti e decisivi.

Quest'apparecchio sembra infatti più adatto allo scopo, giacchè se viene eccitato con correnti indotte da un solenoide neutro a nucleo non magnetico, esso costituisce una sorgente sonora variabile in modo conosciuto, essendo, come ha mostrato il Wien, le ampiezze di oscillazione della sua lamina proporzionali all'intensità, se piccola, delle correnti che le generano e qualunque, del resto, sia il loro periodo, a patto che questo non coincida col periodo proprio di vibrazione della lamina.

Purtroppo però i risultati che ho ottenuti sono assai complicati, ma servono almeno a precisare quale possa essere l'origine principale, fin qui forse troppo poco considerata, della complicazione non minore che si trova usando il diapason come sorgente sonora.

2. — Con due telefoni T_1 , T_2 , il più possibilmente uguali, confronto i loro suoni della stessa altezza, riducendoli alla stessa intensità, in due condizioni diverse:

T_1 è mobile e ad eccitazione costante; T_2 resta fisso e, perciò, con eccitazione variabile. Se con r_1 , A_1 e r_2 , A_2 s'indichino la distanza e l'ampiezza d'oscillazione rispettivamente di T_1 e T_2 , dalla (1) si deduce

$$r_1^\alpha A_2^\beta = \text{cost}$$

T_2 resta fisso con eccitazione costante; T_1 è mobile e ad eccitazione variabile. In tal caso la (1) dà

$$\frac{A_1^\beta}{r_1^\alpha} = \text{cost}$$

L'esperienza può indicare quali valori debbono attribuirsi ad α e β .

1) Vedi: Zwaardemaker e Quix in Archiv. f. Anat. u. Physiol. — 1904.

3. — Se queste due ultime formule si stabiliscono indipendentemente dall'apprezzamento, alquanto incerto, del minimo suono percettibile, esse peraltro valgono nell'ipotesi che l'orecchio avverta con sufficiente precisione l'uguaglianza, in intensità, di due suoni della stessa altezza.

Riferisco perciò da prima le prove che ho fatto per chiarire questo punto.

In queste, come in tutte le successive esperienze, le correnti indotte per eccitare i telefoni sono sempre generate da un solenoide neutro, costituito da un toro circolare di legno del diametro interno di 10 ed esterno di 20 cm. su cui è avvolto, in due strati, un filo isolato. Lo ricoprono otto gruppi di spire indotte, fatte con filo del diametro di 0,1 cm., di 1, 2, 2, 5, 10, 10, 25, 50 spire coi quali i telefoni possono collegarsi.

La corrente primaria, fornita da uno o due accumulatori Tudor, è misurata da un galvanometro e interrotta da un diapason elettromagnetico di 128 v. d. nominali, che è in una stanza appartata e viene azionato da un altro accumulatore.

Un commutatore ad altalena, abbassato da una parte, collega un telefono con n spire indotte del solenoide, restando le rimanenti in circuito aperto, e chiude il primario sopra un reostato per variare la corrente interrotta dal diapason; abbassato dall'altra mette in comunicazione lo stesso telefono con n' spire e chiude la corrente inducente sopra un secondo reostato.

Si regola quest'ultimo finchè, movendo con rapidità il commutatore, i due suoni, che si ascoltano così uno di seguito all'altro e quante volte si vuole, non siano giudicati dall'orecchio uguali in intensità ¹⁾.

Essendo l'escursione della lamina del telefono proporzionale all'intensità della corrente primaria e al numero delle spire indotte che esso abbraccia, purchè, naturalmente, queste abbiano una resistenza trascurabile di fronte a quella del circuito telefonico, sarà possibile, dalle deviazioni del galvano-

1) Usato in questo modo forse il telefono si presta bene anche a vedere come l'orecchio segua il noto principio psicofisico di Weber; ciò che recherò.

metro, dedurre l'errore che si commette nella valutazione uditiva.

Riporto qui la prima serie di esperienze che ho fatto adoperando anche tutte le 105 spire indotte. Con d indico le deviazioni galvanometriche, in divisioni della scala, che si hanno quando il commutatore collega il telefono con n spire; d' sono le deviazioni quando le spire sono n' . La colonna Δ porta le deviazioni calcolate nelle ipotesi suddette intorno alle vibrazioni della lamina telefonica.

n	n'	d	d'	Δ
50	75	96	65,0	64,0
>	85	95	56,5	59,5
>	95	96	51,0	50,5
>	100	98	49,0	49,0
>	105	98	48,5	46,7
25	35	99	72,5	70,7
>	45	97	52,5	54,0
>	50	98	48,0	49,0
>	55	98	45,0	44,5
10	15	128	83,5	85,3
>	20	126	65,5	63,0
>	25	125	53,0	50,0
>	30	125	43,0	41,7
5	7	155	108,0	110,7
>	9	154	88,0	85,6
>	10	149	74,5	74,5
2	3	253	157,0	168,7
>	4	254	121,5	127,0
>	5	260	101,5	104,0

L'accordo fra d' e Δ perfetto quando, con la corrente d'un solo accumulatore, il numero delle spire indotte è assai grande, accenna a diventar meno buono se esse son poche, perchè allora l'intensità del suono è troppo piccola.

In un'altra serie di esperienze serbo costante il numero n delle spire indotte che s'introducono nelle due posizioni del commutatore, ma in una di queste, per ciascun n , l'eccitazione d del telefono resta sempre costante; nell'altra vario la resistenza del secondo reostato, finchè l'orecchio non avverte l'u-

guaglianza del suono che si produce con quello che si ha nella prima posizione.

Indicando con d le deviazioni ottenute in questa, riferisco solo le seguenti esperienze in cui d' sono le deviazioni avute con determinazioni fatte saltuariamente, partendo volta per volta, col secondo reostato, da condizioni iniziali le più varie.

n	d	d'
2	260	250,5
5	160	154,5
10	126	128,0
25	60	61,5
50	50	48,5

Anche in questo caso gli errori sono assai piccoli, inferiori al 4 %.

In altre esperienze ho variato n numero di spire ed eccitazione d quando il commutatore è abbassato da una parte; nell'altra sua posizione, in cui s'introduce un certo numero n' di spire, determino l'eccitazione d' necessaria per sentire suoni uguali a quelli che si hanno nella prima disposizione.

Alcuni risultati son raccolti nella seguente tabella, ove δ sono le deviazioni calcolate.

n	d	n'	d'	δ
5	250	10	127,5	125,0
»	108	»	52,0	54,0
25	140	»	338,5	350,0
»	60	»	155,5	150,0
»	180	50	87,0	90,0
»	85	»	44,0	42,5
»	160	105	40,0	38,1
»	80	»	18,5	19,1

Le differenze fra α' e δ , nella maggior parte dei casi, non superano il 4 %.

Tutti i risultati riferiti e molti altri ottenuti, con essi concordanti, mostrano sia che la resistenza delle spire indotte, anche di tutte, può ritenersi trascurabile di fronte a quella dei tre telefoni che ho usato, sia, di più, che un orecchio normale, riposato ed esercitato, che presti molta attenzione, può apprezzare assai bene l'uguaglianza d'intensità di due suoni con la stessa altezza e tempera.

4. — Nelle misure di confronto coi due telefoni T_1 , T_2 , le audizioni le effettuo stando entro una specie di cabina telefonica, normalmente ad una parete esterna della quale si sposta un telefono su di una scala orizzontale equidistante dalle pareti della stanza. Le parti del pavimento e della cabina più vicina alla scala sono ricoperte di cotone foscio. Davanti al telefono mobile è praticato un foro a cui, nell'interno della cabina, è adattato un tubo che termina in un imbuto, per applicarvi l'orecchio, uguale a quello del telefono.

Un commutatore ad altalena, collocato entro la cabina, permette di raccogliere le correnti indotte dal solenoide neutro in uno o nell'altro telefono: in ogni caso, con un reostato, si può regolare la corrente primaria.

Le distanze del telefono mobile dal foro davanti a cui si trova partono da un minimo di 4 cm. e, raddoppiate sempre, giungono a 64 cm. Non ho creduto prudente aumentarle poi, chè, essendo indispensabile evitare scrupolosamente ogni suono riflesso, si è forzati a fare del telefono una sorgente poco intensa, tanto che la stanza in cui si opera possa considerarsi come spazio sufficientemente ampio.

In ogni serie di esperienze mantengo costante il numero delle spire che comunicano coi due telefoni e produco l'uguaglianza di intensità dei loro suoni variando la corrente primaria del solenoide.

Riporto alcune esperienze eseguite con diverse eccitazioni del telefono serbato a intensità costante.

Cominciando da quelle con la prima disposizione (§ 2), indico con r , la distanza, in cm., a cui vien portato il telefono T_1 con eccitazione costante; d_1 , d_2 , d_3 sono le deviazioni del

galvanometro in tre serie di misure, che si ottengono all'orchè l'intensità del suono di T_1 , tenuto all'orecchio, uguaglia quello di T_2 ; accanto alle deviazioni sono trascritti i rapporti tra due di esse successive.

r_1	d_1	d_2	d_3
4	44,5	190,0	408,0
8	24,0 1,85	108,0 1,76	230,0 1,77
16	13,5 1,78	58,5 1,85	128,5 1,79
32	8,0 1,69	32,0 1,83	78,0 1,64
64	5,5 1,45	23,5 1,36	56,0 1,39

Questi risultati mostrano che, mantenuto il telefono mobile T_1 ad eccitazione costante, coll'aumentare della sua distanza l'orecchio percepisce dei suoni la cui ampiezza d'oscillazione decresce più lentamente di $\frac{1}{r_1}$: si dedurrebbe che i due prodotti $A_1 r_1$, $A_2 r_2$ aumentano al crescere di r_1 . Poichè dunque risulta, in generale, che passando da r_1 a $2r_1$, l'ampiezza del suono che serve di confronto da A_1 discende ad un valore più grande di $\frac{A_2}{2}$, ne viene che al crescer della distanza l'intensità d'un suono costante decresce sempre più lentamente; i rapporti tra due deviazioni successive risultano, infatti, sempre minori di 2, mentre teoricamente dovrebbero riuscire uguali a 2.

Ma qui è necessario fare un'osservazione. La proporzionalità fra l'intensità della corrente che eccita le vibrazioni della lamina telefonica e l'ampiezza di queste non regge, se quell'intensità è troppo forte, chè allora il magnetismo del nucleo del telefono cresce più rapidamente della corrente. Se quindi, l'eccitazione usata in queste esperienze fosse troppo grande, il risultato precedente sarebbe spiegabile, giacchè allora per ridurre a metà A_1 basterebbe diminuire meno assai della metà l'intensità della corrente eccitatrice. Vedremo come

le esperienze che seguono permettono di escludere questa interpretazione.

Colla seconda disposizione (§ 2), in cui T_1 varia e posizione e intensità, ho ottenuto i risultati seguenti, essendo ora d_1' , d_2' , d_3' le deviazioni lette, in tre serie di misure, quando l'intensità del suono di T_1 uguaglia, alle varie distanze r_1' , quella, costante, di T_2 tenuto all'orecchio.

r_1'	d_1'	d_2'	d_3'
4	4,5	11,0	20,0
8	9,5 2,11	21,5 1,96	42,5 2,13
16	21,0 2,21	45,5 2,12	93,0 2,19
32	50,0 2,38	90,0 1,98	195,5 2,10
64	130,5 2,61	210,0 2,33	458,0 2,35

Da qui risulta che al crescer della distanza r_1' di T_1 , l'ampiezza del suo suono che si percepisce cresce più rapidamente di r_1' : si dedurrebbe che i rapporti $\frac{A_1'}{r_1'}$, $\frac{A_1''}{r_1''}$ aumentano quando cresce r_1' e quindi che l'intensità sonora della sorgente decresce più rapidamente coll'aumentare della sua distanza, giacchè si trova che portando T_1 da r_1' a $2r_1'$ la sua ampiezza d'oscillazione da A_1' deve diventar maggior di $2A_1'$ perchè i due suoni risultino ugualmente intensi alle due distanze; i rapporti tra due deviazioni consecutive di ciascuna colonna riescono quasi sempre maggiori di 2.

Questo risultato mostra intanto che l'eccitazione dei telefoni, dello stesso ordine di grandezza di quella usata nelle precedenti esperienze, è dentro i limiti imposti dalle ipotesi fatte intorno all'ampiezza di vibrazione della lamina, perchè se ciò non fosse, passando T_1 da r_1' a $2r_1'$, le deviazioni del galvanometro dovrebbero da d_1' diventar minori di $2d_1'$.

Nè la più grande attenzione che si usi nell'uguagliare l'intensità dei suoni dati dai due telefoni altera sensibilmente

i risultati di queste due serie d'esperienze che sembrano contraddittori: così, se nel caso della prima disposizione, dopo aver raddoppiata la distanza di T_1 , si riduce a metà l'eccitazione di T_2 , questo dà un suono più debole di quello di T_1 ; nell'altro caso, raddoppiata la distanza di T_1 e resa doppia la sua eccitazione, si sente più intenso il suono di T_1 .

5. — Per meglio chiarire i fatti non restava che vedere come questi risultati si alterassero tenendo il telefono fisso a varie distanze dall'orecchio; ma per togliere anche l'inevitabile inconveniente che due telefoni non danno mai suoni dello stesso timbro, ho fatto numerose esperienze con un sol telefono, che, spostato opportunamente, viene a funzionare ora come T_1 ora come T_2 delle esperienze precedenti. Però, per maggior chiarezza, seguirò a riferire come se si trattasse sempre dei due telefoni distinti.

In una serie d'esperienze con la prima disposizione T_1 , ad eccitazione costante, varia, al solito, la distanza r_1 , da 4 a 64 cm.: sia A_1 l'ampiezza d'oscillazione della sua lamina, a_1 quella dell'aria in contatto con la membrana del timpano. T_2 , fisso alle distanze r_2 , per le quali ho scelto i quattro valori 0, 4, 8 e 16 cm., è ad eccitazione variabile: sia A_2 l'ampiezza d'oscillazione della lamina sua, a_2 quella dell'aria.

Le deviazioni, simili a quelle della prima tabella del § precedente, ma ottenute con sensibilità ed eccitazione un po' diverse, sono riportate nelle prime quattro colonne, sotto r_2 , della tabella seguente: si è cercato di avere all'incirca le stesse deviazioni iniziali.

r_1	r_2					
	0	4	8	16	0	0
4	164,0	166,0	165,0	162,5	165,0	164,5
8	100,5 1,63	95,5 1,74	78,5 2,10	60 2,70	70,5 2,34	120,0 1,37
16	60,5 1,66	56,5 1,69	40,0 1,96	28,5 2,10	34,0 2,07	86,5 1,39
32	40,0 1,51	36,0 1,57	27,0 1,48	12,5 2,28	19,5 1,74	—
64	28,5 1,41	24,5 1,47	20,5 1,32	8,0 1,56	—	—

Pel primo $r_2 = 0$ restano confermati i risultati ottenuti nelle precedenti esperienze simili a queste: i prodotti $A_1 r_1$, $A_2 r_2$ aumentano al crescer di r_1 e i rapporti fra le deviazioni sono minori di 2.

Allo scopo di vedere quali deduzioni posson trarsi dalle misure, è necessario osservare che in tutte queste esperienze la eccitazione di T_1 resta sempre costante, e quindi riman pur sempre costante e il valore di A_1 e la legge secondo la quale decresce l'ampiezza a_1 nell'aria coll'aumentare di r_1 . Di necessità invece l'ampiezza *iniziale* A_2 varia, chè, messo T_2 alle distanze r_2 , se ne regola l'eccitazione in modo da avere un suono di uguale intensità di quello che T_1 dà quando è posto alla distanza $r_1 = 4$ cm.; quindi il valore di A_2 da cui si parte va crescendo da $r_2 = 0$ a $r_2 = 16$ cm., mentre poi, per ognuna di queste distanze, diminuisce, naturalmente, allorchè r_1 cresce: solo quando $r_2 = r_1$ si ha $A_2 = A_1$ e i numeri della tabella in carattere diverso indicano questi casi.

Ciò posto, le prime due colonne mostrano che i rapporti fra due deviazioni successive sono minori di 2; le altre due rivelano che ciò succede dopo che A_2 è diventata uguale ad A_1 . I rapporti decrescono coll'aumentare di r_1 , ossia col diminuire di A_2 ; può dirsi che le variazioni di A_2 col crescere di r_1 dipendono dal valore di A_1 : se questo è piccolo, A_2 decresce lentamente quando r_1 aumenta, il rovescio ha luogo per valori più grandi di A_1 .

In ogni caso maggiore è A_1 più grandi riescono i rapporti: in prova di ciò, se per una data distanza r_2 si parte da eccitazioni iniziali di T_2 più grandi o più piccole delle precedenti, i rapporti risultano maggiori o minori di quelli trovati. Riporto due esempi.

T_2 è ad $r_2 = 0$ mentre la sua eccitazione iniziale è quasi uguale a quella che nelle esperienze precedenti aveva quando era a $r_2 = 16$ cm.; le deviazioni ottenute, sperimentando nel solito modo, sono segnate nella quinta colonna della tabella: i rapporti son tutti più grandi di quelli della prima colonna.

Alla stessa distanza $r_2 = 0$, T_2 ha un'eccitazione tale che il suo suono è appena percettibile a 16 cm.; le deviazioni son

trascritte nell'ultima colonna, che mostra i rapporti fra le deviazioni esser tutti più piccoli di quelli della prima.

Questi risultati si completano con gli altri che ho ottenuto usando la seconda disposizione (§ 2). Allora T_2 , con eccitazione costante di ampiezza di oscillazione A_2' , è fisso alle distanze r_2' di 0, 4, 8 e 16 cm., mentre T_1 , per ognuna di queste, corre da 4 a 64 cm.: sia A_1' l'ampiezza d'oscillazione della sua lamina, a_1' quella dell'aria.

Le deviazioni, dovute a misure simili a quelle raccolte nella seconda tabella del § precedente, sono scritte nelle prime quattro colonne sotto r_2' .

r_1'	r_2'				
	0	4	8	16	16
4	7,5	8,5	7,0	8,5	6,0
8	12,0 1,60	13,5 1,59	13,0 1,86	15,0 1,76	9,0 1,50
16	27,5 2,29	28,5 2,11	31,5 2,42	30,5 2,03	17,5 1,89
32	66,5 2,42	70,0 2,46	71,5 2,27	73,0 2,39	36,5 2,06
64	182,0 2,74	185,0 2,64	190,0 2,66	188,0 2,58	—

Anche ora per $r_2' = 0$ restano confermati i risultati avuti nelle esperienze simili del § 4: i rapporti $\frac{A_1'}{r_1'} \cdot \frac{A_2''}{r_2''}$ aumentano al crescere di r_1' e i rapporti fra le deviazioni sono, eccetto il primo, maggiori di 2.

Osserviamo intanto che per ogni valore di r_2' la A_2' resta sempre costante, mentre A_1' aumenta al crescere di r_1' , ma è sempre costante a principio in tutte le esperienze.

Ciò posto, i risultati mostrano che i rapporti fra le deviazioni crescono in generale coll'aumentare di r_1' ossia di A_1' ; ma riducendo anche qui l'eccitazione di T_1 , essi riescono più piccoli dei precedenti, come si vede nella quinta colonna della tabella.

In queste esperienze si trova confermato il fatto che maggiore è l'ampiezza di oscillazione delle lamina telefonica, più grandi riescono i rapporti fra due deviazioni consecutive.

Ciò spiega l'apparente contraddizione fra i risultati ottenuti colle due disposizioni al § precedente, poichè nella prima di esse l'eccitazione della sorgente variabile va sempre diminuendo nell'altra invece aumenta col crescere della sua distanza.

Dal complesso dei fatti osservati risulta dunque che, fra l'ampiezza di oscillazione A della lamina telefonica e quella dell'aria a in contatto colla membrana del timpano, non c'è proporzionalità, almeno nelle condizioni in cui ho sperimentato. Si avrebbe che $\frac{da}{dA}$ è decrescente al crescer di A , poichè allora, quando A è più grande, essa riesce più piccola relativamente alla proporzionalità, e, infatti, l'esperienza mostra che in tal caso occorre una variazione maggiore nella corrente per compensare una variazione maggiore nella distanza; viceversa succede se A è piccolo.

I fenomeni osservati non possono perciò del tutto ascriversi alla forma, diversa dalla sferica ma più o meno complicata, delle onde generate dal telefono nelle sue vicinanze e non sarebbe certo nè semplice, nè facile stabilire quale essa possa essere; nè d'altra parte sarebbe agevole l'invocare altre complicazioni che, se non possono escludersi a priori, non si saprebbero chiaramente prevedere.

Risultando invece non essere in generale l'ampiezza d'oscillazione nell'aria proporzionale a quella della lamina telefonica, sembra più semplice il ritenere che ciò produca un effetto preponderante; si può allora render ragione dei vari risultati ottenuti e, con sufficiente chiarezza, collegarli fra di loro.

Ma non è da tacere che, se la non proporzionalità fra a ed A può ritenersi come la causa più ragionevole per cui i rapporti tra due deviazioni galvanometriche ottenute con distanze della sorgente l'una doppia dell'altra non vengono uguali a 2, molti di questi rapporti oscillano assai da vicino intorno a 2; sperimentando quindi con una eccitazione opportuna del telefono, potrebbe darsi anche che la media dei rapporti risultasse praticamente uguale a 2. Il fatto però che le loro variazioni col cambiare del valore di A sono riuscite, nella grande maggioranza dei casi che ho esaminato, concor-

demente nel senso che ho rilevato sopra, m'induce a ritenere che, almeno coi telefoni che ho adoprato, la proporzionalità inversa fra l'ampiezza e la distanza non è in generale verificata.

La regola empirica del Wien, riguardo alle vibrazioni della lamina telefonica, non potrebbe dunque estendersi a quelle dell'aria.

6. — Il prof. Stefanini (l. c.) ha trovato questo fatto: Se, quando l'ampiezza d'oscillazione è ridotta a metà, si porta un diapason vibrante a metà distanza dall'orecchio, il suono che si percepisce è assai più intenso di quello che si ascoltava in principio, mentre, se si ammette che nella (1) $\alpha = \beta = 1$ o $\alpha = \beta = 2$, si dovrebbe sentire un suono di uguale intensità. Sarebbero perciò possibili gli altri casi in cui α e β sono diversi o uguali fra di loro.

Risulta da quest'esperienza che l'intensità sonora diminuisce più rapidamente dell'inversa della distanza, d'accordo coi risultati ultimi avuti col telefono, poichè se un diapason alla distanza r vibra coll'ampiezza d'oscillazione A , dà un suono che si sente più intenso di quello che a $2r$ si ha coll'ampiezza $2A$.

Mi è parso utile ripetere l'esperienza col telefono anche per toglier di mezzo la possibile obiezione che, cioè, non può a priori ritenersi che l'orecchio percepisca con precisione quale è, in un dato istante, l'intensità d'un suono dovuto a vibrazioni che si smorzano più o meno rapidamente, come avviene appunto in un diapason, specie se si ascolta subito dopo averlo eccitato.

Col solito commutatore ad altalena, uno stesso telefono può dare due suoni in uno dei quali la lamina compie oscillazioni di ampiezza doppia che nell'altro. Anche qui si hanno risultati complicati che dipendono dall'intensità sonora che si adopra: se questa è tale che il suono sia ben ascoltabile anche a 64 cm., si ottengono questi fenomeni. Al di sotto di 32 cm. avviene, più o meno nettamente, quel che trova lo Stefanini coi diapason; da 32 a 64 cm. il più delle volte l'orecchio è incerto se si verifichi o no il fenomeno. Ma con eccitazioni più piccole pare che il suono a 64 cm. sia un po' più intenso

di quello che a 32 cm. si ha con metà ampiezza d'oscillazione. Ciò succede anche e più nettamente a distanze più piccole usando eccitazioni minori.

Questi fatti si spiegano con facilità dopo quelli precedentemente ottenuti: risulterebbe quindi che, anche pei diapason, il rapporto tra la loro ampiezza d'oscillazione e quella nell'aria deve dipendere pure dal valore della prima.

7. — Da quello fin qui esposto risulta che per decidere se l'intensità sonora è proporzionale all'ampiezza o al quadrato di essa, bisogna anzitutto esaminare come dipenda l'ampiezza di oscillazione nell'aria dall'ampiezza d'oscillazione e dalla distanza della sorgente che s'intende adoprare, per vedere, se mai, quale correzione, più comoda o più semplice, sia da apportare ai risultati che poi si ottengono; pel caso del telefono essa non sembra molto certa.

Veramente, per conseguire lo scopo, la sorgente sonora dovrebbe essere una sfera pulsante radialmente e occorrerebbe disporre di un ricevitore che non turbasse l'oscillazione nella superficie d'onda che si esplora; ma realizzare queste condizioni è forse impossibile.

Per sorgenti di forma diversa dalla sferica non si può neanche ammettere che la distribuzione del moto su di una superficie d'onda sia uniforme, specialmente per piccole distanze. Nel caso particolare del telefono non sembra neppure possa ritenersi che sia la sola lamina che dà vibrazioni che destano la sensazione sonora: anche l'imbuto prende parte alla vibrazione; inoltre le oscillazioni della lamina sono in opposizione di fase sulle sue due facce, nè il suono che esse danno può ritenersi semplice.

Per diminuire il più possibile tutte queste ed altre complicazioni e avvicinarsi, in qualche modo, alle condizioni teoriche, bisognerebbe produrre col telefono suoni acutissimi, in un ambiente molto spazioso ed osservare a distanze grandi.

Queste soffrono però una grande limitazione dal fatto che l'intensità della corrente che eccita le vibrazioni della lamina non può superare un certo valore, se non si vuole, come ho già detto, che il magnetismo del nucleo del telefono cresca più rapidamente della corrente.

Riguardo poi alla prima condizione s' incontra la difficoltà seria di ottenere suoni puri, chè il telefono dà facilmente un miscuglio di suoni, se la corrente eccitatrice pulsa rapidamente.

Ho, anche a questo proposito, fatto molte esperienze usando un interruttore costituito da una ruota, con 54 denti, fissata sull'asse d'un motorino elettrico e contro la quale poggia una molla. Variando gradatamente la velocità del motorino, ho scelto quella opportuna per ottenere un suono assai puro, ma non perfettamente: la sua altezza è di circa 1400 v. d.

Con questa nota ho ripetuto tutte le esperienze precedenti e, per brevità, riferisco solo il risultato generale, che può riassumersi così: Tutti i fenomeni complicati precedenti si riproducono, ma riescono meno accentuati; le variazioni notate di $A r$, $A^2 r^2$ o $\frac{A}{r}$, $\frac{A^2}{r^2}$ risultano più piccole, in media all'incirca del 20 %, di quelle ottenute con la nota bassa; riguardo all'esperienza del prof. Stefanini può dirsi che al di sotto di 32 cm. le differenze fra i suoni riescono il più delle volte poco sensibili, al di sopra pare succeda il rovescio, un po' più nettamente che nel caso della nota bassa.

Non mi è stato possibile, aumentando la velocità del motorino, ottenere, coi mezzi di cui dispongo, dei suoni puri; e ne ho prodotti anche di quelli di circa 5000 v. d. In tal caso i tre telefoni adoprati danno un sibilo acuto accompagnato da un miscuglio di altri suoni. Prestando attenzione al primo, ho osservato che la sua intensità decresce rapidamente al crescere della distanza, mentre ciò non succede per la nota bassa. Questo è certo un indizio che le note acute sarebbero da preferirsi, d'accordo col risultato generale riferito sopra.

In conclusione, se per la complicazione dei risultati, le esperienze fin qui descritte non permettono di risolvere la questione che le ha provocate, possono, se non altro, indicare la causa, forse non sospettata affatto o abbastanza, della complicazione, certo non minore, che si osserva nel caso che si adopri il diapason come sorgente sonora. E, a parer mio, possono spiegare anche la grande diversità dei risultati ottenuti, allorchè si è ricercata la legge della propagazione del suono,

intorno alla quale si sono affaticati molti, dal Vierordt a Lord Rayleigh, senza poter concludere nulla di sicuro ¹⁾.

8. — Nello stato attuale delle cose sembrerebbe che per vedere, in qualche modo, se l'intensità sonora è proporzionale all'ampiezza o al quadrato di essa, non restasse che servirsi di suoni a distanza fissa.

Il prof. Stefanini (l. c.), mandando in un telefono le correnti indotte da un solenoide neutro a nucleo non magnetico, ha potuto farlo percorrere da correnti le cui intensità stavano fra loro come 1 : 2 ed ha constatato che le intensità dei suoni generati venivano giudicate esser fra loro nello stesso rapporto ²⁾.

Se l'ampiezza d'oscillazione nell'aria non è proporzionale a quella della lamina telefonica, queste esperienze portano a concludere che l'orecchio non può, in generale, giudicare *con esattezza* quando un suono è doppio o metà d'un altro. Per chiarire questo punto, prima di ripetere le esperienze dello Stefanini, ho voluto vedere in che rapporto stanno le eccitazioni di un telefono quando dà due suoni che l'orecchio giudica l'uno esser d'intensità doppia dell'altro.

Il solito interruttore ad altalena da una parte fa comunicare il telefono con un certo numero di spire indotte, inse-

1) Possono anche render conto dell'influenza che l'intensità sembra avere sull'altezza d'un suono (Broca. Comptes Rendus. Giugno 1897).

2) L'affermazione che un suono ha un'intensità doppia d'un altro dipende dal rapporto che passa tra una percezione (Wahrnehmung dei tedeschi) e l'altra, ed ha per necessario presupposto l'unità di misura, sulla quale ha grande influenza quella che gli psicologi chiamano *cinetesi*.

Nonostante che questa unità di misura sia molto soggettiva, in psicologia si ammette che esista, ed anche i fisiologi ritengono, in generale, che sia possibile riconoscere quando una percezione, se non una sensazione (Empfindung), è doppia di un'altra. Dal lato fisico però non sarebbe corretto il considerare l'intensità del suono, come si fa per l'intensità luminosa, come una cosa definita, per ricercare poi la sua relazione coll'ampiezza di vibrazione. Se non che è da osservare che, nelle esperienze del Prof. Stefanini, si tratta solo di stabilire se un suono che si percepisce è doppio o quadruplo d'un altro, la qual cosa sembra potersi riconoscere, senza pretendere affatto, come giustamente ha notato il Prof. Stefanini, di decidere se una percezione sia o no *precisamente* doppia dell'altra.

In questo senso restrittivo io seguito a dire che un suono è doppio di un altro, il che, specialmente quando da questo giudizio non è possibile trarre deduzioni certe, mi pare possa farci, che altrimenti, sia pure passando al limite, non si potrebbe neanche dire quando due suoni sono uguali.

rendo un reostato nel circuito primario; dall'altra collega le stesse spire con lo stesso telefono, ma include nel primario un altro reostato. Manovrando opportunamente questo o l'altro, si cerca di ottenere due suoni che l'orecchio giudichi d'intensità una doppia dell'altra. Le deviazioni che dopo si leggono al galvanometro, dovendo stare o nello stesso rapporto (se vale la legge della quantità di moto), o come 1:4 (secondo la legge del quadrato), indicheranno in ogni caso la precisione dell'apprezzamento.

- Riferisco la prima serie di esperienze che ho eseguito. Con n indico il numero delle spire indotte congiunte col telefono; d, d' sono le deviazioni del galvanometro, la seconda delle quali si ottiene quando il suono è giudicato d'intensità doppia.

n	d	d'	$2d - d'$
50	51	106,0	— 4,0
	41	74,5	+ 7,5
	76	165,0	— 13,0
30	79	148,0	+ 10,0
	43	72,5	+ 13,0
	28	57,0	— 1,0
	131	254,0	+ 8,0
10	36	65,0	+ 7,0
	24	54,5	— 6,5
	110	230,5	— 10,5

La colonna delle differenze $2d - d'$ mostra che l'orecchio è, per lo meno, assai incerto nel suo giudizio; ma che questo non è corretto, se ne ha la prova diretta in questo modo. Oltre al commutatore precedente, ne ho usato un altro in parallelo; abbassato da una parte esso stabilisce le comunicazioni stesse che opera il primo nella prima posizione; abbassato dall'altra collega le stesse spire con lo stesso telefono, ma include un

terzo reostato in circuito. Le operazioni che faccio si succedono in quest'ordine: col primo commutatore cerco, come precedentemente, di ottenere due suoni che l'orecchio giudica uno, S_1 , metà intenso dell'altro S_2 ; col secondo commutatore nella prima posizione ho lo stesso suono S_1 , nella seconda regolo il terzo reostato in modo che la deviazione al galvanometro sia doppia della precedente; ho un suono S_3 .

Producendo successivamente con rapidità i suoni S_2 e S_3 , il loro confronto, che in tal modo può farsi, ci rivela che essi sono quasi sempre assai differenti, mentre dovrebbero risultare uguali ove l'ampiezza di oscillazione dell'aria fosse proporzionale a quella della lamina e l'orecchio giudicasse con esattezza. Se la prima ipotesi non può ritenersi rigorosa, non può neppure concludersi in favore della seconda, poichè infatti per l'orecchio sono d'intensità una metà dell'altra sia i due suoni S_1 e S_2 , come gli altri S_1 e S_3 .

Ritengo quindi molto giusta l'opinione del Prof. Stefanini che, cioè, non si possa giudicare con *sicurezza assoluta* quando una percezione uditiva è m volte più grande o più piccola di un'altra, e ciò anche per $m = 2$.

9. — Col metodo semplice ed elegante delle figure del Gradenigo ¹⁾, ho fatto anche delle esperienze simili alle precedenti, servendomi del diapason elettromagnetico. Ora il commutatore serve a mandare nell'elettrocalamita due correnti tali che l'ampiezza di oscillazione dell'estremità dei rebbi sia una volta doppia che nell'altra.

Qui però il passaggio da un suono all'altro non avviene rapidamente, ma se si comincia dal più intenso e si mette poi la corrente più debole, dando dei piccoli colpi col dito ad una branca del diapason, si può, circa in un secondo, passare al suono stabile meno intenso.

L'orecchio giudica questo metà intenso del primo, però con una perplessità alquanto maggiore che nel caso del telefono, forse anche perchè non può sentire i due suoni immediatamente uno dopo l'altro.

1) Debbo la microfotografia a ciò necessaria alla gentilezza del Prof. Stefanini, al quale porgo anche qui vivi ringraziamenti.

10. — Siccome però l'errore che commette l'orecchio nel suo giudizio non è poi molto grande, e sembra affatto impossibile di errare allorchè si tratta di decidere se una intensità è doppia o quadrupla d'un'altra, possono tutte queste esperienze, eseguite con suoni a distanza fissa, far concludere senz'altro che la relazione $I = k A$ è da ritenersi, almeno approssimativamente, vera in ogni caso?

Due telefoni danno suoni ugualmente intensi; posti uno a distanza doppia dell'altro, l'orecchio, che li ascolti simultaneamente, giudica uno di intensità doppia di quella dell'altro. Tutto ciò riesce più netto per note basse. Ripetendo l'esperienza a varie distanze, l'orecchio non cambia in complesso il suo giudizio sul rapporto della intensità, ma avverte, nel confronto, delle variazioni di timbro nei due suoni, al crescer della distanza, che lo rendono alquanto incerto. Adoprando un sol telefono con due eccitazioni diverse, si percepiscono i suoni sempre all'incirca nello stesso rapporto d'intensità, ma le variazioni di timbro che si avvertono al mutare della distanza, più specialmente a causa del confronto che si fa, producono qui delle alterazioni differenti sui due suoni che rendono l'orecchio un po' titubante nel suo giudizio.

Da tutto questo risulta che una valutazione più certa potrebbe, se mai, aversi nel caso di suoni semplici¹⁾; il fatto che, in generale, nelle vicinanze d'un corpo sonoro la rapidità del decremento dell'energia cinetica è più cospicua per le lunghezze d'onda maggiori, finisce per rendere incerto il confronto uditivo a qualche distanza.

Ad ogni modo, se con note basse e a piccola distanza dalla sorgente, dovesse ritenersi, come più probabile, che l'intensità sonora è proporzionale all'ampiezza, è da avvertire che ciò non può conciliarsi col principio della conservazione dell'energia che ammettendo o che l'energia che parte dalla sorgente assuma anche una forma diversa da quella del moto oscillatorio, o che le onde sonore non siano sferiche.

Lasciando da parte la prima ipotesi, non perchè impossibile a priori, ma perchè difficile a controllarsi coi fatti, l'altra

1) Non essendo il diapason elettromagnetico accordato con un risonatore U_0 , non ho potuto con questo fare esperienze.

appare più facilmente ammissibile dopo le esperienze che ho sopra descritte.

E perciò, data la forma non sferica delle onde che son generate dalle comuni sorgenti, nelle condizioni in cui di solito vengono usate, può anche, a parer mio, ritenersi che l'intensità fisiologica del suono sia prossimamente proporzionale all'ampiezza di oscillazione del corpo vibrante. Ma non è lecito affermare, per ora, che ciò debba verificarsi del pari nel caso che le onde sonore siano sferiche.

Concludendo può dirsi che la questione se l'intensità sonora sia proporzionale all'ampiezza d'oscillazione o al quadrato di essa, non può ancora ammettersi risolta in generale; e che la prima ipotesi sembra più o meno approssimata nel caso di suoni ad onde non sferiche.

Per realizzare le condizioni che si richiedono al conseguimento dello scopo occorrono due sorgenti sonore speciali: una ad onde sferiche, ed una, pel suo esame, la cui ampiezza d'oscillazione possa variarsi in modo conosciuto.

La prima si potrà ottenere imprimendo un moto vibratorio costante ad un disco occupante un foro di una parete molle, oppure ricorrendo all'arco cantante.

La seconda si ottiene con facilità servendosi d'un comune tubo ad interferenza in cui si sdoppi un suono *semplice*, poichè si può allora ottenere un moto vibratorio risultante la cui ampiezza di oscillazione è una frazione conosciuta di quella dei componenti ¹⁾.

Spero di procurarmi i mezzi per istituire queste esperienze.

R. Liceo Garibaldi.
Napoli, Giugno 1908.

1) Veramente col tubo ad interferenza ho fatto delle esperienze pel confronto di suoni dati dal telefono; ma non avendo potuto disporre d'un suono *semplice*, le variazioni di timbro che avvengono al mutare dell'ampiezza di oscillazione, rendono per lo meno incerti i confronti.

INTORNO AI BATTIMENTI E AI SUONI RISULTANTI.

Dott. GIULIO ZAMBIASI.

1. — Nelle mie ricerche sugli intervalli musicali ¹⁾, mi convenne fare diverse esperienze per conoscere ciò che avviene nei dintorni di essi, cioè quando si alterano per aumento o per diminuzione. I risultati ottenuti contribuiscono a risolvere il problema di coordinare tra loro i battimenti i suoni risultanti e i due suoni primari; intorno al quale da Helmholtz in poi si sono occupati molti insigni fisici.

È noto che König investigò il campo dei suoni da 64 v. s. ad 8000 v. s. per lo studio dei battimenti e dei suoni risultanti di due suoni primari. Un suono di N vibrazioni è tenuto costante mentre un altro suono M si fa salire dall'unissono $M = N$ fino oltre l'ottava $M = 2N$. König sentiva una serie di battimenti il numero dei quali andava da 0 ad N (battimenti inferiori), ed un'altra che scendeva da N a 0, (battimenti superiori). Costatava inoltre che quando, per troppa frequenza non si distinguevano più i battimenti, si sentiva invece un suono il cui numero di vibrazioni era uguale al numero dei battimenti. Siccome König esperimentava ad orecchio e deduceva il numero dei battimenti dalla differenza tra i numeri di vibrazioni dei suoni primari segnati sui coristi antecedentemente graduati; così ho voluto servirmi d'un metodo oggettivo e diretto per verificare i risultati di König, quale è quello della composizione delle vibrazioni di due coristi.

2. — In luogo del metodo meccanico di Dessain per comporre le vibrazioni dei due coristi, ho fatto uso del metodo fotografico il quale permette tutte le combinazioni possibili anche di tre o più suoni. Ho composto parallelamente le vibrazioni dei due coristi proiettando, col metodo di Terquen,

1) Rivista music. It. e Nuovo Cimento.

il movimento risultante; sostituendo allo schermo una lastra sensibile mobile, ottenevo la traccia dello stesso movimento.

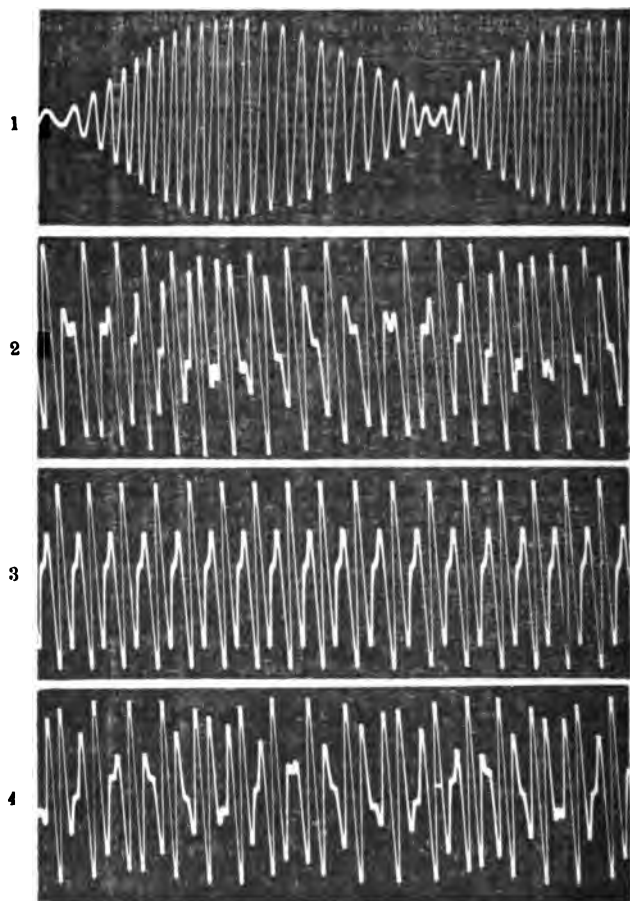


Fig. 1.

La figura 1 contiene la traccia del movimento dei due suoni quasi all'unissono n. 1, della quinta giusta n. 3, e della quinta calante e crescente n. 2, e 4.

Le tracce mettono in evidenza il periodo che definisce il battimento e che è composto di un certo numero di vibrazioni diverse per forma, ampiezza e frequenza. Ciò risponde alla definizione di battimento che si suole considerare come

una vibrazione d'ampiezza periodicamente variabile e che si rappresenta analiticamente con una formola come quella della vibrazione pendolare, colla differenza che in essa sono periodicamente variabili ampiezza e fase ¹⁾.

Questi periodi confermano pienamente l'esistenza della serie da O ad N dei battimenti inferiori di König. Quel periodo che tutti conoscono quando i suoni poco si scostano dall'unisono, continua fino all'ottava ed oltre.

Che il periodo risponda sempre al battimento risulta dal confronto tra la durata del battimento stesso misurata direttamente, e il tempo che impiega il raggio luminoso a descrivere il periodo sulla lastra mobile. Inoltre confrontando la durata del periodo stesso colla durata della vibrazione fondamentale, si trova precisamente che risponde a quella del suono di differenza; cioè il numero dei battimenti al secondo è eguale alla differenza dei numeri di vibrazioni dei due suoni primari.

3. — Ma non è questa una semplice verifica delle esperienze di König. Io ho altra volta fatto notare l'importanza che ha il periodo nella classificazione degli intervalli musicali, caratteristico a ciascuno d'essi per la durata, pel numero di vibrazioni di cui si compongono, e per la sua struttura; ora le tracce dimostrano che i periodi dei battimenti man mano che l'intervallo dei due suoni primari aumenta, si abbreviano, e quando l'intervallo prende un valore semplice, cioè diviene terza, quarta, quinta ecc.; il periodo del dibattimento si confonde col periodo degli intervalli musicali.

Naturalmente sorge il dubbio come possa coesistere la sensazione estetica, così gradita, dell'intervallo musicale, col battimento che lo perturba. Infatti intervallo e battimento sono incompatibili: nelle regioni basse della gamma, dove i periodi non sono sufficientemente frequenti, punto o confusamente si percepiscono gli intervalli, e prevalgono i battimenti; nelle regioni strettamente musicali i battimenti divengono suoni e

1) Helmholtz componendo parallelamente le due vibrazioni: $v = A \sin 2\pi m t$, $v' = B \sin [2\pi n t + c]$; dà al movimento risultante la forma:

$$V = C \sin [2\pi m t - s]$$

che è l'equazione della vibrazione m , dove l'ampiezza C e la fase s sono periodicamente variabili.

l'intervallo che questi suoni fanno coi primari è semplice più del primario stesso.

4. — Le tracce della composizione dei due suoni primari ci fanno vedere sotto un' altro aspetto l' antagonismo dell' intervallo musicale col battimento. Gli intervalli semplici hanno battimenti propri, diversi dalla serie sopra descritta, quando si alterano per aumento o per diminuzione. La figura seguente presenta la ottava giusta n. 2, la ottava crescente e la cantante n. 1, e 3.

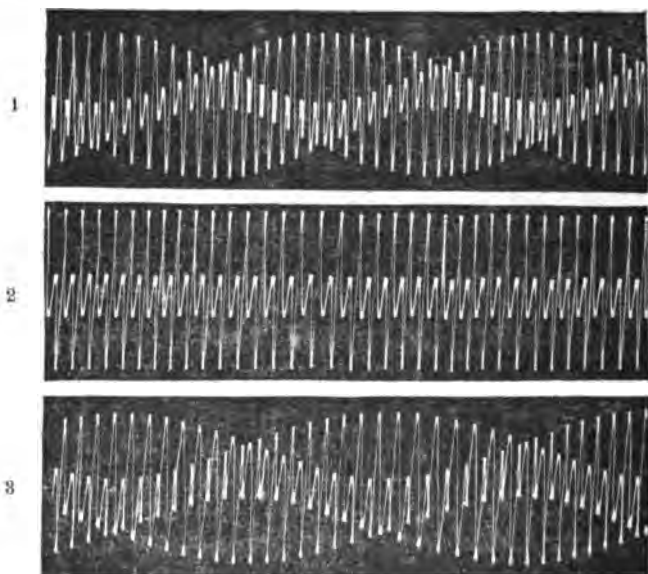


Fig. 2.

Si vede che come la vibrazione è causa elementare dell' unissono e la sua variazione periodica produce battimento; così per la ottava esiste un periodo d' un gruppo di vibrazioni, le cui variazioni producono battimento. Anche le tre tracce della quinta (Tav. I) presentano gli stessi caratteri vi si vede il periodo variare periodicamente di posizione e di forma. Questa nuova variazione o battimento dell' intervallo semplice difficilmente si trasforma in suono; perchè non raggiunge la necessaria frequenza, donde l' asprezza d' un inter-

vallo stonato. Ho misurato la durata dei battimenti, e il tempo necessario a descrivere la traccia tra due fasi eguali, e trovai che erano eguali.

Ne segue che in vicinanza degli intervalli musicali vi sono due sorta di battimenti uno proprio dell'intervallo che cessa quando diviene esatto, e l'altro della serie da 0 ad N che si percepisce come suono, che stona finchè l'intervallo non divenga esatto.

5. — Che i battimenti diano origine a suoni quando hanno sufficiente frequenza, nessuno dubita; quanto all'origine dei suoni risultanti differenziali, io mi limito a riferire quei fatti che ho incontrato pei quali apparisce che essa si deve ai battimenti. L'apparire del suono risultante coincide col cessare del battimento, e le tracce fotografiche segnano con continuità la stessa causa. Non è un nuovo fenomeno fisico che succede; ma è una diversa sensazione; non altrimenti che quando si passa da una vibrazione lenta ad una vibrazione rapida. Entro certi limiti di frequenza l'orecchio distingue gli impulsi e sente il suono. I battimenti e i suoni differenziali si prestano ad esperienze analoghe che ce li fanno conoscere come fenomeni della stessa origine e natura.

Boussinesk e Terquem constatarono che se due suoni si percepiscono separatamente uno per orecchio non s'intendono i battimenti; io ho applicato la stessa esperienza a due suoni forti ed acuti. Essi producono un suono differenziale assai chiaro, quando le loro onde sonore s'incontrano nell'aria prima di giungere all'orecchio; ma non ho mai inteso quel suono, quando i due primari giungevano separatamente ai due orecchi.

Similmente come il battimento si ottiene con suoni di diversi strumenti, così io ho fatto suonare successivamente la scala sull'armonium e con un corista tenuto a mano (senza risonatore) sentiva assai bene la serie dei suoni risultanti. Ciò esclude la ipotesi di Helmholtz che attribuisce i suoni differenziali a fenomeni d'influenza.

Inoltre con un corista tenuto a mano, del tono presso a poco del battimento, ho inteso cambiare ritmo allo stesso, cioè, il battimento del battimento. Analogamente componendo

il suono differenziale col corista s'intendono i battimenti, e s'intendono pure quando suonano due differenziali poco diversi tra loro. Tuttociò dimostra che il battimento e il suono differenziale hanno le stesse proprietà e si comportano come il suono della vibrazione pendolare, benchè il movimento periodico che li produce non sia vibrazione semplice, ma un gruppo di vibrazioni.

6. — Anche rispetto all'intensità dei suoni primari i battimenti e i suoni risultanti si comportano allo stesso modo.

Come il battimento cessa quando l'intensità d'un suono prevale sensibilmente su quella dell'altro; così il suono differenziale si spegne non appena la differenza d'intensità si accentua. Il fenomeno è assai distinto tra due coristi dei quali uno mantiene assai più a lungo la propria vibrazione; si sente scomparire il suono differenziale, e poi spegnersi il corista debole.

Una delle obiezioni che si fa contro l'ipotesi che i suoni differenziali sieno suoni di battimento, è la loro debole intensità paragonata a quella dei primari e dei battimenti. Già König fece notare che due suoni di eguale ampiezza di vibrazioni non sono egualmente intensi se sono di diversa altezza; ma il più basso è il più debole. Io ho sempre osservato che man mano che i due suoni primari si scostano, l'intensità dei battimenti va sensibilmente diminuendo. L'esperienza riesce bene confrontando un corista coll'Harmonium dove si può variare prontamente l'intervallo.

Un fenomeno connesso a questo è quello che si osserva nell'accordare due suoni secondo un dato intervallo, come ottava, quinta, ecc.; che quando l'intervallo è preciso l'intensità rimette sensibilmente e ciò si considera come indizio di precisione. È ciò che ci figuriamo confrontando nelle due tavole le tracce della ottava e della quinta dai periodi simmetrici, colle tracce degli stessi intervalli alterati.

Ma le tracce ci fanno vedere perchè non solo i battimenti, ma anche i suoni primari perdono d'intensità.

Innanzitutto, anche nel caso più favorevole di due suoni vicini di eguale ampiezza di vibrazione, è inesatto dire che il battimento è quattro volte più intenso, quando anche fosse

vero che l'intensità è proporzionale al quadrato delle ampiezze; perchè tutt'al più una sola vibrazione per battimento potrà, avere doppia ampiezza. Ora, una vibrazione non dà suono, le altre vanno degradando.

Ma quel che più importa notare è che come v è nel gruppo una vibrazione di ampiezza massima; così v' è una vibrazione d'ampiezza minima, che fa una vera intermittenza o interruzione dei due suoni primari, ai quali viene periodicamente smorzata una o più vibrazioni. Ora è chiaro che un suono diviene tanto più debole quanto più frequentemente gli vengono sottratte delle vibrazioni. Alla loro volta i suoni risultanti sono di battimenti e quindi suoni d'intermittenza, dove non solo è sottratta periodicamente una vibrazione; ma mortificate anche le altre costituenti il periodo elementare. Ciò appare chiaro dalla traccia della quinta dove delle tre vibrazioni del suono superiore una manca, le altre si confondono colle due del suono più basso pure disuguali tra loro.

7. — Due casi vi sono di battimenti e suoni risultanti che non entrano nella classificazione fatta e dipendono dalla composizione di due suoni semplici.

König riconobbe che oltre la serie principale di battimenti che va da O ad N , v' è una seconda serie che va da N ad O . Egli crede che questa seconda serie si debba, alla composizione del suono mobile M coll'ottava $2N$ del suono fondamentale N . Infatti il numero dei battimenti è dato appunto dalla differenza $2N - M$. Ma questa coincidenza non ispiega nulla; perchè in verità il suono $2N$ non esiste affatto; esistono invece i tre suoni N , M , ed $N = M - N$, risultante o battimento.

Ora se in luogo di $2N - M$ scriviamo: $N - (M - N)$ avremo precisamente la serie che va da N a O dei battimenti superiori di König come si vede sulla seguente:

TAVOLA.

Rapporti M : N	Battim. di I ordine (inferiori)		Battim. di II ordine (superiori)	
	M - N	durata	N - (M - N)	durata
1 : 1	0		1	0
10 : 9	1	9	8	1,12
9 : 8	1	8	7	1,14
6 : 5	1	5	4	1,25
5 : 4	1	4	3	1,33
4 : 3	1	3	2	1,5
7 : 5	2	2,5	3	1,66
3 : 2	1	2	1	2
8 : 5	3	1,66	2	2,5
5 : 3	2	1,5	1	3
7 : 4	3	1,33	1	4
16 : 9	7	1,28	2	4,5
15 : 8	7	1,12	1	8
2 : 1	1	1	0	
3 : 1	2	0,50		

Gli intervalli sono disposti così, che vanno crescendo dall'unissono all'ottava e più. La durata di ciascun battimento non è espressa in secondi, ma ha per unità di misura la durata della vibrazione fondamentale. Ho distinto le due serie in battimenti di 1° e 2° ordine, perchè mentre la prima deriva direttamente dai due suoni fondamentali, come appare anche dalle tracce; la seconda nasce da un suono fondamentale e dai suoni della prima serie, e nella composizione dei due movimenti fondamentali non si vede traccia di essa. Queste due serie si sentono nelle regioni basse della gamma, come battimenti; ma è facile ad ognuno riprodurle come suoni risultanti eseguendo coll' Harmonium la detta serie d' intervalli sull'ottava alta do₄.

8. — Un' altro caso di battimenti e suoni risultanti è questo: finchè i due suoni principali sono vicini all' unissono, fanno sentire distintamente due sorta di battimenti, dei quali il principale è incirca all' unissono con essi, e l' altro all' ottava alta, che batte alternatamente col primo. Sarebbe questo un suono di somma delle due vibrazioni fondamentali? Non si può considerare come battimento dei due primi armonici, perchè dovrebbero produrre un numero doppio di battimenti. Inoltre questi secondi battimenti si sentono egualmente bene con due coristi, che sull' Harmonium o con due canne d' organo.

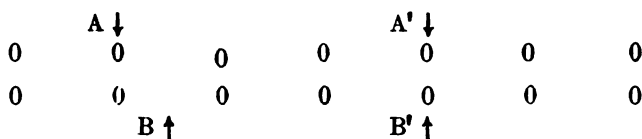
Siccome il battimento primario risponde al massimo d' ampiezza della vibrazione risultante, così l' altro risponde al minimo, cioè all' istante in cui si avrebbe silenzio; perchè le due vibrazioni principali sono in opposizione di fase. Allora nulla vieta di pensare che l' orecchio percepisca separatamente i due suoni le cui vibrazioni pervenendo alternatamente, danno all' orecchio doppio numero d' impulsi isocroni per un tempo più o meno lungo secondo la durata dei battimenti, producendo un suono intermittente ¹⁾. Ecco qualche prova della mia spiegazione.

Se dalla serie di forellini equidistanti sul disco d' una sirenna, ne sottraggo due sì e due no, o tre sì e tre no, e così di seguito; il suono fondamentale non cessa, quando contro i gruppi di forellini restanti si soffia un getto d' aria; ma esso diviene intermittente e tanto più debole quanto più piccolo è il numero di forellini costituenti il gruppo. Contemporaneamente si sente il battimento o suono d' intermittenza dipendente dal numero dei gruppi. Inversamente König e molti altri ottenevano lo stesso fenomeno sottraendo periodicamente all' orecchio un gruppo di vibrazioni del corista e si osservava che il numero delle interruzioni non poteva oltrepassare un certo limite senza spegnere il suono. Io ho provato più volte se potevo avere sensazione di suono con due soli forellini, ma con esito incerto; con tre sì, e con quattro fuor di dubbio; già s' intende sopprimendo tutti gli altri forellini della serie.

1) Ciò si può mettere in evidenza colla rappresentazione grafica dei battimenti usata da Helmholtz. Ph. de la musique, cap. VIII, pag. 207.

Ma la prova decisiva è nella seguente esperienza.

Se è vera l'ipotesi, io pensai, due suoni all'unissono in opposizione di fase dovrebbero far sentire il suono all'ottava alta, per la stessa ragione che l'orecchio riceverebbe doppio numero d'impulsi. Infatti è così: ho costruito un disco con due serie eguali di forellini, ed ho disposto i getti d'aria in modo che mentre uno soffiava contro il forellino, l'altro soffiava nel mezzo dell'intervallo di due forellini; come nella figura seguente:



dove le frecce rappresentano i getti d'aria e la loro posizione rispetto ai buchi.

Facendo soffiare contemporaneamente i due getti A e B, si sentono distintamente due suoni, uno corrispondente al numero dei buchi di ciascuna serie; l'altro all'ottava alta; mentre se si fanno soffiare contemporaneamente come in A' e in B' s'intende solo il suono fondamentale rinforzato.

Questa esperienza si fa più semplicemente disponendo contro una stessa serie di buchi i due getti come segue:



A prima vista sembra che soffiare alternatamente contro una stessa serie equivalga a raddoppiare i buchi della serie; ma non è così. Sia n il numero di buchi: con un sol getto, per un giro al secondo, si avrà, il suono n , e a un doppio numero di buchi risponderà il suono $2n$ all'ottava; ma con due getti alternati contro la serie n s'intendono due suoni; cioè n e $2n$. L'orecchio percepisce analiticamente e sinteticamente l'azione dei due getti d'aria contro la stessa serie.

Ma questa esperienza si può generalizzare: se dividiamo l'intervallo tra due forellini d'una stessa serie, in: 2, 3, 4, 5..... parti eguali, e inseriamo uno, due, tre, quattro, cinque.....

getti d'aria che soffino contemporaneamente; oltre al suono fondamentale n , s'intendono i suoni della serie armonica: $2n, 3n, 4n, 5n, \dots$. Quest'esperienza è assai importante per lo studio dell'influenza della fase sull'effetto della combinazione di due suoni ¹⁾.

Il fenomeno, assai noto, che, col porre sulla stessa camera d'aria due canne d'organo eguali all'unissono, non si ottiene un rinforzo del suono fondamentale, ma si produce il suono all'ottava alta; si spiega con questa teoria, supponendo che suonino in opposizione di fase, cioè l'aria soffi alternatamente nelle due canne per una legge d'equilibrio dinamico che potrebbe essere anche più generale variando i periodi o intermittenze dei getti.

9. — Riassumendo si possono enumerare i fenomeni derivanti dalla composizione di due suoni semplici: 1° battimenti dell'unissono e battimenti degli intervalli semplici; di questi si vedono le tracce nella composizione delle due vibrazioni e si conoscono indipendentemente dalle sensazioni che producono sull'orecchio. 2° battimenti derivanti dalla 1ª serie che si combina con un suono primario, e battimenti dei battimenti. 3° battimenti all'ottava finchè i due suoni primari poco si scostano dall'unissono. L'esistenza di questi altri si conosce solo dalla sensazione che producono, perchè, come fenomeni secondari, non lasciano traccia di sè sulle immagini ottiche.

10. — Da queste minute e varie esperienze, sopra tutto tenendo conto degli studi e ricerche recenti su questo argomento; si può concludere che il battimento è il fenomeno più generale e diretto che nasca dalla composizione di due movimenti periodici semplici.

Se teniamo fisso un suono e un altro partendo dall'unissono percorre tutta la gamma dei suoni; si crea un nuovo movimento periodico, che ha un proprio periodo dipendente dall'intervallo dei due suoni ed è causa di battimento. Pare

1) È da qualche tempo che mi occupo di questa ricerca. Per molte ragioni mi son fatto la convinzione, che la facoltà risolutiva dell'orecchio, per la quale discerniamo secondo la loro altezza i suoni formanti accordo musicale; si debba principalmente attribuire al fatto che noi percepiamo quei suoni in fasi diverse a causa dell'audizione binaurale.

che la natura confronti le due vibrazioni o periodi sotto l'aspetto dell'isocronismo; chè non appena esso cessa, col battimento vien segnata la legge con cui variano la durata dei due periodi e le rispettive fasi.

Un analogo fenomeno pure oggettivo nasce dal confronto d'una vibrazione d'un suono isocrona con due dell'altro, di due isocrone con tre, di tre con quattro e così via, per un numero limitato di rapporti semplici. Sono questi che costituiscono il materiale musicale e che producono una sensazione estetica che appartiene ad un altro ordine di fenomeni; mentre il battimento si può intendere senza alcuna qualità artistica dell'orecchio. È questa un'altra prova che la scelta di questo materiale artistico non è convenzionale, ma dettata dalla natura.

Quanto ai suoni risultanti, essi non mutano punto la natura delle cose; i battimenti sono sempre battimenti, le loro immagini grafiche mostrano sempre un periodo dove si vedono vibrazioni di massima e di minima ampiezza; che noi percepiamo i battimenti come sensazione discontinua o continua, ciò dipende dalla costante del tempo dell'orecchio ¹⁾.

È curioso il notare che, se oggettivamente il battimento invade tutto il campo dei suoni, non è così della nostra sensazione. La serie di 1° ordine da O ad N è chiara nelle regioni basse, tanto che gli organari sono riusciti a sostituire il suono che darebbe un principale di 32 piedi, col suono differenziale prodotto da due canne, cioè da un principale di 16 piedi, e una quinta di 10,5. Parimenti nelle regioni alte, dalla, in su, i suoni differenziali delle due serie si fanno sentire sempre più forti fino verso il limite dei suoni. Al contrario nella regione media si ha una sensazione perfetta degli intervalli musicali, e della durezza loro quando si alterano, per

1) La costante dei sensi è il tempo richiesto a formare la sensazione (da $\frac{1}{15}$ ad $\frac{1}{20}$ di secondo). Se questo tempo per l'orecchio si abbreviasse ad $\frac{1}{100}$ di secondo, il campo musicale dei suoni si sposterebbe; perchè percepiremmo le vibrazioni dei suoni bassi come urti. Così il fisico considera l'orecchio come ricevitore dei suoni; senza ricorrere ad ipotesi sulla struttura interna, dove si confondono fenomeni fisici e fisiologici. Vedi Nuovo Cimento, S. V, V. IX. Un capitolo di acustica.

i propri battimenti: ma i suoni o battimenti delle due serie non si sentono se non usando i sussidi delicati della fisica. I battimenti di questa regione cadono in quel campo neutro dell'orecchio, dove non si percepisce bene il battimento nè come urto nè come suono.

Da ultimo faccio osservare l'importanza che ha il battimento come mezzo di misura di precisione nel confronto di due suoni, e specialmente per gli intervalli musicali dove il senso artistico tanto è fine nel sentire il bello, tanto è indeciso nell'apprezzare la grandezza. Il battimento è sotto questo aspetto, puro fenomeno fisico; è una riduzione d'un periodo di grande frequenza ad un altro lento, che è comodamente discernibile ai nostri sensi; perchè una vibrazione di brevissima durata dà luogo ad un battimento di lunga durata. Ne darò un esempio di applicazione nel seguente capitolo.

11. — Il D. E. A. Kielhauser nella sua monografia intorno al corista, dopo un'accurata critica dei metodi per determinare il numero di vibrazioni, conchiude col dire che il migliore per semplicità e precisione è il *metodo dei battimenti ottici* delle figure di Lissajous. Siccome io avevo sempre avuto poca fiducia del *metodo dei battimenti acustici*, e d'altra parte questo è più alla mano e in certi casi il solo possibile; così ho voluto fare il paragone diretto dei due metodi per assicurarmi se a *pari condizioni* sia o no indifferente contare i battimenti ascoltando *ad orecchio* ovvero osservando *ad occhio* l'immagine ottica. Ho scelto perciò un caso non tanto favorevole poichè i due coristi non vibrano sensibilmente più di venticinque secondi. Contava alternatamente dieci volte ad occhio, dieci volte ad orecchio quanti battimenti producevano in quel tempo, facendo settanta misure per ciascun senso. In seguito ho calcolato col metodo dei minimi quadrati la durata d'un battimento e quindi la differenza di vibrazioni dei coristi.

Segnando con ν il numero dei battimenti nel tempo t di una misura, sarà: $\mathfrak{S} = \frac{t}{\nu}$ la durata d'un battimento, e $N = \frac{\nu}{t}$ il numero dei battimenti al secondo. Per conoscere più davvi-

cino l'errore commesso nel misurare questo numero; derivò rispetto a t trascurando il segno :

$$dN = \frac{v dt}{t^2} = \frac{v}{t} \left(\frac{dt}{t} \right).$$

Questa relazione fa vedere che l'errore finale non dipende solo dall'errore personale dt nell'uso del contasecondi; ma ancora dalle condizioni iniziali dell'esperienza. Siccome io volevo fare il confronto degli errori personali; così le altre condizioni erano eguali per i due sensi in ogni misura comparativa.

I risultati sono raccolti nella seguente :

TABELLA.

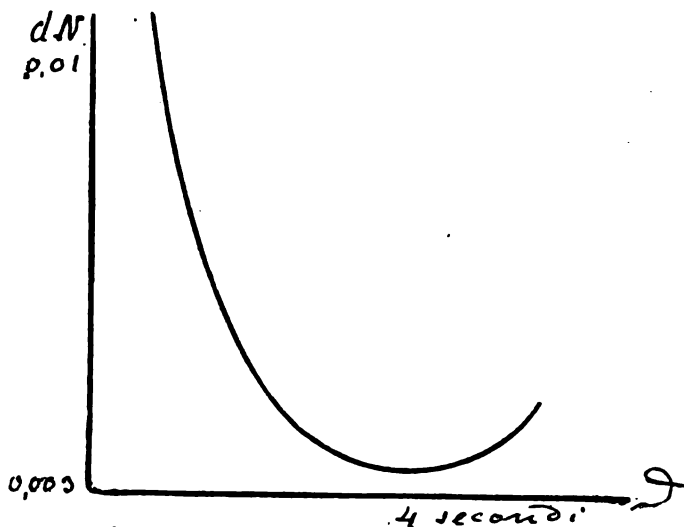
Misure	Batt.	Tempo t	Durata $= \frac{t}{v}$	N.° al secondo $= \frac{v}{t}$	$dt =$	$v dt$	$\frac{v dt}{t^2}$	Diff. milles.
I ottica acustica	10	22,38	2,238	0,456	0,2411	2,411	0,00481	0,61
	10	22,44	2,244	0,454	0,2731	2,731	0,00542	
II ottica acustica	4	23,45	5,863	0,170	0,6700	2,680	0,00487	0,11
	4	24,10	6,025	0,166	0,7233	2,893	0,00498	
III ottica acustica	14	20,15	1,438	0,694	0,1946	2,724	0,00670	0,39
	14	20,26	1,441	0,691	0,2081	2,913	0,00709	
IV ottica acustica	24	20,29	0,845	1,182	0,1842	4,421	0,01070	0,60
	24	20,19	0,837	1,188	0,1727	4,145	0,01010	
V ottica acustica	6	22,15	3,961	0,270	0,3395	2,037	0,00414	0,05
	6	22,11	3,685	0,271	0,3392	2,035	0,00419	

Come si vede, le prove comparative sono cinque, la durata t della misura è presso a poco eguale in tutte avendo tratto profitto di tutto il tempo utile poichè l'errore finale è nell'inversa del quadrato di esso. Quindi le cinque prove diffe-

riscono pel numero dei battimenti ν che stabiliva inizialmente; cioè si vede meglio dalle colonne 4^a e 5^a che segnano la durata d'un battimento e il numero dei battimenti al secondo, ossia la differenza dei numeri di vibrazioni dei due coristi.

L'ordine della prova è cronologico, perchè si veda il progresso dell'orecchio meno abituato a contare i battimenti, ciò che apparisce dalle differenze paragonate alle condizioni iniziali di ciascuna prova.

12. — Sia nel metodo ottico sia nel metodo acustico, la massima precisione o minimo errore, si ha quando i battimenti sono assai lenti *della durata incirca di quattro secondi ognuno*. È tanto notevole questa regola per stabilire le condizioni iniziali, quando sono in nostro arbitrio, ovvero per saper dare il giusto peso alle misure; che quando il battimento durasse un secondo in luogo di quattro secondi, l'errore finale sarebbe raddoppiato. Lo stesso dicasi per i battimenti troppo lenti come appare dal seguente diagramma che indica l'andamento dell'errore dN colla durata ϑ dei battimenti.



Non vorrei che si pensasse che queste misure rappresentino la massima precisione assoluta; aumentando il numero

delle letture l'errore finale può portarsi a meno d'un millesimo di vibrazioni.

13. — La prima conclusione importante è questa, che a parità di condizioni v'è perfetta eguaglianza tra l'occhio e l'orecchio in queste misure di precisione. Infatti l'errore minimo delle misure è di quattro millesimi di vibrazioni, mentre la differenza massima tra i due metodi è di sei decimillesimi, cioè fuor dei limiti degli errori di misura.

Il dubbio di poter avere così decisivo risultato sorgeva dalla difficoltà per l'orecchio di fissare una data fase del battimento massimamente quando è lento, e non si distinguano i colpi di massima intensità o i silenzi, a causa della diversa intensità dei suoni primari; mentre per l'occhio è facile sempre fissare una data fase della figura nella sua rotazione.

Difatti v'è un caso limite importantissimo, in cui non si tratta di misura comparativa, ma di intonare perfettamente due coristi, a un dato intervallo p. e. all'unissono, dove l'orecchio è da meno assai dell'occhio. Certamente il metodo ottico in questo caso è perfetto, perchè sulla figura si può osservare il minimo mutamento di fase. Nelle molte intonazioni dei coristi normali (870 v. s.) che con una sola eccitazione vibrano sensibilmente per cinquanta secondi, ho potuto eguagliarli in modo, da non aver indizio di battimenti in quel tempo quindi con errore a meno di 0,02 di vibrazione. Quando i due coristi facevano un battimento ogni sette secondi, io ed altre persone distinguiemmo quale dei due era più alto. La stessa prova feci con due coristi di 1740 v. s. che si distinguevano ad orecchio quando facevano un battimento ogni quattro secondi.

Questi due casi porterebbero un errore medio di 0,3 su mille vibrazioni doppie.

Se non che l'intonazione di due coristi si può ridurre al caso di massima precisione delle misure sopra descritte con errore di millesimi di vibrazione, dove non si fa uso della facoltà artistica dell'orecchio. Abbiasi un corista A che faccia col prototipo un battimento ogni quattro secondi; per accordare un corista B col prototipo, basta ridurlo in modo che faccia col corista A un battimento ogni quattro secondi nello

stesso senso del prototipo. Siccome i due confronti si possono fare con errore a meno d'un millesimo, così l'intonazione si farà tutt'al più colla somma dei due errori, cioè a meno di due millesimi di vibrazione.

14. — Credo utile far cenno d'un altro genere di battimenti, perchè si presta a misure interessanti. Supponiamo di avere un pendolo che batta i secondi e un'indice d'orologio che faccia un giro al secondo. Vi sarà perfetta intonazione, se, p. e., ogni volta che intendiamo coll'orecchio battere il pendolo, vediamo coll'occhio l'indice dell'orologio passare innanzi alla divisione 60. Ma se il pendolo ritarda p. e. d'un sessantesimo di secondo si avrebbe un battimento al minuto tra il fenomeno acustico e il fenomeno ottico. Noi però ce ne accorgiamo subito, perchè quando il pendolo batterà la quinta volta si vedrà l'indice passare innanzi alla quinta divisione, e alla sessantesima l'indice passerà innanzi alla divisione 60, ma avrà compiuto sessantuno giri. Ognuno vede che con questo metodo dei battimenti misti per cui si accoppiano i due sensi vista e udito, è possibile apprezzare prontamente una frazione di secondo, assai più piccola di quella che si ottiene col contasecondi, dove si richiede una doppia azione muscolare per aprire e chiudere lo scatto che ubbidisce più o meno prontamente. Coll'attenzione e colla pratica per questo metodo si riesce ad apprezzare il ventesimo di secondo in soli dieci o al più venti secondi.

Il vantaggio grande che se ne può ricavare, consiste nell'abbreviare la durata dell'esperienza. Per es. l'intonazione o accordatura dei cronometri, che richiede in generale un tempo lungo; si può in questo modo ottenere prontamente e con grande precisione. Ma è soprattutto da trarne profitto in quei casi in cui l'allungare l'esperienza è causa di errori di altro genere. Come avviene nella misura del numero assoluto delle vibrazioni d'un diapason, dove è necessario mantenere la temperatura costante e il moto uniforme dell'apparecchio, cosa difficile ad ottenersi per sei ed otto ore: per cui ciò che si guadagna in precisione nella misura dei secondi, si perde nella variazione della temperatura e del movimento.

NUOVE MACCHINE PNEUMATICHE ROTATIVE A MERCURIO ¹⁾.

Nota del Prof. FORTUNATO FLORIO.

Le macchine pneumatiche a mercurio, che mi propongo di esporre in questa nota, sono fondate sopra un principio nuovo, al quale sono arrivato, cercando di migliorare quelle altre mie, che ho già descritte ²⁾ e da cui differiscono profondamente. Due anni dopo ch'io ebbi rese note queste mie macchine, il Prof. Kaufman ne pubblicò un'altra ³⁾, che le richiama in modo evidente; e dopo ancora il Dott. Gaede ne fece conoscere un'altra ⁴⁾ assai più pratica. Ma i risultati, che ho ottenuti con quelle, di cui mi propongo occuparmi, sono stati tali da farcele ritenere preferibili sotto tutti i riguardi ad esse e a tutte le altre al presente in uso, per cui ho ragione di sperare che sarà loro fatta buona accoglienza.

Principio generale. — « Si abbia un tubo di vetro piegato in guisa da formare un circuito chiuso; abbia inoltre una configurazione tale che, facendolo girare sempre nello stesso senso attorno ad un asse conveniente, una parte del mercurio in esso contenuto rimanga costantemente in un suo tratto, impedendo il passaggio dell'aria, mentre l'altra vi scorra, facendo da stantuffo. È evidente che così vengono a formarsi due concamerazioni, l'una crescente, decrescente l'altra, ricostituentesi ad ogni giro. Stabilendo una comunicazione permanente tra la 1^a e un recipiente chiuso, e ponendo nel tubo una valvola in una posizione tale che per suo mezzo l'aria racchiusa nella 2^a possa essere completamente espulsa, si avrà

1) L'autore accetterebbe offerte per utilizzare il brevetto preso di queste macchine.

2) V. Nuovo Cimento, aprile 1903; Journal de Physique, gennaio 1904; Physikalische Zeitschrift 5 Jahrgang. No. 15. Seite 462-467.

3) V. Zeitschrift für Instrumentenkunde. Mai 1905.

4) V. W. Gaede, Physikalische Zeitschrift, VI, 1905.

nel recipiente suddetto una rarefazione crescente, che può raggiungere gli estremi limiti, ed un' espulsione di aria ad ogni giro ».

Le macchine pneumatiche, che si fondano su questo principio, funzionano dunque con moto rotatorio, che può anche essere uniforme, sempre nello stesso senso. Se si fa uso anche di una macchina pneumatica ausiliaria, che faccia una prima rarefazione sino a qualche centimetro, esse richiedono una piccola quantità di mercurio, e per questa ragione, e perchè non vi sono urti veri e propri contro le pareti del tubo, si possono loro imprimere velocità considerevoli, per cui sono molto rapide. Il peso del mercurio che rimane nel tratto suddetto potendo essere controbilanciato con altro peso, fissato al tubo dalla parte opposta, il mercurio, che fa da stantuffo, rimanendo sempre nella parte più bassa del tubo, il lavoro richiesto dalle mie macchine è insignificante. I pericoli di rottura per azione del mercurio interno, come ho potuto constatare nei modelli da me costruiti, nei quali ho diverse volte fatto entrare rapidamente l'aria esterna, quasi non esistono. L'aria viene espulsa in ambienti rarefatti, il che permette di raggiungere le rarefazioni più spinte.

Essendo fatte di vetro si può ben vedere quello che avviene nel loro interno. Facendo le valvole nel modo che dirò, descrivendo i modelli costruiti, si può misurare il grado di rarefazione raggiunto senza bisogno di alcun vacuometro speciale. Il mercurio vi si può mantenere asciutto e pulito. Infine dirò che per le ragioni avanti esposte e per la semplicità del principio generale su cui sono fondate, si possono costruire delle macchine semplici, ben solide, di dimensioni assai comode e poco costose.

Per meglio chiarire il principio generale esposto, per dare degli esempi di realizzazione di esso, e per verificare le affermazioni generali fatte, descriverò due macchine, che ho costruite, e riporterò i risultati che esse mi hanno dato.

Macchina A. — È rappresentata nella Fig. 1 a $\frac{1}{11}$, della sua grandezza naturale. Il tubo principale è rappresentato da A B C D E F G A, che è per $\frac{3}{4}$, circa (tratto A B C D E) circolare

ed ha il diametro interno di cm. 3, e per il resto (tratto EFGA) ha la forma disegnata, ed il diametro interno di cm. 2,2. L'intero tubo è internamente tangente ad un cilindro a base circolare di cm. 45 di diametro, il cui asse, che è

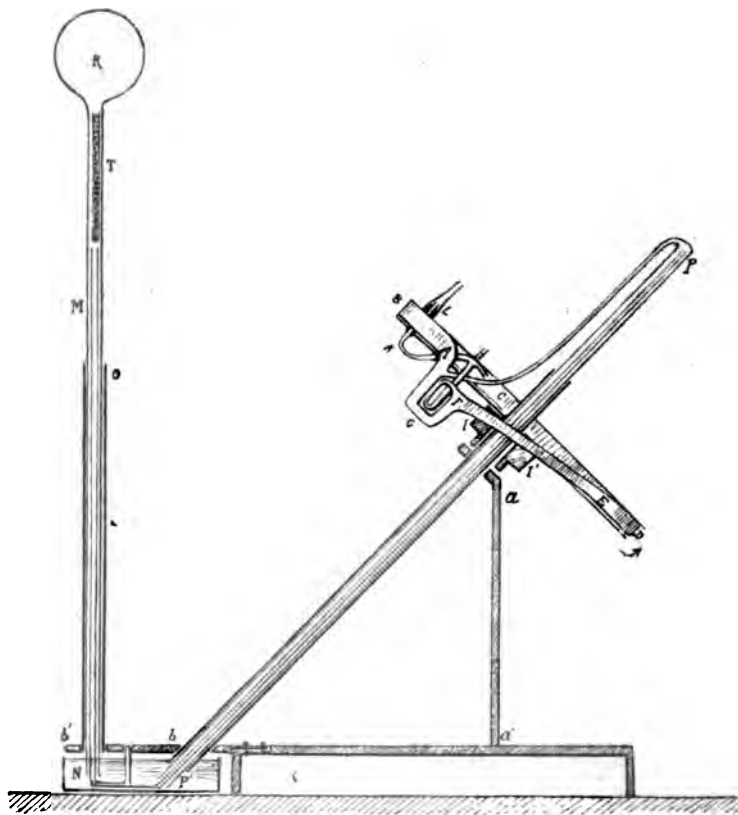


Fig. 1.

appunto l'asse di rotazione della macchina, ha la direzione PP' . Il tubo ABCDEFGA è fissato a 3 sbarrette, avvitate in senso radiale e con simmetria ad un manicotto metallico II' , nel cui interno è collocata e saldata una canna d'acciaio di cm. 2 di diametro, avente la direzione PP' . Tale canna è girevole entro 2 fori praticati in due sbarre aa' e bb' , avvitate al piede della macchina, e ne racchiude un'altra di vetro PP' , che in alto comunica con ABCDEFGA nel modo disegnato, e in

basso pesca nel mercurio contenuto in una vaschetta. Il recipiente R da vuotare è saldato ad una canna di vetro MN, che poggia, mediante un anello O ad essa masticiato, su di una canna di acciaio, avvitata a $b\ b'$; in basso MN pesca nel mercurio della vaschetta suddetta.

La comunicazione tra R e A B C D E F G A è fatta da un tubo di vetro con 3 tratti rettilinei, di cui il 1° collocato in MN, il 2° immerso nel mercurio della vaschetta e fissato a $b\ b'$ ed il 3° entro a PP'.

La valvola è rappresentata dalla porzione FH dell'appendice in vetro F H K L: essa ha 2 tratti paralleli a PP', il 1° dei quali ha il diametro interno di mm. 1,5 e cm. 4 di lunghezza, e l'altro il diametro di 1 cm. Il tubicino, che nella figura si vede partire da H, andando verso destra, si prolunga con un tubo chiuso, non disegnato, della capacità di $\frac{1}{10}$ di litro circa; quello invece che da H va verso sinistra ha nel tratto più basso il diametro di 1 mm., e termina con un tratto K L di 8 mm. di diametro, masticiato in un tubo metallico a pareti spesse, fissato ad una delle 3 sbarre partenti da I I'. In MN è collocato un tubo T d'assaggio con anidride fosforica.

Funzionamento. — Per L K H F ho introdotto Kg. 2,7 di mercurio in A B C D E F G A, poi ho introdotto in L K un pezzettino di mastice, ed ho innestato al tubo K L un tubo di caucciù proveniente dalla macchina pneumatica ausiliaria. Dopo aver portato F G A nella sua posizione più bassa, girando in senso contrario a quello della freccia l'ho portato nella sua posizione più alta, ed allora ho constatato che vi era rimasto tanto poco mercurio che L K comunicava liberamente con R.

Mantenendo F G A in questa posizione, ho messo in azione la macchina ausiliaria, ed ho portata la tensione in R al minimo possibile, che è stato di cm. 1,5. Poi mi son messo a girare la mia macchina sempre nel senso della freccia, avendo cura di tanto in tanto di levare con l'ausiliaria l'aria da essa espulsa, ed ho visto che le cose procedevano come sono esposte nel principio generale enunciato: una parte, cioè, del mercurio restava in F G A, impedendo sempre il passaggio dell'aria, mentre l'altra scorreva nel tubo principale.

facendo da stantuffo; ad ogni giro l'aria della 2^a concamerazione veniva completamente espulsa, nè mai ritornava indietro; e non si avevano urti veri e proprii del mercurio contro le pareti del tubo, anche quando si andava colla velocità di 16 giri al minuto. Può adesso ben comprendersi che ho dato ad E F G A la forma disegnata per render minima la massa di mercurio necessaria.

Ho compiuto i movimenti rotatori della macchina applicando una mano all'estremità del tubo di caucciù in L K, come se essa e il tubo resistente a cui è collegata costituissero un manubrio: così facendo l'intero tubo di caucciù, che va alla macchina ausiliaria, non mi ha dato alcuna noia.

Dopo parecchi giri ho riscaldato appena con un fiammifero il mastice dell'appendice, e dopo la sua fusione ho aspettato che se ne solidificasse un poco, il che avveniva presto per quello che veniva a contatto con tubo freddo, ed allora, la chiusura dell'appendice essendo riuscita perfetta, ho staccato il tubo di caucciù, ed ho continuato il moto della macchina nel modo esposto.

Come ho detto, non avendosi urti veri e proprii del mercurio contro il tubo, nè alcun gorgoglio di aria, ho potuto comodamente imprimere alla macchina la velocità di 16 giri al minuto, sicchè, essendo il volume dell'aria aspirata in un giro di 1 litro circa, quello dell'aria aspirata in un minuto era di 16 litri circa. Ho potuto ben assicurarmi che ai tratti di A B C D E F G A avrebbero potuto assegnarsi i diametri di cm. 4 e cm. 3 senza alcun inconveniente, con che l'ultimo volume ora detto verrebbe portato a litri 28 circa.

Nell'industria possono richiedersi macchine ancora più rapide, ed allora oltre che aumentare i diametri dei due tratti del tubo principale, converrebbe aumentare la lunghezza di questo, ed invece di un solo tubo principale se ne potrebbero collocare diversi concentrici, fissati sulle stesse sbarre ed opportunamente collegati.

Ho potuto determinare quando mi pareva il grado di rarefazione raggiunto, misurando il volume di una bollicina di aria prima della sua espulsione e la corrispondente pressione: ho potuto così verificare che in tempi più brevi di quelli ri-

chiesti da una macchina Gaede ho raggiunto le rarefazioni massime sinora ottenute.

Alla fine delle mie esperienze ho chiuso con un dito L K, ho riscaldato e fuso il mastice dell'appendice ed ho fatto entrare gradatamente l'aria esterna.

Ho trovato assai comodo il modo esposto di mettere in azione la mia macchina; ma se ciò non ostante si volesse adottare uno dei soliti sistemi d'ingranaggio, non s'incontrerebbe alcuna difficoltà a farlo; ritengo che in tal caso converrebbe portare il tratto K L dell'appendice sul prolungamento di P P' e appena al disopra di questo, e fissare opportunamente l'estremità del tubo di caucciù proveniente dalla macchina ausiliaria.

Confronto della macchina A con una macchina Gaede.

— Mi si permetta un confronto della macchina descritta con una macchina Gaede, che ritengo sia nel suo insieme la migliore fra le macchine a mercurio al presente in uso. Se non mi occupo di un confronto colla macchina di Kaufman, è perchè sembrami assai più evidente per essa la superiorità della mia.

Nelle istruzioni relative alla prima è detto che quando la rarefazione è inoltrata la velocità di rotazione deve scendere sino a 16 giri al minuto, sicchè, valutando mezzo litro il volume dell'aria da essa aspirata in un giro, quello dell'aria aspirata in 1 minuto sarà di circa 8 litri, mentre, come sopra ho detto, quello della mia macchina può esser portato comodamente a litri 28. Si può dunque ritenere senza alcuna esagerazione che, *assegnando alla macchina A dimensioni comodissime, la sua rapidità di funzionamento possa farsi tripla di quella di una Gaede.*

Nellè stesse istruzioni è detto che *una Gaede richiede circa Kg. 20 di mercurio: il modello costruito, come ho detto, di rapidità doppia di quella di essa, ne ha richiesto Kg. 2,7, e una di rapidità tripla non ne richiederebbe più di 4 Kg.* D'altra parte, scegliendo opportunamente la forma e le dimensioni della vaschetta e i diametri delle canne della macchina si può rendere ben piccola la massa dell'altro mercurio occorrente, che però non è immobilizzata, e che ci

dà mezzo di *ottenere la tenuta perfetta*, mentre nella *Gaede i collegamenti son fatti con pezzi smerigliati*.

La Gaede richiede poi un vacuometro spectate, che ne aumenta la complicazione ed il prezzo; la *macchina A*, come si è visto, *non ne richiede affatto*.

Dando uno sguardo alla Fig. 1 si rileva quanto *sta la mia macchina semplice e solida*, per cui son certo che *al completo può esser messa in vendita per L. 200 al massimo*; *la Gaede è invece assai complicata e di difficile costruzione e col mercurio necessario e col vacuometro non costa meno di L. 750*.

Ed a proposito di solidità dirò che diverse volte *ho fatto entrare rapidamente l'aria esterna nella mia macchina senza mai aver corso rischio di rottura*: ciò è dovuto al fatto che la massa del mercurio è piccola, e che, entrando l'aria, tale massa viene premuta su per giù allo stesso modo da parti opposte. Invece *i pericoli di rottura di una Gaede sono rilevanti*, come lo dice l'autore stesso in una nota apparsa nella « Zeitschrift fur Instrumentenkunde » del marzo scorso; in tale nota è detto che per evitare le rotture del tamburo di porcellana, che si determinano all'entrare dell'aria esterna, conviene modificare la costruzione di detto tamburo; sono però convinto che le modificazioni suggerite, mentre portano ancora maggiore complicazione nella macchina, non riescono ad eliminare l'inconveniente lamentato.

Ritengo poi che *non sta un vantaggio trascurabile quello di poter vedere bene nella mia macchina quello che avviene nel suo interno*; facendo attenzione alle dimensioni delle bolle espulse, si possono ben seguire i fenomeni che si studiano; di *quello che invece avviene nell'interno di una Gaede non si vede nulla*.

Sostituendo alle sbarre metalliche avanti dette delle canne di acciaio, come ho fatto nella costruzione della macchina *B*, si può fare in guisa che *la macchina A*, di rapidità tripla dell'altra, *pesti una diecina di Kg.*, *la Gaede pesa più di 30 Kg.*

Se nel corso di alcune esperienze si dovesse fare il vuoto in diversi recipienti, basterebbe saldare ciascuno di questi ad

una canna MN propria, e al momento opportuno fare la sostituzione delle canne.

Per ridurre la tensione dei vapori di mercurio Gaede suggerisce di circondare la sua macchina con ghiaccio pesto; son noti altri artifizi, che si possono applicare alla mia macchina per ottenere lo stesso risultato.

Ho già detto avanti che cosa converrebbe fare se si volesse adottare uno dei soliti sistemi d'ingranaggio e per mettere la mia macchina in moto con un motorino.

Per tutte le ragioni avanti dette concludo affermando che la macchina A sia da preferirsi sotto tutti i riguardi alla macchina Gaede.

Macchina B. — Notevolmente più semplice, più piccola, più leggera (il modello costruito con mercurio pesava circa 7 Kg.) e quindi meno costosa della macchina A è la macchina B da me costruita e rappresentata nella Fig. 2 ad $\frac{1}{10}$.

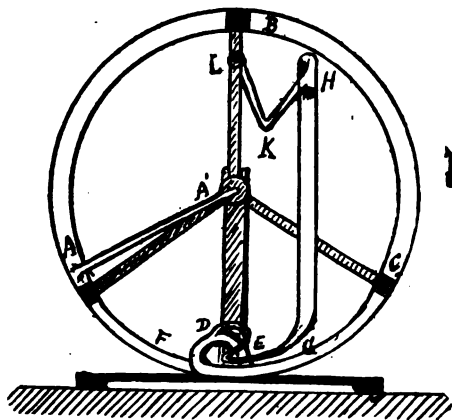


Fig. 2.

della sua grandezza naturale. A tutti i pregi della A e a quelli ora detti va aggiunto l'altro di poter girare attorno ad un asse orizzontale e quindi di essere di uso più comodo. Ho trovato che la sua rapidità di funzionamento è su per giù uguale a quella della A, e la quantità di mercurio richiesta è stata in tutto di Kg. 1,9.

Il tubo principale è rappresentato da A B C D E F A (Fig. 2): è circolare, ha il piano del suo asse verticale ed ha una ripiegatura D E F della forma disegnata. Nel modello costruito il tratto A B C ha il diametro di cm. 3 e il rimanente il diametro di cm. 1,7. Ho potuto convincermi che tali diametri avrebbero potuto comodamente portarsi a cm. 4 e a cm. 3 rispettivamente.

Al tubo suddetto è saldato in A un tubetto A A' di mm. 8 di diametro, che si dirige verso il centro, indi si piega, andando normalmente alla figura dalla parte posteriore di questa: l'asse del 2° tratto di A A' coincide con l'asse di rotazione della macchina.

Il tubo principale è fissato alle estremità di 3 canno di acciaio (che nella Fig. 3 sono rappresentate dalle E E') avvitate ad un cilindro di bronzo C C' (Fig. 3) in direzione radiale e con simmetria. Una canna di acciaio B B' di 16 mm. di diametro, coassiale col 2° tratto di A A', è avvitata in C C', ed è girevole su se stessa nell'interno di un'altra canna pure d'acciaio, che attraversa una 3ª grossa canna d'acciaio D D' verticale, avvitata alla base della macchina. Questa base ha la forma di un doppio T ed ha i suoi tratti trasversali perpendicolari al piano della Fig. 2. Il tubo A A' termina col recipiente da vuotare, che perciò si viene a trovare nella regione posteriore della macchina, e che nella Fig. 3 non è disegnato.

La valvola è rappresentata dal tubicino D G (Fig. 2) di un mm. di diametro, che va ad un grosso tubo, terminante con un'appendice H K L, perfettamente simile all'omonima della macchina A, per mezzo della quale, nell'identico modo avanti detto, si stabilisce la comunicazione colla macchina ausiliaria. L'ultimo tratto K L dell'appendice e il tubo metallico che l'avviluppa, essendo normali al piano della figura, sono stati rappresentati con 2 cerchi concentrici. Bisognerà dunque applicare la mano all'estremità del tubo che viene dalla macchina ausiliaria, ed il movimento si compie senza che questo tubo produca il benchè minimo disturbo.

Funzionamento. — Ho introdotto nella macchina per L K H Kg. 1,9 di mercurio, ed ho raccolto questo nel tratto C D E F; poi ho impresso una rotazione in senso contrario alla

freccia, ed ho visto che l'aria proveniente da L K H ed aspirata dal mercurio nel tubo principale, gorgogliando nel mercurio del tubo a spirale, ne faceva restare tanto poco in DEF, che la macchina ausiliaria poteva comunicare liberamente col recipiente da vuotare. Ho tenuto ferma la macchina in questa posizione. Colla macchina ausiliaria ho portato la tensione interna al minimo possibile (cm. 1,5), indi ho impresso il moto rotatorio sempre nel senso della freccia, ed ho visto che le cose procedevano come sono state esposte nel principio generale. Di tanto in tanto colla macchina ausiliaria ho cacciato via l'aria espulsa per D G, e dopo diversi giri ho chiuso H K col mastice, come avevo fatto colla macchina A; in seguito ho levato il tubo di caucciù ed ho continuato a far funzionare la macchina. Ad esperienze finite ho tappato col dito L K ed ho fuso il mastice, dopo di che ho fatto entrare gradatamente l'aria esterna.

Anche in questa macchina ho fatto entrare rapidamente l'aria esterna e non ho corso nessun rischio di rottura.

Ho constatato che la rapidità di funzionamento era su per giù eguale a quella della macchina A, e che, come in questa, si poteva determinare quando lo si voleva il grado di rarefazione raggiunto.

Recentemente ho dato al tubo, che segue D G, lo stesso andamento del tubo principale, e l'ho fatto terminare col tratto K L. Ho mantenuto la comunicazione colla macchina ausiliaria fino a raggiungere rarefazioni molto spinte, poi ho fatto passare in detto tubo una discreta quantità di mercurio, ed ho girato in senso contrario alla freccia, cacciandovi l'aria nella macchina ausiliaria. Ho chiuso poi K L col mastice quando il mercurio è arrivato ad esso. In tal modo l'aria veniva in seguito espulsa in un ambiente molto rarefatto.

Son dietro a provare di dare a D G il diametro di 1 cm., avvicinando il suo primo tratto all'asse di rotazione più di quanto è disegnato nella Fig. 2: da ciò spero che me ne derivi una maggiore rapidità di funzionamento della macchina.

Apparecchio da aggiungersi quando si vuole che il recipiente da vuotare sia mantenuto immobile. — È rappre-

sentato dalle parti avanti non descritte della Fig. 3. All'estremità di B B' si avvita un tubo di acciaio H H', in cui, ben ma-

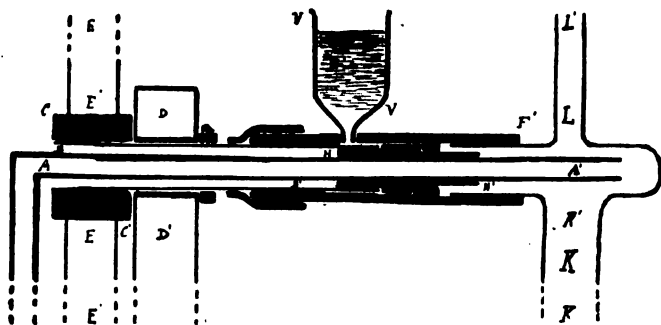


Fig. 3 ($\frac{1}{2}$ grand. nat.).

sticiato, passa A A', e sul quale e su B B' s'introduce un altro tubo di acciaio F F'. Questo presenta un diaframma forato, in cui passa appena il tratto destro di H H': tra tale diaframma ed H H' vien collocato un anellino di cuoio morbido, sicchè, facendo partire dalle parti laterali di D D' due molle a spirale che vanno ad F F', regolando convenientemente la loro tensione, si potrà avere tra H H' e F F' una buona tenuta. Nel tratto destro di F F' è masticiato un tubo di vetro, che porta verso l'alto un tubo L L', a cui si salda il recipiente da vuotare, e verso il basso un tubo K K', chiuso inferiormente. Ad F F' è avvitata una vaschetta V V'; un tubo di caucciù è infilato per pochi mm. su B B' e per 2 cm. circa su F F'. Ho verificato che, mettendo del mercurio in V V', pochi cm³ all'ora ne passavano tra H H' ed F F', e si raccoglievano in K K'. Così per una lunga durata e senza inconvenienti si viene ad avere una tenuta perfetta, mentre il recipiente da vuotare si mantiene immobile mediante apposito congegno.

Ho fede che il grande lavoro e i numerosi sacrifici, che mi han richiesti queste nuove macchine pneumatiche, mi siano compensati da una benevola accoglienza, che, mi auguro sarà loro fatta.

R. Istituto tecnico di Napoli, giugno 1908.

DISTILLATORE RAPIDO PER MERCURIO.

Nota del Prof. FORTUNATO FLORIO.

Il distillatore per mercurio, rappresentato nella figura qui disegnata ad $\frac{1}{2}$, della sua grandezza naturale, mi ha funzionato da due anni senza alcun inconveniente.

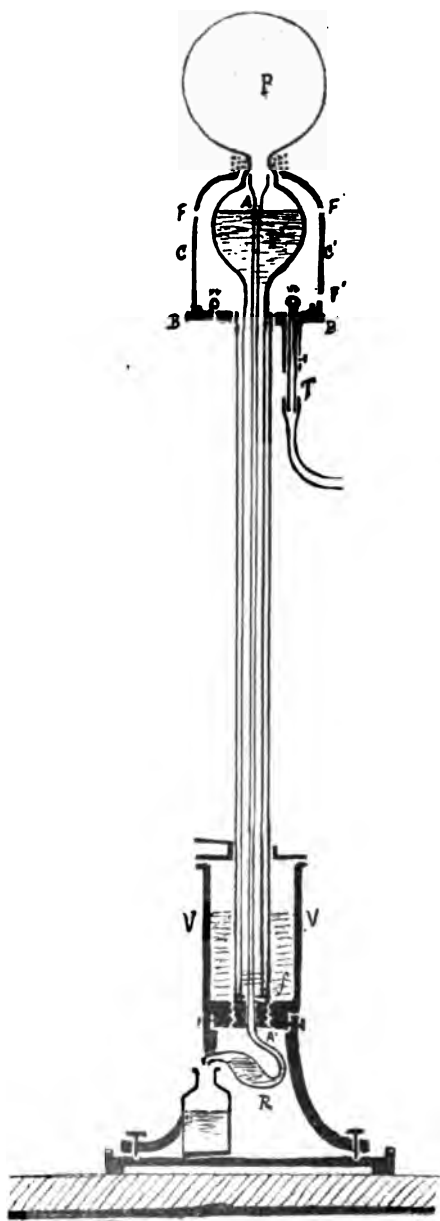
Per la presenza di un pallone refrigerante e per una razionale costruzione della stufetta, mi ha distillato con un'ebollizione molto tranquilla circa Kg. 2,5 all'ora, consumando poco gas: mi ha così permesso di adoperare sempre nelle mie esperienze del mercurio distillato asciutto. Inoltre è di costruzione molto solida, alto poco più di 1 metro, ed è trasportabile; solo nel montarlo può adoperarsi una macchina pneumatica qualsiasi, anche una di quelle che sono in vendita per una dozzina di lire, e può anche farsene a meno; non richiede l'uso di alcun dissecante; il vuoto vi si mantiene automaticamente al massimo grado. Per tutte queste ragioni lo ritengo assai comodo e meritevole quindi di esser reso noto.

La sua parte in vetro è costituita da 2 palloni P e P', saldati nel modo disegnato fra loro e con un tubo verticale, e da un tubicino A A' di 1 mm. di diametro e a pareti spesse, che in alto termina con un imbutino ed in basso con un rigonfiamento R: il resto è tutto di metallo.

Il tubo di vetro verticale ora detto è posto entro ad una canna di acciaio, avvitata al fondo di una vaschetta di ghisa V V' con coperchio, e chiusa in basso con un tappo di ghisa: su questo esso poggia coll'interposizione di un anello di cuoio. La canna di acciaio ora detta porta a breve distanza dal fondo di V V' un forellino f, ed un altro in vicinanza di questo ne presenta il tubo di vetro. La vaschetta è sostenuta da 3 piedi, che finiscono con viti calanti, le cui punte son collocate entro a 3 fori praticati in un piatto di ghisa o di legno ben tornito. All'estremità superiore della canna di acciaio citata si

avvita un disco metallico BB' con orlo ad L, che serve per reggere una campana di rame CC', formata da 2 pezzi collegati da cerniere, in guisa da potersi aprire e da potersi mettere a posto ben chiusa, avvolgendo P'. La chiusura in alto è completata con un cordone di amianto avvolto nella gola che vi ha tra P e P'. La campana ora detta porta una corona orizzontale di forellini F, F', ed un foro F'' abbastanza grande per dar mezzo di accendere il fornellino interno. Questo è formato al solito modo con un tubo, piegato a cerchio, che si mette in comunicazione con una presa di gas, e che, presentando una serie di forellini uniformemente distribuiti, si può avere al disotto di P' una corona di fiammelle. Nel distillatore costruito queste erano alte mezzo cm. circa.

Per impedire il contatto tra la canna di vetro saldata a P' e la canna di acciaio, che la contiene, ho avvolto in alto la prima con un po' di cordone di amianto. Il disco BB' porta al disotto del fornellino una serie di forellini per far entrare l'aria neces-



saria alla combustione. I prodotti della combustione escono per i fori F, F' , i quali anche permettono di osservare la superficie del mercurio di P' .

Riempimento. — Se si dispone di una macchina pneumatica qualsiasi, si mette tale macchina, coll'interposizione di un palloncino con 2 tubi in comunicazione col tubo beccuccio di R . Versando allora del mercurio in $V V'$ ed aspirando colla macchina viene un momento in cui il mercurio arriva all'imbuto e per questo e per AA' scende a poco a poco, spingendo sempre più avanti la rarefazione in P e in P' . Quando il palloncino intermediario suddetto si è riempito, si può distaccare, vuotare e rimettere a posto: rifacendo colla macchina pneumatica la rarefazione in esso, il mercurio continua a scendere per AA' , e si smette quando le bollicine di aria, che si vedono venir giù per AA' , sono insignificanti. Messa allora la campana a posto e levata definitivamente la macchina pneumatica e il pallone intermediario, si accende il fornellino e dopo 8 minuti circa si vedrà che i vapori di mercurio invadono P , si condensano, delle goccioline cascano nell'imbuto e vengono giù per AA' . Si sorveglia per i forellini F, F' la superficie del mercurio in P' , in guisa da esser sicuri che l'ebollizione non sia mai tumultuosa, e che in $V V'$ vi sia tanto mercurio, che detta superficie non scenda, nè salga troppo in P' .

Il mercurio, che vien fuori per il tubo beccuccio di R nella prima ora, non è pulito, e si rimette in $V V'$; ma quello che si raccoglie dopo lo è abbastanza, e quell'altro che si raccoglie dopo parecchie ore può ritenersi purissimo.

Come avanti ho detto, con un'ebollizione assai tranquilla ho potuto avere Kg. 2,5 di mercurio all'ora. Il mercurio, che cade nell'imbuto, mantiene sempre nei palloni la rarefazione molto spinta.

È evidente che il mercurio da distillare dev'essere posto in $V V'$: conviene però prima di versarvelo che sia pulito alla meglio, p. e, che sia filtrato con pelle di camoscio, e che poi sia ben lavato ed asciugato, riscaldandolo in una capsula, finchè non cessi l'ebollizione delle ultime tracce di acqua, che contiene. Allo stesso modo dev'essere stato trattato il mercurio, che ha servito pel riempimento.

Se non si disponesse di alcuna macchina pneumatica, converrebbe, prima di mettere la canna di acciaio a posto, chiudere il forellino f con un pezzetto di caucciù ben legato; versare in R un po' di mercurio; far partire da R un tubicino, lungo un metro circa, del diametro di 1 mm. circa; infine versare dalla parte di B B' del mercurio nella canna di acciaio ed aspirare colla bocca all'estremità libera di detto tubicino. Si disporrebbe questo verticalmente appena il mercurio comincia a scendere per A A', e il mercurio, che ne uscirebbe si continuerebbe a versare dalla parte di B B'. Ottenuta in tal modo la rarefazione necessaria, si staccerebbe il tubicino, si libererebbe il forellino f , e l'apparecchio non richiederebbe che le altre operazioni avanti dette per esser pronto.

R. Istituto tecnico di Napoli, giugno 1908.

DIAPASON ELETTROMAGNETICI.*Nota di A. G. ROSSI.*

1. — Ordinariamente con tal nome si indicano diapason di cui la vibrazione viene intrattenuta da una corrente, interrotta o pulsante, la quale eccita un elettromagnete lavorante per attrazione sulle due branche del diapason,

Il funzionamento di questo apparecchio costituisce un esempio notevole di un moto vibratorio forzato cui si costringe un corpo elastico, avente un periodo proprio di vibrazione ben determinato. Quando il suo scopo, come d'ordinario, sia quello di fornire una vibrazione costante, per servire come sorgente acustica o come interruttore periodico di una corrente, interessa soltanto considerarne il funzionamento nelle condizioni della risonanza. Per questo, come è noto, la forza esterna agente sui rebbi deve avere lo stesso periodo proprio del diapason, considerato senza attrito, e deve agire con un avanzo di fase opportuno per rispetto alla fase della ampiezza di vibrazione. Alla prima condizione provvede d'ordinario il diapason stesso, ovvero un altro diapason consonante, agendo automaticamente sulla intensità della corrente continua eccitatrice, con l'interrompere e ristabilire il circuito fra contatti di platino o mercurio, una volta per ogni periodo. La seconda condizione rimane poi di per sè più o meno bene soddisfatta, in causa di varie circostanze collaterali che concorrono a spostare la pulsazione della forza sulla fase della vibrazione, quali sarebbero; il ritardo nel contatto, provocato da impurità superficiali, l'autoinduzione del circuito, l'isteresi e le correnti Foucault.

Se si vuole ad ogni periodo consegnare realmente della energia cinetica al sistema, che valga a compensare le perdite per attrito, la distribuzione della forza per parte dell'elettromagnete non deve dipendere in modo univoco dalla deviazione del rebbio.

Per mantenere una vibrazione persistente, la forza d'attrazione magnetica non deve ripassare per gli stessi valori quando l'ampiezza riprende gli stessi valori nel mezzo periodo avanzante e nel mezzo periodo retrocedente, — come avverrebbe se il contatto e la interruzione fossero istantanei, se la durata della corrente fosse uguale alla durata della interruzione, e se non esistessero ritardi di origine elettromagnetica.

In costrutto: se F è il momento della forza agente nell'istante in cui la deviazione varia di $d\alpha$, sarà $F d\alpha$ l'energia cinetica comunicata, oppure sottratta, al diapason. Se la vibrazione debba essere persistente, la distribuzione della forza in un intero periodo deve essere tale che si abbia

$$\int_0^T F d\alpha > 0,$$

cioè, la forza d'attrazione, nell'intervallo di tempo in cui si rende attiva, deve mediamente mantenersi maggiore allorché il rebbio si muove in direzione dell'elettromagnete ($d\alpha$ positivo) che quando si muove in verso opposto ($d\alpha$ negativo).

Portando le deviazioni α in ascisse e la forza F in ordinate (fig. 1), l'area racchiusa da un ciclo completo rappresenterà il lavoro somministrato alla vibrazione durante ogni periodo. Se la F fosse una funzione univoca della α , il diagramma della energia si ridurrebbe a due linee coincidenti, con area nulla.

Si suppone tacitamente, per il caso che ci interessa, che la F *possa* lo stesso periodo fondamentale della α . Che se talvolta, come nel noto apparecchio delle vocali di Helmholtz, un diapason interruttore ad m periodi distribuisce la corrente motrice a varii diapason elettromagnetici ad $n.m$ periodi, affinché le vibrazioni persistano, è necessario che ogni periodo

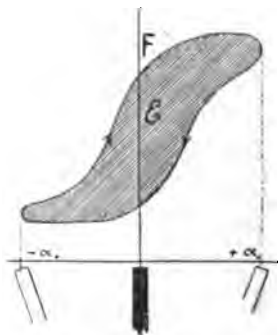


Fig. 1.

di impulso della F cada con costante concordanza su ciascuna delle vibrazioni comandate, ciò che avviene se n è intero.

Vogliamo fermare le nostre considerazioni sopra un apparecchio automatico, di cui cioè la vibrazione stessa operi la distribuzione della corrente che deve mantenerla.

Se ammettiamo pel diapason la vibrazione armonica naturale

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + A \frac{d \alpha}{dt} + C \alpha = 0,$$

con l'ampiezza smorzata e il periodo

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{A}{2J}t} \cos \frac{2\pi}{T}t, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{A^2}{4JC}}};$$

la forza periodica F , la quale deve ridurre questa vibrazione da smorzata a persistente, compensando *in ogni istante* il termine periodico dell'attrito, dovrà essere anche armonica semplice, e con lo stesso periodo che il sistema assumerebbe in assenza di attrito,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}}.$$

Se il secondo membro della equazione è rappresentato, cioè, da una forza

$$F = A \frac{d \alpha}{dt},$$

il moto tende a divenire persistente, e raggiungerà un regime limite

$$\alpha = \alpha_0 \cos \sqrt{\frac{C}{J}}t = \alpha_0 \cos \omega t.$$

Assumendo allora

$$F = F_0 \cos(\omega t + \phi),$$

il diagramma della energia cinetica somministrata al diapason per ogni periodo, si riduce ad un'ellisse (fig. 2), di cui l'area

è tanto maggiore, per una data F_0 , quanto più grande sia il rapporto $Aa:Ff$, che rappresenta il seno della differenza di fase ϕ fra ordinata ed ascissa.

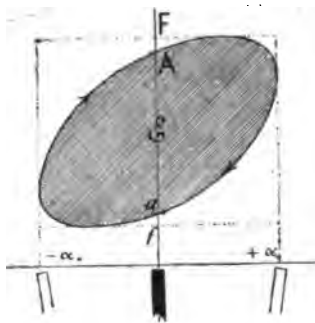


Fig. 2.

Il massimo si avrà quando l'ellisse cada con l'asse verticale, ciò che corrisponde precisamente ad un avanzo di fase di un quarto di periodo di F su a . È la condizione, o la conseguenza, della risonanza più acuta in un sistema privo affatto di smorzamento.

L'energia comunicata in ogni vibrazione completa è difatti

$$E = \int_0^{\tau} F da = - \int_0^{\tau} F_0 \cos(\omega t + \phi) \cdot \omega a_0 \sin \omega t dt,$$

$$E = \pi \cdot F_0 \cdot a_0 \sin \phi,$$

area dell'ellisse costituito da due componenti sinusoidali ad angolo retto con la differenza di fase ϕ . Si raggiungerà una data ampiezza persistente a_0 con una forza F_0 minima, rendendo

$$\phi = \frac{\pi}{2}.$$

Dati invece i valori di F_0 e del momento A delle forze d'attrito per la velocità *uno*, l'ampiezza di vibrazione raggiungibile sarà data dalla condizione

$$F da = A \frac{da}{dt} da.$$

Se la compensazione avviene *precisamente* lungo tutto il periodo, sarà

$$\int_0^{\tau} F d\alpha = \int_0^{\tau} A \alpha_0 \omega \sin \omega t \cdot \alpha_0 \omega \sin \omega t dt,$$

e cioè

$$E = \pi \cdot A \omega \alpha_0 \cdot \alpha_0 = \pi \cdot F_0 \cdot \alpha_0,$$

raggiungendosi l'ampiezza persistente

$$\alpha = \frac{F_0}{\omega A} \cos \omega t.$$

L'energia in giuoco per ogni periodo è rappresentata dall'area dell'ellisse di semi assi F_0 ed α_0 .

Si ha insomma vantaggio a distribuire la forza dell'elettromagnete sinusoidalmente nel tempo della vibrazione sinusoidale α . Astrazione fatta dalle proprietà del ferro e delle correnti parassite, ciò si otterrà eccitando l'avvolgimento con una forza elettromotrice sinusoidale.

Non altrimenti, un alternatore funziona come motore sincrono nelle migliori condizioni di rendimento, allorchè la tensione applicata sia della stessa forma di quella che esso è capace di produrre.

Negli ordinari apparecchi a interruzione periodica della corrente, le forme della corrente nel periodo di apertura e nel periodo di chiusura possono essere molto svariate, a seconda della natura del contatto, e dar luogo a cicli anche molto differenti da quello ipotetico accennato dalla fig. 1, ad ogni modo sono sempre assai lontane dalla forma periodica semplice.

Lo spostamento di fase in avanzo, della attrazione magnetica sulla ampiezza di vibrazione del rebbio, si produce generalmente di per sè, perciò che la corrente, in causa dell'auto-induzione, non si stabilisce istantaneamente e non sparisce d'un tratto, le correnti parassite nelle masse metalliche del nucleo e del diapason ritardano virtualmente la variazione del campo, e la magnetizzazione segue il campo con isteresi. In complesso, però, il ritardo introdotto da cause elettromagne-

tiche è ancora piccolo, e non si avvicina a un quarto di periodo che in virtù di frequenze molto elevate.

Uno spostamento di fase più notevole ha invece origine, e può graduarsi più largamente, nel gioco del contatto che stabilisce la corrente. Nei comuni apparecchi, come è noto, il contatto si effettua nel mezzo periodo retrogrado rispetto all'elettromagnete, e quindi tende a distribuire la forza con mezzo periodo di avanzo di fase sulla vibrazione.

Se il contatto avviene fra due punte di platino, ordinariamente quella che è portata dal rebbio trovasi alla estremità di una piccola molla, fissata esternamente al rebbio; quando il periodo proprio di questa molla sia sensibilmente minore di quello del diapason che la comanda, la sua vibrazione forzata risponde perfettamente alla frequenza del diapason e ritarda su di esso in modo costante: chiudendosi la corrente verso la fine del mezzo periodo retrogrado, la corrente stessa viene ad assumere il suo massimo entro il primo quarto della successiva vibrazione avanzante verso l'elettromagnete, ed F cade in concordanza con $d\alpha/dt$.

Se il contatto avviene fra platino e mercurio, conviene mettere il polo negativo del circuito al mercurio (sotto acqua pura !): ciò ha il doppio vantaggio, di mantenere più a lungo tersa la superficie del mercurio e di favorire il ritardo nel contatto con la punta di platino amalgamato che vi si immerge, inquantochè la punta, elettrodo di piccola superficie rispetto al mercurio, si ossida alquanto mentre si trova sollevata entro lo strato d'acqua e quindi, nel mezzo periodo retrogrado, non stabilisce la corrente totalmente che al punto infimo della vibrazione, ciò che concorre al buono scopo. Non è difficile verificare con l'esperienza che se, invece, a parità d'altre condizioni, si faccia negativa la punta, la vibrazione persistente è assai più debole, e talora non persiste affatto.

2. — In ragione della preziosa proprietà che possiede un diapason ben costruito e ben montato, di poter fornire una vibrazione semplice di periodo assai costante, che si può intrattenere con poca spesa di apparato e di energia, mi è sempre apparsa interessante la ricerca di un mezzo migliore del co-

mune interruttore automatico fra contatti metallici. Anzitutto, questo mezzo diviene assolutamente inadatto allorchè il diapason sorpassi alcune centinaia di vibrazioni per secondo; oltre che la sua regolazione diviene sempre più difficile e labile, le qualità acustiche dello strumento perdono molto della loro purezza. In molte esperienze d'acustica, che richiedono suoni piuttosto elevati ed intensi, rimane a desiderare un mezzo sicuro per mantenere dei diapason in energica vibrazione persistente; in altri casi, ad esempio nell'applicazione di molti metodi di misura di grandezze elettriche, non è rara la necessità di far uso di deboli correnti alternate di frequenze piuttosto alte, assai meno lontane dalla forma sinusoidale pura che non sieno quelle indotte con un interruttore periodico e che consentano pari semplicità d'apparecchi.

Per un diapason, si presenta naturalmente l'idea di sostituire all'interruttore metallico unico, una capsula microfonica a granuli, di grande superficie, per produrre le volute pulsazioni nella resistenza del circuito del solito elettromagnete, — in quanto vi sarà sempre vantaggio a sostituire la variazione brusca della resistenza, con una variazione graduale di forma non molto dissimile da quella sinusoidale delle vibrazioni del diapason.

L'eseguire le variazioni di resistenza sopra una larga superficie sostituendo il contatto unico fra metalli con un grandissimo numero di contatti, di per sè non bruscamente variabili quale è il carattere dei contatti di carbone, porta già a sopprimere la scintilla d'apertura, che talvolta può disturbare certe esperienze per l'andamento oscillatorio che può possedere, indipendentemente dalla alterazione continua e dal consumo non uniforme che apporta ai pezzi di contatto.

Esperienze e tentativi, diretti con vario successo a questa ricerca, mi permisero di convincermi che anche comuni microfoni, creati per l'ordinario esercizio telefonico e cioè per vibrazioni e correnti debolissime, possono tuttavia, in condizioni opportunamente scelte, servire allo scopo propostomi.

Fra varii tipi di microfoni esaminati, mi arrestai ad uno della casa *G. C. Mtx e Genest*, rappresentato in sezione dalla

fig. 3. È una capsula cilindrica piatta di lamierino, con la membrana di carbone spessa 0,5 mm., incastrata allo stampo sopra una periferia del diametro di 55 mm. I granuli di carbone duro, di apparenza cristallina, di circa 0.5 mm., sono compresi fra la faccia interna della membrana e la superficie, scanalata circolarmente, di un blocchetto cilindrico di carbone K, e sono trattenuti in posto da una striscia di flanella *f* avvolta strettamente sul blocchetto e incollata con gli orli espansi contro la periferia della membrana. Il blocchetto K è sostenuto al centro di una molla diametrale *m*, contro cui preme una vite *V* regolabile dall'esterno. Questa molla *m* ed un'altra uguale *m'* esterna, sono isolate dalla capsula e servono a prendere la corrente, insieme alla cassa che comunica con l'orlo della membrana. Quest'ultima ha le vibrazioni proprie abbastanza smorzate per opera di un tampone di velluto centrale, che è portato dal blocchetto K, e inoltre di un disco di carta di nikel, di 30 mm., incollato sul dinanzi.

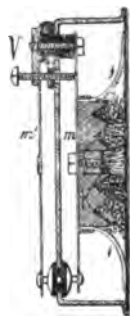


Fig. 3.

Questo tipo di capsula microfonica può portare durevolmente una corrente di 0,1 ampère, e anche 0,2 amp. per qualche quarto d'ora, specialmente se l'apparecchio trovasi in intensa vibrazione. Il passaggio di una corrente più forte può riscaldarlo e danneggiarlo, specialmente se è in quiete. Nelle esperienze di prova, mi è però accaduto più volte di far sostenere al microfono più di 0,5 amp. per parecchi minuti, senza che il suo funzionamento ne apparisse di poi indebolito, una volta raffreddato.

La resistenza di questa capsula microfonica, in istato di quiete, si ritrova variabile fra 10 e 100 ohm, e dipende molto dalla giacitura: è minima, con la membrana orizzontale e rivolta in alto; raggiunge, per ciascuna posizione, dei valori limiti abbastanza costanti, dopo una serie di piccoli urti decrescenti. Ho constatato che dopo un certo tempo di funzionamento, con la disposizione più sotto descritta, la maggior parte delle capsule viene a comportarsi meglio: dopo aver subito qualche moderato riscaldamento sotto corrente, la resistenza

media si riscontra aumentata e concordemente aumenta in modo assai sensibile la diminuzione di resistenza per la pressione. La vite di regolazione V (fig. 3) permette d'altra parte di far variare notevolmente la resistenza *morta* del microfono e si dimostra assai utile per adattarla alle esigenze del resto del circuito e del diapason che deve influenzarla.



Fig. 4.

La fig. 4 rappresenta un diapason (di R. König) a 1000 periodi per secondo ¹⁾, al quale applicai con miglior successo la disposizione.

1) Favoritomi, insieme a molti altri apparecchi, dal Ch. prof. Naccari, cui rendo vive grazie.

Due capsule microfoniche uguali, come quella descritta, sono in parallelo fra loro e in serie nel circuito dell'elettromagnete; questo è disposto frammezzo alle branche, come nel tipo di Lord Rayleigh, ha un nucleo di ferro dolce massiccio, con quattro tagli in croce, di 15 mm. di diametro e 15 di altezza; l'avvolgimento è fatto sopra un rocchetto piatto d'ottone fessurato, ha la resistenza di circa 9 ohm e l'autoinduzione di 0,023 henry, misurata alla frequenza di 1000 periodi e con la corrente *media* di 0,2 amp (mediante il ponte d'induttanza del Siemens, ove un piccolo alternatore permette di ottenere correnti entro una scala estesa di frequenze). L'interferro fra le faccie polari del nucleo e le superfici interne del diapason è di 2 mm. per parte.

Come la figura mostra, le membrane dei microfoni sono rivolte verso l'interno dello spazio fra le branche del diapason, parallelamente al piano di vibrazione. È la disposizione che l'esperienza mi costrinse di adottare, a preferenza di quella, cui dapprima si pensa quando si tratti di sostituire nel circuito l'azione del microfono al giuoco dell'interruttore fra punte metalliche, che sarebbe di disporre il piano della membrana rivolto a ciascuno dei rebbii, normalmente al piano di vibrazione.

Tale disposizione, che a prima vista può apparire paradossale, rimane giustificata da due ragioni, oltrechè eventualmente da proprietà speciali agli apparecchi da me adoperati. In primo luogo, il microfono ha bisogno di ricevere una intensa pulsazione dall'aria sulla sua membrana, e difatti l'energia sonora irraggiata è più intensa, a parità di distanze dall'asse 0 (fig. 5), lungo la direzione y che lungo la direzione x . In secondo luogo, se nella direzione, x , piano di vibrazione nel quale agisce l'antico interruttore, si propaga il moto $\alpha_0 \cos \omega t$, invece nella direzione y si propaga $-\alpha_0 \cos \omega t$ ossia $\alpha_0 \cos (\omega t + \pi)$. Il microfono deve precisamente ricevere una pulsazione con questa fase, affinché le sue variazioni di resistenza operino come se esso

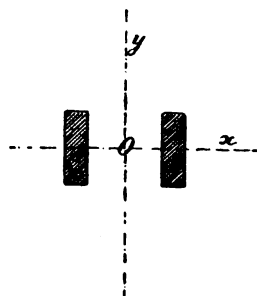


Fig. 5.

fosse sede di una forza elettromotrice sinusoidale in avanzo di fase di mezzo periodo sull'ampiezza di vibrazione del diapason, dalla quale f. e. m. il circuito induttivo e isteretico deve ricavare per l'elettromagnete una magnetizzazione, cioè una forza F , presso a poco in quadratura con la vibrazione stessa.

Le membrane dei microfoni distano circa 5 mm. dalla superficie del diapason; avvicinandole di più, l'effetto è bensì più intenso, ma è meno puro, poichè malgrado il loro smorzamento le membrane acquistano vibrazioni proprie sensibili.

Con microfoni freschi, non però affatto nuovi, appena chiuso il circuito sopra una forza elettromotrice di 10 o 12 volt e avviando la corrente con un reostato a corsoio, la vibrazione si inizia spesse volte di per sè e il suono aumenta rapidamente fino ad un massimo (con 0,2 amp. in ciascun microfono), che permette, ad esempio, di far constatare ad un uditorio abbastanza esteso il fenomeno Doppler, quando si sposti dietro il diapason e nella direzione di propagazione uno schermo di cartone indurito di pochi dm².

Se invece i microfoni sono molto vecchi e hanno subito dei maltrattamenti, occorre iniziare meccanicamente il suono del diapason e aiutare dapprincipio l'azione loro con piccoli scuotimenti sul sostegno delle capsule.

Una condizione favorevole, se non assolutamente necessaria, per realizzare una buona costruzione dell'apparato, è quella di rendere fra loro indipendenti i sostegni del diapason, dell'elettromagnete e soprattutto dei microfoni. Il modello rappresentato dalla fig. 4 è, sotto questo punto di vista, difettoso, giacchè l'elettromagnete è portato da un braccio di ferro che si abbranca con uno strettoio al piede del diapason, e il sostegno dei microfoni è raccomandato all'elettromagnete. Trattandosi però in questo caso di un diapason avente un cuore piuttosto forte e massiccio, l'inconveniente non è molto sensibile, inquantochè le vibrazioni del piede sono minime, e, per la forma prolungata che si diede al sostegno dei microfoni, esse non giungono fino ad essi in modo notevole. È evidente che il suono deve giungere al microfono per una sola via, per l'aria, altrimenti esso verrebbe ad essere influenzato da vibrazioni di fasi diverse, dovute alle differenze di cammino percorso, e

facilmente potrebbero aversi interferenze. D'altra parte non conviene mai sovraccaricare di altre masse non trascurabili il piede di un diapason, ciò che aumenta lo smorzamento di tutto il sistema e nel nostro caso quindi aumenta la richiesta di corrente. Con altri diapason, aventi il *cuore* più debole, e cioè una sezione uniforme in tutta la sbarra e la parte ricurva più ampia, le vibrazioni longitudinali trasmesse al piede sono però più ampie. Se si raccomanda il sostegno del microfono metallicamente a un certo punto del gambo, è possibile trasmettergli una pulsazione tanto forte quanto quella che riceve nelle circostanze più favorevoli per l'aria; e si può sostituire l'una azione con l'altra o eliderle reciprocamente. Un diapason di circa 400 vibrazioni, con *cuore* piuttosto debole, piantato sopra un disco d'ottone grande quanto la membrana del microfono, potè ricevere una vibrazione durevole dal suo elettromagnete applicando il microfono col suo piano direttamente sul piede del diapason capovolto. Non è escluso dunque che sia possibile utilizzare per il microfono la vibrazione del piede di un diapason e ottenere così una costruzione semplificata. Ma se si utilizza la trasmissione per l'aria, è essenziale isolare il supporto del microfono dal sostegno del diapason. Un grosso filo di rame, terminato da un anello, molleggiante intorno alla capsula microfonica e portato da un sostegno indipendente, è il ripiego più comodo per far funzionare un diapason già munito del suo elettromagnete: basta poter avvicinare il piano della membrana al piano del diapason, sia pure nella giacitura orizzontale sulla sommità dei due rebbi.

La seguente esperienza (fig. 6), se pure non è indispensabile a dimostrare la necessità dell'avanzo di fase di un quarto di periodo della forza sullo spostamento, mi pare interessante perchè suggerisce una disposizione assai opportuna.

Il piccolo diapason citato ultimamente ¹⁾, vien sostenuto in posizione verticale, come la figura mostra, col gambo isolato

1) Le sue dimensioni sono: lunghezza dalla sommità dei rebbi al vertice ricurvo 118 mm. spessore nel piano di vibrazione 6 mm. uniformemente, larghezza 18 mm., distanza dei piani interni dei rebbi 19 mm. Il gambo è un tondino di 9,5 mm. lungo 55 mm. terminato da un disco d'ottone convesso del diametro di 60 mm.

entro una guaina di panno spesso e comprendendo fra le estremità dei rebbi il nucleo del solito elettromagnete piatto. Allo stesso livello si apre un tubo di vetro T, orizzontale, per fare

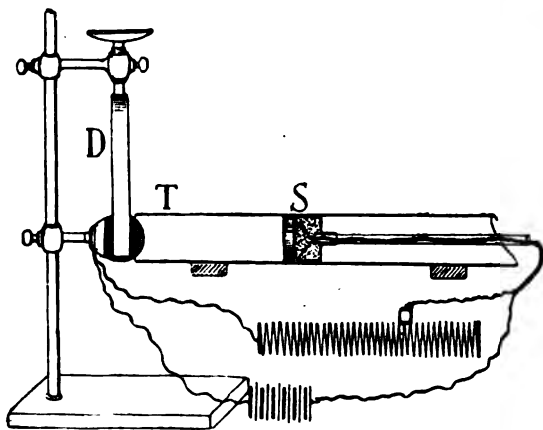


Fig. 6.

ufficio di risonatore. Poco importa qui di notare che se il suo diametro è piuttosto grande (60 mm.), le lunghezze della colonna d'aria che vi si possono limitare col fondo dello stantuffo S e che danno risonanza, non procedono precisamente secondo i quarti d'onda del diapason; ma in compenso il suono vien rinforzato maggiormente che con un tubo più sottile. Possiamo sempre però dire che le risonanze massime si hanno per multipli dispari di quarti di periodo. Sulla superficie dello stantuffo che limita la colonna d'aria risonante più breve (nel nostro caso circa 20 cm.), esiste uno stato di vibrazione nodale ove le pulsazioni della densità sono massime e procedono con il ritardo di un quarto di periodo sulle pulsazioni progressive di densità promosse dal diapason alla bocca del risonatore. A distanze tre, cinque.... volte maggiori si ritrovano altri ventri della densità.

Ebbene, se il fondo dello stantuffo è costituito dalla membrana del solito microfono messo in circuito con l'elettromagnete, e si regoli convenientemente la corrente iniziale, partendo dal silenzio assoluto il diapason entra gradatamente in

intensa vibrazione ogni volta che la membrana del microfono venga a disporsi a capo del *primo* quarto d'onda nel tubo o a capo del *quinto*, o del *nono*, etc., mentre la risonanza non si risveglia, o non reagisce utilmente sul circuito dell'elettromagnete, allorchè il microfono venga invece a limitare tre quarti d'onda, o sette quarti, o undici, etc.

Ciò si spiega facilmente notando che, se il diapason emette in direzione dell'asse del tubo verso il microfono la pulsazione $\cos(\omega t + \pi)$, alle distanze di 1, 5, 9... quarti d'onda nel tubo le variazioni di densità pulsanti sul microfono sono rappresentate da $\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, mentre alle distanze di 3, 7, ... quarti

d'onda nel tubo il microfono riceve la pulsazione $\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

Deducendo il piccolo ritardo elettromagnetico ¹⁾, si ha ancora nel primo caso una magnetizzazione, e quindi una forza, sensibilmente in avanzo sulla vibrazione $\cos \omega t$ che essa deve mantenere; mentre nel secondo caso la forza è in ritardo di più di un quarto di periodo e cioè tende ad opporsi alla vibrazione.

È curioso il constatare che l'effetto è più intenso allorquando il microfono si trova in fondo a cinque quarti d'onda nel tubo che non quando si trovi a un quarto: è probabile che ciò dipenda dall'influenza del diametro piuttosto grande del tubo (60 mm.) per rispetto alla lunghezza del quarto d'onda (200 mm.), e insieme dalla posizione del diapason alla bocca del risonatore per la quale non è possibile che esso le presenti delle onde sensibilmente piane; in tal caso le riflessioni multiple entro il primo quarto d'onda del tubo possono dar luogo sul microfono a pressioni interferenti, mentre in fondo ai cinque quarti il moto delle onde progressive giunge certamente più ricco di concordanze. Ad ogni modo, il passaggio dall'effetto nullo, anzi smorzante, che si verifica sui tre quarti d'onda, all'effetto notevole che nasce a un quarto o a cinque quarti, non manca

1) L'elettromagnete qui applicato consiste in un piccolo nucleo di ferro massiccio, lungo 13 mm. del diametro di 5 mm. sul quale vennero avvolte direttamente alla gommalacca tante spire di filo di rame di 0,5 mm. da fare un rocchetto piatto con circa 2 ohm di resistenza e l'autoinduzione di 0,0046 henry (misurata entro il suo diapason alla frequenza di 400 periodi).

di essere abbastanza suggestivo per quanto riguarda la dimostrazione della necessità dell'avanzo di fase di F su α .

Lo stesso diapason, di cui il fondamentale è di circa 400 periodi a secondo, in grazia della sua debolezza di cuore è capace di fornire facilmente degli armonici superiori. Il primo che richiama la produzione di un nodo a circa 24 mm. dalla sommità, si ricava molto intenso eccitandolo con l'archetto a un terzo della lunghezza verso la base. La frequenza di questo primo armonico è superiore a 2000 periodi.

Orbene, lo stesso elettromagnete e lo stesso microfono che eccitano in modo persistente la vibrazione fondamentale con l'aiuto del suo tubo risonatore, sono capaci di risvegliare e mantenere con notevole intensità anche questo armonico di 2000 periodi. Conviene disporre il nucleo dell'elettromagnete all'altezza di un terzo entro la lunghezza del diapason, la bocca del risonatore allo stesso livello, e determinare la posizione di risonanza dello stantuffo: si trova una lunghezza di 10 cm. che corrisponde a circa *cinque* quarti d'onda della nuova vibrazione. Il suono sorge dal silenzio come dianzi, specialmente se si favorisce una perturbazione iniziale della corrente, rigirando nel proprio piano lo stantuffo portante il microfono e si abbia cura di rinforzarla gradatamente escludendo il reostato.

Con l'elettromagnete così disposto, è anche possibile eccitare il fondamentale; basta trasportare il microfono a 20 cm. entro il risonatore, per far tacere l'armonico di 2000 periodi e far sorgere il tono di 400: portandolo alternativamente a 10 e a 20 cm. si eccita a volontà or l'uno or l'altro dei due suoni.

In queste esperienze non appena il suono ha preso la sua massima intensità, la corrente sale di per sé a valori cinque o sei volte maggiori di quello normale; quindi è necessario tornare indietro col reostato man mano che la risonanza si rinforza se si vuole che la vibrazione persista e il microfono non soffra riscaldamenti.

Tali risultati mi sembrano atti a suggerire, per diapason elettromagnetici convenienti ad esperienze di acustica, una disposizione sicura e vantaggiosa. Modificando opportunamente

la forma e i caratteri delle ordinarie cassette di risonanza che si annettono ai diapason, ad esempio costruendole cilindriche e di metallo spesso in maniera che la risonanza sia dovuta più propriamente alla colonna d'aria (ed eventualmente adottando una coppia di tubi quarti d'onda, ciò che per diapason di frequenza alquanto elevata non importerebbe grande spazio), appare conveniente costituirne il fondo con la membrana del microfono (o di due microfoni in parallelo), (fig. 7). Questa parte più de-

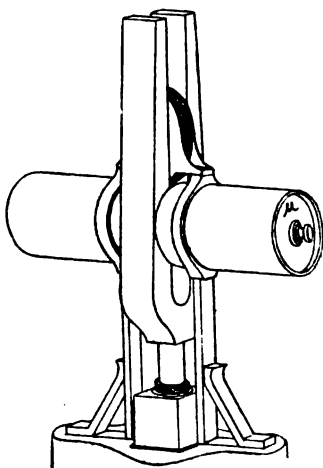


Fig. 7.

licata dell'apparecchio, si troverebbe così riparata da vibrazioni estranee o dagli urti, in ispecie se la calotta fosse adagiata entro una sede molle isolante, e sarebbe in condizione da ricevere intense pulsazioni di periodo ben definito soltanto dal suo diapason.

3. — La sostituzione di un microfono al contatto unico metallico, risolve però solo con approssimazione il problema di fornire all'elettromagnete una distribuzione sinusoidale di corrente per ottenere una F della stessa forma della α . Infatti la membrana microfonica compie vibrazioni di ampiezze assai più grandi di quelle in giuoco nell'ordinario esercizio telefonico, e allora, alla pulsazione fondamentale della corrente, si sovrappo-

pongono pulsazioni di frequenza doppia, quadrupla, etc., di cui le ampiezze possono risultare non trascurabili.

Ciò mostra il calcolo seguente.

Se la vibrazione del diapason nel suo piano è $\alpha_0 \cos \omega t$, assumiamo, come dall'esperienza, per la vibrazione del microfono, $\alpha' = m \alpha_0 \cos (\omega t + \pi)$, essendo m un coefficiente costante. Ammettiamo che la sua resistenza R varii proporzionalmente alla ampiezza di vibrazione della membrana, e che ad $R = R_0$ ($1 - \alpha'$) corrisponda la corrente $i = I (1 + \beta)$, ove sia R_0 la resistenza media del microfono, e β la pulsazione della corrente, che cerchiamo.

L'equazione della corrente è

$$E = i(r + R) + \frac{d}{dt}(L i).$$

Se trascuriamo le variazioni dell'induttanza L durante le vibrazioni, e ammettiamo che la tensione E applicata sia quella che serve a creare la corrente I costante nella resistenza $r + R_0$ costante, cioè se $E = I(r + R_0)$, avremo:

$$(1) \quad I[r + R_0(1 + m\alpha)]\beta + L I \frac{d\beta}{dt} = -R_0 I m \alpha.$$

Alla corrente continua I si sovrappone la corrente alternata $I\beta$, come se il microfono fosse sede di una forza elettromotrice alternata

$$e' = -R_0 I m \alpha,$$

proporzionale ad I e alle variazioni sinusoidali di resistenza $R_0 m \alpha$.

Come è malagevole dedurre la β dalla (1), scomponiamola in $\gamma + \delta$, rappresentando con γ la variazione della corrente in resistenza costante e con δ la corrente in resistenza variabile. La (1) può scomporsi così nella somma delle due seguenti:

$$(2) \quad e' = -R_0 I m \alpha = (r + R_0) I \gamma + L I \frac{d\gamma}{dt},$$

$$(3) \quad e' = -R_0 I m \alpha \gamma = [r + R_0(1 + m\alpha)] I \delta + L I \frac{d\delta}{dt}.$$

Similmente, ponendo ancora $\vartheta = \varepsilon + \eta$, ricaviamo dalla (3) altre due equazioni:

$$(4) \quad e' = -R_0 I m \alpha \gamma = (r + R_0) I \varepsilon + L I \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

$$(5) \quad e'' = -R_0 I m \alpha \varepsilon = [r + R_0 (1 + m \alpha)] I \eta + L I \frac{d\eta}{dt};$$

e così di seguito. Le (2), (4), ... forniscono le componenti $\gamma, \varepsilon, \dots$. Questo procedimento di approssimazioni successive dà per la forma della corrente:

$$i = I(1 + \gamma + \varepsilon + \dots),$$

ove

$$(6) \quad \gamma = \frac{R_0 m \alpha_0}{\sqrt{(r + R_0)^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t + \pi - \arctg \frac{\omega L}{r + R_0}\right),$$

e i termini seguenti ε, \dots valgono i quadrati dei precedenti. La corrente variabile $I\beta$ è dunque rappresentata da una somma di termini sinusoidali delle frequenze $n, 2n, 4n, \dots$. Il rapporto delle ampiezze di due termini consecutivi essendo costante, ed uguale alla ampiezza del primo termine γ , la serie sarà tanto più convergente quanto più piccola sia la variazione massima di resistenza $R_0 m \alpha_0$ per rispetto alla impedenza costante col periodo fondamentale.

Ciò spiega come, nella disposizione adottata, sieno più favoriti dal microfono i diapason di frequenza elevata; il che concorda con quanto è noto in telefonia.

I termini di frequenza $2n, 4n, \dots$ costituiscono in ogni caso uno svantaggio, inquantochè $\int F d\alpha$ è per essi in ogni periodo uguale a zero, e rappresentano quindi energia male spesa. Converrà mortificare questi termini con qualche artificio, ad esempio graduando opportunamente le correnti Foucault. A conforto, valga osservare che l'apparecchio della fig. 4 venne dapprima costruito con l'elettromagnete a rocchetto in cartone e nucleo in fili di ferro sottili, — e funzionava debolissimamente anche con correnti eccessive. Si dimostrò molto migliore la costruzione con il rocchetto in lamina d'ottone fessurato e nucleo massiccio in ferro dolce: ma quest'ultimo si riscaldava

di molto dopo pochi minuti di funzionamento, tanto da carbonizzare una striscia di carta che aveva servito a calzarlo nella sua sede del rocchetto d'ottone. Praticati quattro tagli in croce in questo nucleo, ogni riscaldamento scomparve e il funzionamento rimase soddisfacente. Queste, ed altre esperienze consimili, mi dimostrarono che si può trarre utile partito dalle correnti Foucault, per ismorzare i termini di frequenze più elevate.

Accettando per approssimazione la forma della corrente con la sola pulsazione fondamentale,

$$i = I \left(1 + \frac{\rho_0}{Z} \cos(\omega t + \pi - \phi) \right)$$

ove $\rho_0 = R_0 m \alpha_0$ indica la variazione massima della resistenza nel microfono, Z l'impedenza del circuito per la frequenza fondamentale e ϕ il ritardo elettromagnetico, — possiamo calcolare il valore della forza periodica F disponibile per compensare lo smorzamento.

Notiamo che il funzionamento del nostro elettromagnete è un po' diverso da quello del diapason a interruzione di corrente. Nel nostro caso, persiste nel circuito una corrente I costante che magnetizza permanentemente il nucleo e il diapason, producendo in essi un flusso d'induzione, che possiamo rappresentare con

$$\Phi = k I (1 + \alpha)$$

quando α_0 sia abbastanza piccolo per rispetto all'interferro. Su questo flusso lavora la corrente alternata $I\beta$, con la forza F , che deve uguagliare

$$A \frac{d\alpha}{dt} = - A \omega \alpha_0 \cdot \sin \omega t = - A_0 \sin \omega t$$

affinchè la vibrazione sia persistente. Quando l'ampiezza varia di $d\alpha$, il flusso cresce di $d\Phi$, e il lavoro della corrente è

$$I \beta \cdot d\Phi = F d\alpha,$$

donde:

$$(7) \quad F = k I^2 \beta.$$

La compensazione dell'attrito richiederà di soddisfare la relazione

$$(8) \quad k I^2 \frac{\rho_0}{Z} \cos(\omega t + \pi - \phi) = A_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

L'energia comunicata in un periodo sarà:

$$(9) \quad E = \int_0^{\pi} F d\alpha = \pi \cdot k I^2 \frac{\rho_0}{Z} \cdot \alpha_0 \sin \phi.$$

Se A_0 ed F_0 debbano uguagliarsi:

$$k I^2 \frac{\rho_0}{Z} = A_0, \quad [E = \pi \cdot A_0 \cdot \alpha_0 \sin \phi.]$$

Diapason di piccolo periodo saranno in ogni caso in migliori condizioni col funzionamento microfonico nella maniera finora trattata.

4. — Diapason a più lungo periodo ($> 0,01''$) non danno alcun risultato col sistema descritto, cioè trasmettendo *per l'aria* la pulsazione al microfono, almeno col genere di microfoni da me adoperati.

Ma i diapason molto lenti sono generalmente anche grandi e pesanti, di forme tali che d'ordinario hanno il cuore debole e trasmettono vibrazioni longitudinali notevoli al gambo. Applicando il piano del microfono solidalmente sull'estremità di quest'ultimo, quando gli si lasci agio di vibrare, essendo isolato dallo strettoio di sostegno con una guaina di feltro o di cuoio, si può ottenere in qualche caso di trasmettere sicuramente al microfono una pulsazione sufficiente.

V'ha però un metodo migliore per utilizzare le capsule microfoniche *Mix* e *Genest* con diapason molto lenti e di grande massa.

In ragione della loro costruzione interna, mostrata in sezione dalla fig. 3, quando si dia alla capsula uno scuotimento normale alla membrana, ritmato con periodo non troppo piccolo, il sistema formato dal blocchetto di carbone K raccomandato alla piccola molla *m*, oscilla anch'esso con moto forzato

e con ugual periodo; l'esperienza mi ha mostrato che tale oscillazione può imprimere intense variazioni di pressione, e quindi di resistenza, nella concamerazione dei granuli, per periodi compresi fra 0,1 e 0,01 di secondo. Allora, si può applicare la capsula microfonica su una delle branche del diapason o una su ciascuna branca, a guisa dei soliti contrappesi. A seconda dei casi, si mostra nettamente più opportuno porre la capsula all'interno o all'esterno delle branche, con la membrana rivolta alla branca stessa: ciò dipende dal rapporto dei periodi del diapason e del sistema K, m nel microfono (fig. 3), per quanto riguarda la creazione della differenza di fase necessaria.

La membrana dei microfoni non avendo più in questo caso un ufficio essenziale e inoltre gran parte della capsula costituendo un peso inutile, interesserebbe studiare una costruzione semplificata, applicabile anche a diapason leggieri e di frequenza più elevata di quelli più sotto descritti. Di questo tipo di microfono converrà conservare da un lato il sistema del blocchetto di carbone K e della molla m , opportunamente scelta caso per caso, graduabile, e dall'altro lato un secondo dischetto di carbone da fissarsi al rebbio, collegato al primo da un involucro flessibile e alquanto più robusto dell'attuale, che è un tessuto di lana assai delicato.

La fig. 8 mostra due diapason molto lenti, da 20 o 30 periodi, che portano la disposizione descritta. Nell'interno di ciascuna branca, poco sotto l'elettromagnete, è fissata una capsula microfonica con una coppia di viti a testa piatta, e le due capsule sono in parallelo nel circuito dell'elettromagnete. Questo ha un nucleo di ferro dolce massiccio, di 20 mm. di diametro, 65 mm. di lunghezza, avvolto con filo di 0,4 mm. e il rocchetto è corazzato con un cilindro di ferro fessurato che fa corpo col sostegno. La resistenza dell'avvolgimento è di 33.0 ohm e l'induttanza di 0.4 henry.

Applicando al circuito 12 o 15 volt, ognuno di questi diapason acquista vibrazioni da uno a due cm. di ampiezza, assorbendo una corrente che non supera in tutto 0,2 amp. Quando il diapason è mantenuto in quiete, si può far passare in ciascun microfono anche 0,5 amp., ma stabilitasi la vibra-

zione, la corrente cade di per sè verso 0.1 qualunque sia l'eccesso di tensione applicata. Baggiunta una certa ampiezza massima, aumentando di molto la tensione sopra i 12 volt, non

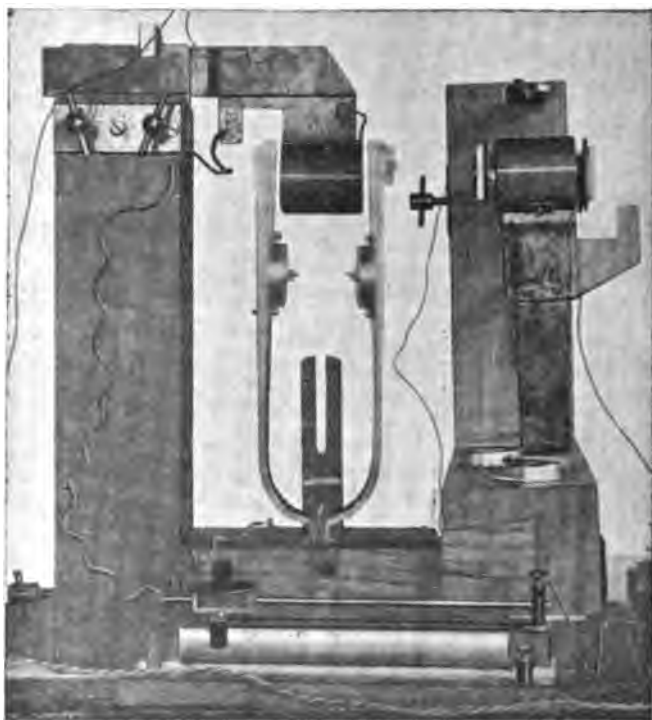


Fig. 8.

si riesce che a bruciare i microfoni. Pare che lo stato di scuotimento che essi acquistano faccia tendere la loro variazione di resistenza a un valore limite, oltre il quale l'energia elettromagnetica si spenda in scariche termiche fra i globuli di carbone, specialmente in causa della autoinduzione piuttosto forte del circuito. D'altra parte è da notarsi che con questo trattamento i microfoni in via normale vanno soggetti a riscaldamento molto minori che negli apparecchi precedenti.

Convieni, per proteggere in ogni caso i microfoni, prendere la tensione sopra una resistenza percorsa da corrente, o in generale derivare una resistenza metallica fra gli accumu-

latori e il circuito del diapason; con reostati a corsoio, si può regolare la tensione e variare l'ampiezza di vibrazione con grande continuità.

L'apparecchio funziona assai regolarmente e durevolmente. Se i microfoni sono freschi e giustamente regolati (mediante la vite V, fig. 3) non appena applicata la tensione, la vibrazione si apre e si amplifica, pur senza un apparente scuotimento iniziale. Naturalmente, questi microfoni non essendo costruiti per un lavoro di tal fatta, la loro durata non è indefinita; giova tuttavia notare che una esperienza su questo punto, eseguita con un solo microfono in circuito, ha permesso di constatare che in *quattordici* ore di vibrazione continua, con 0,1 amp. sotto 12 volt, l'ampiezza, misurata sopra uno schermo distante sette metri, variò da 48 cm. a 38 cm. Il microfono inizialmente era già molto usato e poté dipoi ancora servire.

Diapason automatici di questa natura possono in ogni caso costituire una sorgente robusta di energia vibratoria di basso periodo, ciò che può tornar utile in molte esperienze didattiche, ad es. quelle di Melde, che guadagnano ad essere eseguite in grande scala.

I due diapason che mostra la fig. 8, l'uno verticale, che è fotografato in vibrazione, e l'altro orizzontale, costituiscono un apparecchio per la proiezione delle curve Lissajous. Son formati da un nastro di ferro della larghezza di 45 mm. lo spessore di 6 mm. e la lunghezza, totale, da 60 a 70 cm. Data la lentezza della vibrazione, è possibile percepire sullo schermo il senso nel quale il disco luminoso descrive la traiettoria.

Sotto questa forma, cioè con spessore piuttosto esiguo e uniforme e con il tratto ricurvo assai ampio, un diapason possiede sempre una coppia di regioni nodali ben definite e simmetriche alla base dei rebbi, meglio che sotto altre forme di cuore più forte¹⁾.

Se il nastro di ferro è ben omogeneo e incurvato regolarmente ed abbia subito a termine varii ricuocimenti alter-

1) Cfr. H. J. L. Struycken. Die Schwingungsart einer Stimmgabel, etc. Annalen d. Physik. 1907. n. 9.

nati a tempere, le *due* regioni nodali compaiono assai nettamente, con qualsiasi vibrazione, verso l'inizio della ripiegatura, — ciò che si scorge facendolo vibrare capovolto, sospeso per il piede ad un cordone molle, e illuminandone gli spigoli con luce viva.

Ho cercato allora se fosse possibile, durante la vibrazione, forzare tali regioni nodali a spostarsi lungo il rebbio, allo scopo di variare gradualmente il periodo fondamentale, senza far uso dei soliti contrappesi, di cui la manovra d'ordinario esige di arrestare la vibrazione. Ciò presenterebbe qualche interesse per un apparato Lissajous che permettesse di mostrare le curve corrispondenti a intervalli successivi semplici e le forme instabili di passaggio, senza bisogno di cambiare la coppia dei diapason.

Con i diapason dianzi descritti, mantenuti in moto da un energico sistema elettromagnetico, è realmente possibile eseguire una graduale variazione del periodo, mediante una specie di frenamento magnetico, applicato poco più in su delle regioni nodali. Ciò si può ottenere con un secondo elettromagnete abbastanza intenso disposto fra le branche, come mostra in F la fig. 9. Siccome il numero di vibrazioni cresce in ragione inversa del quadrato della lunghezza del rebbio a partire dalla regione nodale, alcuni semplici calcoli fatti in base ad esperienze eseguite sopra un grande diapason di R. König a 128 v. s., mi lasciavano sperare di poter percorrere l'intervallo di quasi un'ottava con una coppia di diapason incrociati di lunghezze prescelte (in modo da dare *naturalmente* due frequenze all'incirca nel rapporto 2:3), e dei quali si potesse far procedere il frenamento magnetico in sensi inversi mediante la manovra di un doppio reostato a corsoio, come è indicato nella fig. 9.

Con l'apparecchio che ho sperimentato, non mi fu però possibile raggiungere per ciascun diapason variazioni del pe-

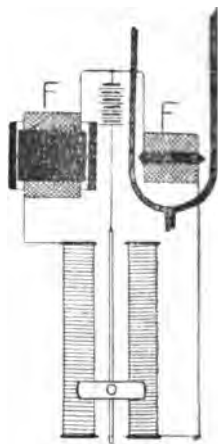


Fig. 9.

riodo superiori all'otto o dieci per cento, in parte in causa della bassa frequenza dei diapason (20 e 30 periodi a secondo) che non permetteva alle correnti parassite nei rebbi di salire a forti intensità, e d'altra parte perchè gli elettromagneti F cominciavano presto a lavorare per attrazione sui rebbi, deformando il diapason fino a combaciamento.

Ho però rinunciato allo studio ulteriore di questo apparato, riflettendo che ha maggiore interesse didattico il mostrare le curve di Lissajous con una coppia di diapason all'unissono, o meno, ricavandole in varie condizioni con la manovra diretta dell'archetto, piuttosto che mostrare la loro produzione per un gran numero di intervalli mediante un unico apparecchio automatico. Il quale, finalmente, riuscirebbe certo più ingombrante e meno remunerativo di altri sistemi più semplici, che facilmente si possono realizzare ricorrendo a una coppia di piccoli motori elettrici uguali, a velocità gradualmente regolabili fra larghi limiti, per imprimere ampie vibrazioni ortogonali ai soliti due specchietti paralleli ¹⁾.

Torino, R. Politecnico, marzo 1908.

1) Il presente lavoro era già scritto, quando mi giunse a conoscenza la recente opera del dott. E. A. Kielhauser, " Die Stimmgabel, ihre Schwingungsgesetze und Anwendungen in der Physik. (1907) ", che mi ricorda che l'impiego del microfono era già stato tentato da R. Appleyard nel 1890: si trattava di un microfono del genere Hughes disposto orizzontalmente sul piano superiore della cassetta di risonanza di un diapason.

Anche il principio di modificare il periodo mediante un frenamento applicato alla base di un diapason, apparisce non nuovo, poichè trovo nello stesso libro (pag. 61) che A. Schuller nel 1895, " (Mathem. naturw. Ber. aus Ungarn, 12, S. 131) ", costringeva i due rebbi presso le regioni nodali entro una specie di morsa costituita da una coppia di molle d'acciaio. Mi pare che il frenamento elettromagnetico debba consentire però una delicatezza senza confronto migliore.

SULLA TEORIA DELL'ELLISSOIDE FLUIDO IN EQUILIBRIO DI JACOBI
lettera del Prof. Morera al Prof. Volterra ¹⁾.

Torino 10 Giugno 1908.

Caro amico,

Rispondo immediatamente al tuo desiderio di conoscere com'io soglio svolgere nel mio insegnamento la teoria dell'ellissoide fluido di Jacobi. Si tratta naturalmente di considerazioni che hanno un valore puramente didattico.

Affinchè l'ellissoide di semiassi a, b, c sia figura di equilibrio di un liquido omogeneo, rotante uniformemente attorno all'asse minore (c), dev'essere verificata l'equazione:

$$F(c^2) \equiv \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{R^3} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} + \frac{\lambda}{a^2 b^2} \right) = 0$$

$$R = \sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

mentre la velocità angolare risulta determinata da un'altra equazione che stimo inutile trascrivere (Cfr. Thomson and Tait, *Nat. Phil.*, Part. II, n. 788).

Per c^2 infinitesimo $F(c^2)$ è negativo, mentre per $c = b$ è positivo; sicchè, riguardando noti a e b ($a > b$), l'equazione $F(c^2) = 0$ ha certamente delle radici reali nell'intervallo: $0 \dots b^2 < a^2$.

Consideriamo una di queste radici. L'ultimo fattore sotto il segno integrale deve mutar segno mentre λ percorre i va-

1) Jacobi, come è ben noto, ha trovato che ellissoidi a tre assi diversi possono essere figure d'equilibrio di masse fluide omogenee ruotanti. La discussione delle equazioni, a cui conduce la teoria di Jacobi, quale si trova negli ordinari trattati non è semplice; quindi siamo lieti di offrirne una semplificazione introdotta dal Prof. Morera in un punto essenziale della discussione stessa.

Nota della Redazione.

lori da 0 a ∞ , e lo muterà una sol volta per un valore $\lambda_0 > 0$.
Per una radice si trova subito:

$$F'(c^2) = \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{R^3} \left\{ \frac{1}{c^2} + \frac{3}{2(c^2 + \lambda)} \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} - \frac{\lambda}{a^2 b^2} \right) \right\}$$

$$> \frac{1}{c^2} \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{R^3} + \frac{3}{2(c^2 + \lambda_0)} \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{R^3} \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} - \frac{\lambda}{a^2 b^2} \right) > 0$$

sicchè $F(c^2)$ *raggiunge* sempre il valor zero *crescendo*, circostanza che esclude la possibilità di annullarsi più di una volta nell'intervallo $0 \dots b^2$.

Si vede poi ovviamente che l'equazione: $F=0$ rimane soddisfatta mutandovi: a, b, c rispettivamente in: ka, kb, kc ; sicchè quest'equazione effettivamente determina $\frac{c}{a}$ dato $\frac{b}{a}$.

Aff.mo

G. MORERA.

IL FENOMENO ZEEMAN E IL SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA.

Nota di O. M. CORBINO.

1. Una sorgente sferica S emetta ed assorba le radiazioni di lunghezza d'onda λ e le molto vicine, in modo da dar luogo a una riga sottile per emissione o per assorbimento. Essa abbia dimensioni sufficienti perchè, disponendola nel centro di una superficie sferica perfettamente speculare all'interno, i raggi emessi siano quasi tutti riassorbiti dopo una sola riflessione.

Se la sorgente e la sfera son disposte in un campo magnetico uniforme di direzione AB (fig. 1), l'emissione e l'as-

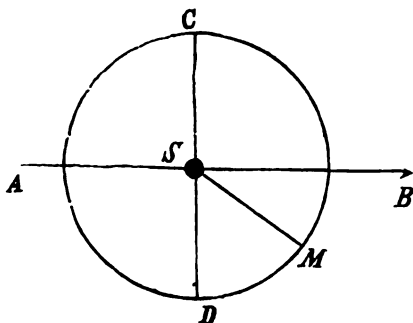


Fig. 1.

sorbimento si modificano per il fenomeno di Zeeman. La sorgente emette, nel caso più semplice, una vibrazione parallela ad AB di lunghezza d'onda λ e due altre circolari di lunghezze d'onda λ_1, λ_2 [$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$] disposte nel piano normale ad AB . Di queste la λ_1 gira nel senso della corrente magnetizzante, ed è perciò sinistrorsa se guardata nel senso BS ; l'altra gira nel senso opposto.

L'effetto ottico in qualunque direzione è quello dovuto a queste tre componenti, o meglio alle loro proiezioni su un piano normale al raggio.

Così nel senso SB si propagheranno due sole radiazioni circolari [λ_1 , λ_2]; nel senso SA due radiazioni circolari inverse [λ_1 , λ_2]; nel senso SC o SD tre radiazioni a vibrazioni rettilinee [$\lambda_1 \uparrow$, $\lambda \rightarrow$, $\lambda_2 \uparrow$]; e infine nel senso SM, come dimostrò il prof. Righi ¹⁾, tre radiazioni di cui una, λ , polarizzata rettilineamente e le altre due, λ_1 , λ_2 , polarizzate ellitticamente, coi particolari prevedibili in base alla regola sopra esposta.

La radiazione tra la sorgente e la sfera speculare ne risulta profondamente modificata. E invero, come l'esperienza dimostra, la sorgente assorbe le radiazioni che emette *nel senso* in cui le incidenti l'attraversano; essa perciò assorbirà ancora, dopo una sola riflessione sulla sfera, le radiazioni emesse nel piano equatoriale CD; ma una riflessione non basterà più per le radiazioni emesse secondo l'asse AB nelle altre direzioni. Così i raggi di lunghezza e d'onda λ_1 (sinistrorso) e λ_2 (destrorso) che si propagano lungo SB, restano tali dopo la riflessione e non sono più assorbiti tornando su S, poichè questa nel senso SA emette una radiazione λ , destrorsa e λ_1 , sinistrorsa. Adunque nel senso SA, e così nel senso SB, si propagerà una radiazione complessiva d'intensità doppia di quella che si propagherebbe senza il campo o di quella che anche col campo si propaga lungo SC e SD. L'assorbimento si compirà, per le radiazioni non equatoriali, dopo due riflessioni anzichè una come è facile riconoscere.

Questa perturbazione sarà eliminata se noi tappezziamo la parete speculare con una lamina birifrangente sferica di $\frac{1}{4}$ d'onda, avente la sezione principale orientata in ogni punto secondo la tangente al meridiano condotto per l'asse del campo. Con questo artificio le vibrazioni rettilinee che si propagano nel piano equatoriale non saranno alterate; le altre circolari od ellittiche nelle direzioni non equatoriali traverseranno, alla prima riflessione, due volte la lamina quarto d'onda, orientata dovunque in modo da capovolgere il senso di rotazione, e da rendere con ciò completamente assorbibili le radiazioni relative nel traversare la sorgente S.

1) A. Righi, Mem. Acc. Bologna, t. VIII, pag. 263, 1900.

2. Posto ciò, si consideri il dispositivo della fig. 2. Due sorgenti S_1, S_2 (identiche) e circondate dalle superfici sferiche speculari tappezzate dalla lamina quarto d'onda, s'inviano reciprocamente le proprie radiazioni a traverso a due aperture e con l'intervento di una lente collettiva L convenientemente disposta.

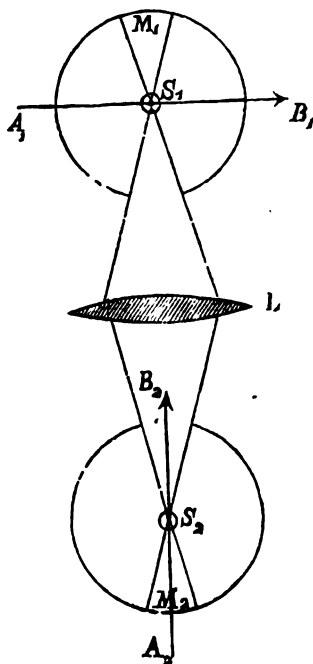


Fig. 2.

L'equilibrio è ottenuto per l'uguaglianza delle quantità di energie emesse e assorbite dalle due sorgenti.

Supponiamo adesso che due campi magnetici uniformi agiscano sulle due sorgenti, secondo $A_1 B_1$, e $A_2 B_2$, cioè secondo direzioni ortogonali.

Dimostriamo che se S_1 e S_2 emettono attraverso alle due aperture quantità di energie uguali, che assumiamo come 1, la sorgente S_1 assorbe $\frac{1}{2}$ dell'energia propria e $\frac{1}{2}$ di quella proveniente da S_2 , mentre la S_2 assorbe $\frac{1}{2}$ della propria e $\frac{1}{2}$ di quella proveniente da S_1 ; cosicchè in totale S_1 ed S_2 emet-

tono ugualmente, ma la prima assorbe una quantità di energia *doppia* di quella assorbita dalla seconda; pur essendo le due sorgenti identiche.

La contraddizione col secondo principio della termodinamica è evidente, e occorrerà in qualche modo ristabilire l'impeto del principio medesimo.

3. Cominciamo con l'osservare che è inutile tenere conto dell'emissione diretta di S_1 e S_2 verso le parti M_1 e M_2 degli specchi, poichè queste per la presenza della lamina quarto d'onda vengono interamente riassorbite dalle sorgenti. Basta quindi seguire soltanto, fino al loro completo estinguimento, le radiazioni emesse da ciascuna verso l'altra sorgente.

La S_1 emette le radiazioni: λ_1 (intensità $\frac{1}{4}$ e vibrazione \uparrow), λ_2 (intensità $\frac{1}{4}$ e vibrazione \uparrow) e λ (intensità $\frac{1}{4}$ e vibrazione \rightarrow). Della prima, S_2 assorbe una componente circolare (intensità $\frac{1}{8}$ e vibrazione \nearrow) e resta l'altra componente (intensità $\frac{1}{8}$ e vibrazione \searrow), che viene riflessa dallo specchio, cambia di direzione e di senso di rotazione e non è perciò assorbita da S_2 ; prosegue verso S_1 che ne assorbe una metà (intensità $\frac{1}{16}$ e vibrazione \uparrow), resta l'altra metà (intensità $\frac{1}{16}$ vibrazione \rightarrow), che ritorna verso S_2 , la quale ne assorbe metà (intensità $\frac{1}{32}$ vibrazione \nearrow); e così di seguito. Se si sommano adesso le quantità di luce assorbite singolarmente da S_1 e S_2 , si trova per S_1

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots = \frac{1}{12}$$

e per S_2

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots = \frac{1}{6}$$

Un analogo ragionamento fatto per la componente λ , dà luogo al medesimo risultato numerico. Quanto alla radiazione λ è facile riconoscere che S_2 non ne assorbe nulla, e che dopo il percorso S_1, S_2, M_2, S_2, S_1 essa ritorna interamente su S_1 . Adunque:

Della radiazione d'intensità 1 emessa da S_1 , questa riasorbe

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}, \text{ ed } S_2 \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

In modo simile si dimostra che delle radiazioni λ_1 (intensità $\frac{1}{2}$, vibrazione ↘) e λ_2 (intensità $\frac{1}{2}$, e vibrazione ↗) emesse da S_2 verso S_1 , la S_1 assorbe l'energia $\frac{1}{2}$, ed S_2 il resto, cioè $\frac{1}{2}$. Cosicchè complessivamente S_1 assorbe l'energia $\frac{1}{2}$, ed S_2 l'energia metà, $\frac{1}{4}$, come si era enunciato.

4. Questo risultato non è necessariamente connesso alla presenza della lamina quarto d'onda; poichè anche senza di questa si può dimostrare che, conservando adesso i raggi circolari il loro senso di rotazione dopo la riflessione, le radiazioni emesse da S_1 a S_2 nel senso *diretto* (da S_1 a S_2 e da S_2 a S_1) sono *egualmente* assorbite da entrambe; ma che inoltre la S_1 riassorbe pure la radiazione propria emessa nel senso $S_1 M_1$; mentre S_2 non assorbe quella emessa nel senso $S_2 M_2$, e quest'ultima radiazione, sovrapponendosi a quella emessa nel senso $S_2 S_1$, ha l'effetto di raddoppiare l'energia proveniente da S_2 . Il risultato finale è qualitativamente, identico.

5. Ancora a conclusioni analoghe si perviene *sopprimendo gli specchi* e mettendo in presenza due sorgenti S_1 ed S_2 disposte in campi magnetici ortogonali. Anzi in questo caso il risultato è immediato, e si trova che, chiamando 1 l'energia totale che l'una sorgente invia verso l'altra, S_2 ne assorbe $\frac{1}{4}$, ed S_1 invece $\frac{1}{4}$. Il resto viaggia dalle due parti per l'incompleto assorbimento; ma fu utile tenerne conto, come si fece ai numeri 3 e 4, per evitare il sospetto che a questi raggi propagantisi nel libero spazio si possa attribuire la funzione compensatrice richiesta dal secondo principio della termodinamica come avviene, secondo Planck, nel paradosso di Wien¹⁾. Nel nostro caso si potrebbe, per esempio, osservare che i raggi restanti finirebbero con l'essere assorbiti in qualche posto da una parete a bassa temperatura, ristabilendo il compenso.

6. Cerchiamo adesso di ovviare alla contraddizione trovata col secondo principio nell'ipotesi che le radiazioni studiate siano di temperatura. Potrebbe la luce emessa nel senso delle linee di forza, esser meno intensa di quella emessa nel senso normale; occorrerebbe però che la prima fosse la metà della

1) M. Planck-Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellschaft, 2, pag. 206, 1900; id. id. Drude's Annalen, t. 3, pag. 764, 1900; W. Wien, Drude's Annalen, t. 4, pag. 422, 1901.

seconda, il che l'esperienza non rivela per nulla, malgrado l'entità notevole dell'effetto previsto.

In secondo luogo potrebbe la distribuzione delle intensità tra le componenti $\lambda_1, \lambda, \lambda_2$ emesse nel senso normale al campo esser diversa da quella supposta, e che pure è la comunemente ammessa, specialmente dopo le ultime esperienze di Zeeman ¹⁾; ma per eliminare la contraddizione occorrerebbe addirittura che la componente λ parallela al campo, che pure è la più intensa, *non esistesse affatto*, il che non ha luogo certamente.

Non resta adunque che escludere l'ipotesi che le sorgenti S_1, S_2 emettano termicamente. Se invero esse non fossero costituite da vapori metallici riscaldati con un mezzo qualsiasi a temperatura elevata, in modo che l'emissione potesse durare indefinitamente spendendo solo calore, certo il secondo principio sarebbe violato. Ma se l'emissione avesse origini *dirette* chimiche od elettriche, sarebbe ancora un fatto ben singolare lo scambio disuguale di energia tra due corpi *identici* per il solo intervento di due campi magnetici ortogonali, ma si uscirebbe dal campo dell'impossibilità e la via alla ricerca del compenso sarebbe nuovamente dischiusa.

Credo adunque si possa concludere che: Due sorgenti luminose identiche con spettro e righe, sensibili al campo magnetico e opportunamente disposte, assorbono in misura diversa le radiazioni complessivamente di uguale intensità che si inviano reciprocamente.

E perciò un vapore metallico portato ad alta temperatura, con esclusione di altri processi chimici o elettrici, o non emette righe spettrali, o se le emette, esse non devono dar luogo al fenomeno di Zeeman.

Ricorderò in proposito che solo per taluni spettri a bande è stato dimostrato che l'emissione è di temperatura; e appunto gli spettri a bande non sono sensibili al campo magnetico.

1) P. Zeeman, Kon Akad. Amsterdam, 28 novembre 1907.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Klein F. Die Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik. *Phys. Zeit.* 9, p. 377, 1908.
- Pleocord J. et Pleocord A. Phénomènes odorifiques produits par les choc. *Archiv. de Génér.* (4), 25, p. 425, 1908.
- Lord Kelvin. The Problem of a spherical gaseous Nebula. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 687, 1908.
- Lodge O. Some aspects of the work of Lord Kelvin. *Faraday Soc. London.* 26 Maggio 1908.
- Claude G. L'Air liquide. *Rev. Scient.* (5), 9, p. 787, 1908.
- Grüneisen E. Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. *Ann. der Phys.* (4), 26, p. 398, 1908.
- Grähler M. Nochmals über den Gewichtsbegriff. *Unterrichtsb. f. Math. und Naturw.* 14, p. 26, 1908.
- Moresow N. Erklärungsversuch der physikalischen Sinns der Newtonschen Gravitationskonstante. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 23, 1908.
- Despauux A. Explication mécanique des propriétés de la matière. 856 p. Paris. F. Alcan. 1908.
- Gruner P. Die Welt des unendlich Kleinen (Atome, Elektronen ecc. ecc.). 32 p. Hamburg. 1908.
- Sexton F. P. The Spectrum top. *Phys. Soc. London.* 22 Maggio 1905.
- Phillips C. E. S. The preparation of a glass to conduct electricity. *Boy. Soc. Edinburgh.* 18 Maggio 1808.
- Jaquered A. Recherches modernes sur les poids atomiques. *Rev. génér. des Sciences.* 19, p. 449, 1908.
- Lodge O. Éther de l'espace. *Chem. News.* 97, 22 Maggio 1908.
- Rebensterff H. Gasvolumetrische Freihandversuche. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 171, 1908.
- Queisser F. Versuche mit einfachen Mitteln. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 182, 1908.
- Mathias E. La physique des courants d'air d'après Shaw. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 463, 1908.
- Lebedew P. La dispersion apparente de la lumière dans l'espace interstellaire. *Compt. Rend.* 146, p. 1254, 1908.
- Ritz W. Du rôle de l'éther en Physique. *Rivista di Scienza.* 8, p. 260, 1909.
- Rhodin J. G. A. Measuring small angles and lengths. *Engineer.* 105, p. 417, 1908.

- Thomson J. J. Matter and Ether. Adamson lecture, Manchester University. 1908.
 Burton C. V. A modified theory of Gravitation. *Phys. Soc. London*. 8 Maggio 1908.
 Thomson J. J. Die Korpuskulartheorie der Materie VIII+166 p. Braunschweig. Vieweg u Sohn. 1908.
 Thomson J. J. Sur les indications fournies par les récentes recherches en électricité au sujet de la relation entre la matière et l'éther. *Radium*. 5, p. 145, 1908.
 Lord Kelvin. The Problem of a spherical gaseous Nebula. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 1, 1908.
 Lodge O. Lord Kelvin's Philosophy. *Nature*. 78, p. 198, 1908.
 Kapteyn J. G. Recent researches in the structure of the Universe. *Nature*. 78, p. 210, 1908.
 Fournier d'Albe E. E. Some general principles of the theory of dimensions. *Roy. Irish Academy. Dublin*. 11 Maggio 1908.

2. Densità.

- Bousfield W. R. A new form of Pyknometer. *Journ. Chem. Soc.* 98, p. 679, 1908.
 Gawalewski A. Senkzylinder für Mikrodensimetrie. *Zeit. f. anal. Chemie*. 47, p. 306, 1908.
 Berewik S. Pipette zur Dichtebestimmung der Säure. *Journ. d. Russ. phys. Chem. Ges.* 40, p. 76, 1908.
 Cheury E. T. Specific gravity of snow. *Mont. Weath. Rev.* 35, p. 588, 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Neumann C. Ueber das logarithmische Potential einer gewissen Ovalfläche. *Leipz. Ber.* 59, p. 278, 1907.
 Koenigsberger L. Der Greensche Satz für erweiterte Potentiale. *Berl. Ber.* p. 804, 1907.
 de Ball L. Theorie der Drehung der Erde. *Wien. Anz.* p. 420, 1907.
 Willer F. H. Die Torsion eines Rotationskörpers um seine Achse. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 55, p. 225, 1907.
 Morley A. Laterally loaded Struts and Tie-rods. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 711, 1908.
 Bloch L. La mécanique de Newton et la mécanique moderne. *Rev. Scient.* (5), 9, p. 705, 1908.
 Burton C. V. A modified theory of gravitation. *Phys. Soc. London*. 8 Maggio 1908.
 Maggi A. Sugli spostamenti elastici discontinui. *Rend. Acc. Lincei*, (5), 17, p. 571, 1908.
 Jordan H. Zur Kenntnis der elastischen Nackwirkung bei kleinen gleichförmigen Biegungen homogener Metallstäbe. Göttingen. 1908.
 Gulliver C. H. The cohesion of steel, and on the relation between the yield points in tension and in compression. *Roy. Soc. Edinburg*. 18 Maggio 1908.
 Santalovich S. Sur l'équation aux dérivées partielles des membranes vibrantes. *Compt. Rend.* 146, p. 1249, 1908.
 Neumann C. Ueber das logarithmische Potential einer gewissen Ovalfläche. II. *Leipz. Ber.* 60, p. 53, 1908.
 Smith R. H. Stresses in Beams and Chain Rings. *Engineer*. 105, p. 77, 134, 1908.

- Wallace W. M. Vibration of Beams and Torsional Oscillations of Shafts. *Engineering*. 85, p. 347, 481, 1908.
- Guthe K. E. Some Cases of excessive Damping of Torsional Vibration. *Science*. 27, p. 572, 1908.
- Woodward R. S. Method of determining the Modulus of Bending of a flat Spring. *Science*. 27, p. 612, 1908.
- Meyer E. Untersuchungen über Härteprüfung und Härte. *Zeit. d. Ver. d. Ing.* 52, p. 645, 740 835, 1908.
- Hargreaves R. The interaction of Dynamical Systems. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 110, 1908.
- Morrow J. The lateral vibration and deflection of clamped-directed bars. *Phys. Soc. London*. 12 Giugno 1908.
- Charbonnier P. Sur la théorie des perturbations du pendule. *Nouv. Ann. de Mathém.* (4), 8, Aprile 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Ramstedt E. Beiträge zur Kenntniss des Verhaltens gedehnter Flüssigkeiten. *Arkiv. för Math. Astron. och Fysik*. 4, p. 16, 1907.
- Morgan J. L. R. and Stevenson R. Das Gewicht eines fallenden Tropfens und die Taleschen Gesetze. *Chem. Zentralbl.* 1, p. 1757, 1908.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Fritzsche. Untersuchung über den Strömungswiderstand der Gase in zylindrischen Rohrleitungen. *Zeit. d. Ver. D. Ing.* p. 81, 1908.
- Stanton T. E. Wind Pressure. *Nature*. 78, p. 79, 1903.
- Stanton T. E. La résistance des plans à l'air. *Engineering*. 85, 2209, 1903.

6. Apparecchi.

- Kann L. Zwangsläufiger Apparat zur Demonstration der Zusammensetzung beliebiger Schwingungen und Wellen. *Phys. Zeit.* 9, p. 378, 1908.
- Determann H. Ein einfaches, stets gebrauchsfertiges Instrument zur Messung der inneren Reibung von Flüssigkeiten. *Phys. Zeit.* 9, p. 375, 1908.
- O'Dowd L. and Perkin F. M. Apparatus for determining the boiling points of very small quantities of liquids. *Farad. Soc.* 12 Maggio 1908.
- Borowik S. Lötampe mit beliebig zentrierbarem Gebläse. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 27, 1908.
- Gouy M. Sur un Appareil destinée aux nivellements micrométriques. *Compt. Rend.* 146, p. 1191, 1908.
- Maey E. Schulapparate für Mechanik. *Zeit. f. Phys. Chem. Unt.* 21, p. 153, 1908.
- Koopsel A. Ein neues Verfahren zur Uebertragung von Bewegungen geringer Energie. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, 395, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

- Porter A. W. On the osmotic pressure of compressible solutions of any Degree of concentration. *Roy. Soc. London*. 20 Feb. 1908.

- Callendar H. L. On vapour pressure and osmotic pressure of strong solutions. *Roy. Soc. London*. 19 Marzo 1908.
- de Coninck O. et Raynaud. Note sur le sélénium. *Bull. de Belg.* p. 57, 1908.
- Miron E. Sur la chaleur spécifique et la pression osmotique des solutions. *Journ. de la Soc. Phys.-Chim. Russ.* 40, N. 8, 1908.
- Taylor W. W. and Moore T. W. The « negative viscosity » of aqueous solutions. *Roy. Soc. Edinburgh*. 1 Giugno 1908.
- Lehmann O. Künstliche Zellen mit flüssig-kristallinen Wänden. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 406, 1908.
- Le Bas G. The Unit-Stere Theory. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 60, 1908.
- Lewis G. N. La pressione osmotica delle soluzioni concentrate e le leggi della soluzione perfetta. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 30, N. 5, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Bellon G. Les gaz occlus dans les aciers. *Bull. Soc. d'Encour. pour l'Ind. nation.* 110, 4, 1908.
- Cleek B. W. The coefficient of diffusion. *Phys. Soc. Lond.* 22 Maggio 1908.
- Herz W. und Kuhn F. Ueber Lösungsmittelgemengen. *Zeit. f. anorg. Chem.* 58, p. 159, 1908.
- Schreinemakers F. A. H. Equilibria in quaternary systems. *Proc. Amsterdam*. 10, p. 817, 1908.
- Pietti A. e Magli G. Sul potere assorbente per l'aria di alcune varietà di carboni vegetali. *Rend. Ac. Napoli.* (3), 14, p. 68, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Brien G. L'attivazione dell'azoto atmosferico nelle scariche elettriche deve essere considerata come un fenomeno puramente termico? *Zeit. f. Elektrochemie.* 14, 18, 1908.
- Stabing J. Catodi di Hg nelle ricerche elettrochimiche. *Elektrochem. Zeit.* 15, 2, 1908.
- Schnitz G. Ueber die elektrolytische Ventilwirkung der Metalle Zn, Cd, Ag und Cu. *Ann. der Phys.* (4), 26, p. 872, 1908.
- Kollock L. C. and Smith E. F. New results in electrolysis. *Proc. Amer. Phil. Soc.* 46, p. 341, 1907.
- Degerodski A. Spezifisches elektrisches Leitvermögen von geschmolzenem KNO_3 und NaNO_3 . *Journ. des Russ. Phys.-Chem. Ges.* 40, p. 192, 1908.
- Miron E. Untersuchung von Konzentrationsketten. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* 40, p. 79, 1907.
- B. The electromotive force of iodine concentration cells in alcohol and water. *Soc. Edinburgh*. 4 Maggio 1908.
- f. L'électrolyse des combinaisons de bromure de Al avec le toluène et le m. *Journ. de la Soc. Phys. Chim. Russ.* 40, N. 8, 1908.
- B. Zur Kenntnis der amphoteren Elektrolyte. *Zeit. f. Phys. Chem.* 63, 6, 1908.
- and Kranjavi B. Die Ueberführungszahl der Salzsäure. *Zeit. f. Phys. Chem.* 63, 1, 781, 1908.
- . Vol. XVI

- Fassbender H. Einfluss der stillen Entladung auf explosive Gasgemische. *Zeit. f. Phys. Chem.* **62**, p. 743, 1908.
- Rebenstorff H. Voltametrische Messung. *Zeit. f. Phys. Chem. Unt.* **21**, p. 181, 1908.
- Löh W. Sulla formazione di perossido d'idrogeno colla scarica elettrica silenziosa. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* **41**, N. 7, 1908.
- McCoy H. N. Due nuovi metodi per determinare le costanti di ionizzazione secondaria degli acidi bibasici. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, N. 5, 1908.
- Chandler E. E. Le costanti di ionizzazione del secondo ione H degli acidi bibasici. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, N. 5, 1908.

4. Fotochimica.

- Fowler C. J. Some observations on the chemical effect of tropical sunlight. *Phil. Soc. Manchester*. 7 Aprile 1908.
- Ciamiolan G. e Silber P. Azioni chimiche della luce. *Rend. Acc. Lincei*. (5), **17**, p. 576, 1908.
- Bancroft W. D. The electrochemistry of light. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 209, 1908.

5. Termochimica.

- Naegel A. Étude de la vitesse d'inflammation des mélanges explosibles. *Bull. Soc. d'Enc. pour l'Ind. nation.* **110**, 4, 1908.
- Perman E. P. and Greaves R. H. The decomposition of Ozone by Heat. *Proc. Roy. Soc.* **80**, p. 353, 1908.
- Redgrove H. S. Sur le calcul des constantes thermochimiques. *Chem. News.* **97**, 22 Maggio 1908.
- Bahrdt W. Die Messung von Verbrennungswärmen im Schulunterricht. *Zeit. f. Phys. Chem. Unt.* **21**, p. 145, 1908.
- Bishop F. L. The heat of dilution of aqueous salt solutions. *Science.* **27**, p. 568, 1908.
- Swarts F. Calori di formazione dei composti organici fluorurati. *Rec. des Trav. Chim. des Pays-Bas.* **27**, N. 2, 1908.
- Redgrove H. S. Sul calcolo delle costanti termochimiche. *Chem. News.* **97**, N. 2532, 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

- v. Veimarn P. Der Kristallische Zustand. *Journ. des Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 51, 1908.
- Beckenkamp J. Ueber das physikalische Molekül der verschiedenen Kristallsysteme und deren Anomalien. *Zeit. f. Krist.* **44**, p. 576, 1908.
- Friedrich K. Die Schmelzdiagramme der binären Systeme Bleiglanz-Magnetkies und Bleiglanz-Schwefelsilber. *Metallurgie.* **4**, p. 479, 1907.

O. Acustica.

1. Acustica fisica.

- Schulze F. A. Die Uebereinstimmung der als Unterbrechungstöne bezeichneten Klangerscheinungen mit der Helmholtzschen Resonanztheorie. *Ann. der Phys.* (4), **26**, p. 217, 1908.

Nesbitt N. Wahrscheinlicher Wert der Schallgeschwindigkeit in freier Luft. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 112, 1908.

Zernow W. Absolute Messung der Schallstärke. *Journ. d. Russ. Chem. Ges.* **40**, p. 70, 1908.

Devaux-Charbonnel M. La Photographie de la parole. *Compt. Rend.* **146**, p. 1258, 1908.

Laudet G. Enregistrement photographique de vibrations sonores. *Compt. Rend.* **146**, p. 1311, 1908.

Edelmann M. T. Untersuchungen über den Schwingungsvorgang am Stiele tönender Stimmgabeln. *Zeit. f. Ohrenheilk.* **53**, p. 341, 1907.

2. Acustica fisiologica.

Mc Kendrick J. G. The mechanics of the inner Ear. *Nature*. **78**, p. 114, 1908.

Myers C. S. and Wilson H. A. On the perception of the Direction of Sound. *Roy. Soc. London*. 16 Gennaio 1908.

3. Acustica musicale.

4.apparecchi.

Kenselly A. E. and Whiting S. E. The stroboscopic fork. *Proc. of Amer. Inst. Electr. Engin.* **27**, p. 727, 1908.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Brian G. H. Note on certain Dynamical analogues of Temperature Equilibrium. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 765, 1908.

Schiller N. Auffinden eines dem gegebenen thermodynamischen System entsprechenden Monocykels. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 85, 1908.

Brian G. H. Diffusion and dissipation of energy. *Rivista di Scienza*. **3**, p. 273, 1908.

Thiesen M. Zustandgleichung der Metalle. *Veh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 410, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

Reboul G. Applications de la théorie cinétique des métaux. *Radium*. **5**, p. 129, 1908.

3. Dilatazione e termometria.

Wiebe H. F. und Meoller G. Ueber die lineare Ausdehnung der Skalengläser bei höheren Temperaturen. *Zeit. f. Instrkunde.* **28**, p. 137, 1908.

Chappuis P. Nouvelles études sur les thermomètres a gaz. *Mém. Bur. Intern. des Poids et Mesures*. **13**, N. 1, 1907.

Berthelot D. Sur les thermomètres a gaz. *Mem. Bur. Intern. des Poids. et Mesures*. **13** N. 2, 1907.

Chappuis P. Dilatation du mercure. *Mém. Bur. Intern. des Poids et Mesures*. **13**, N. 3, 1907.

Chappuis P. Dilatation de l'eau. *Mém. Bur. Intern. des Poids et Mesures*. **13**, N. 4, 1907.

Kamerlingh Onnes H. and Clay J. Some remarks on the expansion of Platinum at low temperatures. *Com. Leiden. Supp.* 17 al N. 97, 1908.

4. Calorimetria.

Kotowitsch W. Ueber das Verhältniss des spezifischen Wärmen eines Gasmischtes. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 16, 1908.

Kahlenberg L. und Koenig R. Latent heat of vaporisation and specific heat of methyl silicate. *Journ. Phys. Chem.* 12, p. 290, 1908.

Oberhoffer P. Ueber die spezifische Wärme des Eisens. Inaug. Diss. Aachen, 1907.

Schlett W. Ueber die Aenderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Pt und Ni durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben. Diss. Marburg, 1907.

Weiss P. et Beck P. M. Chaleur spécifique et champ moléculaire des substances ferromagnétiques. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 529, 1908.

Barnes H. T. A simple continuous electric calorimeter. *Science.* 27, p. 790, 1908.

— Calorimeter for determining the Relation between Heat-production and muscular Work. *Nature.* 78, p. 209, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

Bose E. Ueber den Zustand des Wasserdampfes. *Zeit. f. Elektrochemie.* 14, 18, 1908.

Owen G. On molecular aggregations produced in Gases by sudden Cooling. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 746, 1908.

Saunders A. P. A note on the experiment of the cryophorus. *Journ. Phys. Chem.* 12, p. 279, 1908.

Weimann P. Der kritische Zustand. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 27, 1908.

Henrichsen S. Zur Demonstration der Dampfspannung des Wasser. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 180, 1908.

Franklin E. C. und Kraus C. A. Bestimmung der Verdampfungswärme von flüssigen NH_3 bei seinem Siedepunkt bei Atmosphärendruck. *Journ. Phys. Chem.* 11, p. 553, 1907.

Falck E. Theoretische Bestimmung des Dampfdrucks fester und flüssiger Kohlensäure. *Phys. Zeit.* 9, p. 432, 1908.

Watson F. R. Determination of the Fusion Points of Sodium Nitrate and Potassium nitrate. *Science.* 27, p. 568, 1908.

Pringal E. Ueber den wesentlichen Einfluss von Spuren nitroser Gase auf die Kondensation von Wasserdampf. Diss. Marburg, 1908.

Barus C. The Behavior of Nuclei of pure Water. *Sill. Journ.* (4), 25, p. 4904, 1908.

Ruff O. und Graf H. Der Dampfdruck des S bei niederen Temperaturen. *Zeit. f. anorg. Chemie.* 58, p. 209, 1908.

Pribram K. Ueber die Beweglichkeit der Ionen in Dämpfen und ihre Beziehung zur Kondensation. *Wien. Anz.* p. 201, 1908.

Morton. Note on the amount of water in a cloud formed by expansion of moist air. *Phys. Soc. London.* 12 Giugno 1908.

6. Sorgenti di calore.

Parr S. W. Il metodo di Parr per la determinazione del calore di combustione dei carboni minerali. *Zeit. f. angew. Chemie*. **21**, N. 20, 1908.

7. Conducibilità termica.

Chwolson O. Ueber den Temperatursprung an der Grenze zweier Körper. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 1, 1903.

Kolovrat-Tscherninski L. Ueber der Temperatursprung an der Grenze zweier Flüssigkeiten. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 5, 1908.

Fitz Gerald F. A. J. Heat conductivity of Carbon. *Amer. Electrochem. Journ. Trans.* **12**, p. 165, 169, 1907.

Husselt W. Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolistoffen. Diss. techn. Hochschule. München, 1908.

8. Calore raggianti.

Amaduzzi L. Potere emissivo e illuminazione del selenio cristallino. *Rend. Acc. Lincei*. (5), **17**, p. 590, 1908.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Thwing C. B. Nouveau pyromètre à radiation. *Journ. of Franklin. Inst.* **165**, N. 5, 1908.

E. Ottica.**1. Teoria. Generalità.**

Planck M. Zur Theorie der Dispersion. *Phys. Zeit.* **9**, p. 354, 1908.

Lord Rayleigh. Hamilton's Principle and the five aberrations of von Siedel. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 677, 1908.

Steubing W. Ueber die optischen Eigenschaften kolloidaler Goldlösungen. *Ann. der Phys.* (4), **26**, p. 829, 1908.

Beck C. Theory of Microscope. *Journ. Soc. Arts.* **56**, p. 105, 129, 161, 181, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Lebedew P. Ueber den Druck des Lichtes auf Gase. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 20, 1908.

Doroshewski A. und Dwershantschik S. Brechungskoeffizient der Gemische aus Wasser und Spiritus. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 101, 1908.

Fabry C. et Buisson H. Variation de la surface optique avec la longueur d'onde dans la réflexion sur les couches métalliques minces. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 417, 1908.

Seeger B. Ueber die Dispersion ultraroter und ultravioletter Strahlen in einigen Flüssigkeiten. Berlin, 1908.

Schaeberle J. M. The infallibility of Newton's law of radiation at known temperatures. *Sciences*. **27**, p. 784, 1908.

3. Spettroscopia.

- Stark J. Zur Energetik und Chemie der Bandenspektren. *Phys. Zeit.* 9, p. 3f 6, 1908.
- Evershed J. L'absorption de l'hélium dans le Soleil. *The Observatory.* 31, 396, 1908.
- Porter A. W. On the effect of the position of the grating (or Prism) upon the resolving power of a Spectroscope. *Phil. Mag.* (6). 15, p. 762, 1908.
- Hoeller V. Untersuchungen über den langwelligen Teil des Baryumspektrums. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 217, 1908.
- Barnes J. On the spectrum of Ca. *Astrophys. Journ.* 27, p. 152, 1908.
- Galitzin B. und Willp. J. Spektroskopische Untersuchungen II. *Mém. de Pétersb.* (8), 19, p. 38, 1906.
- Lymag T. The absorption of some gases for light of very short wave-length. *Astrophys. Journ.* 27, p. 87, 1908.
- Meslin G. Sur le renversement complexe des raies spectrales dans les couches chromosphériques. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 454, 1908.
- de Gramont A. Sur les raies ultimes des métalloïdes: Ta, Ph, Sb, As, C, Si, Bo. *Compt. Rend.* 146, p. 1260, 1908.
- Brooks E. E. A probable new fluting in the spectrum of Magnesium Oxide. *Nature.* 78, p. 198, 1908.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

- Bend C. O. Working Standards of Light and their Use in the Photometry of Gas. *Journ. Franklin. Inst.* 165, p. 190, 1908.
- Féry C. Photomètre à lecture directe. *Radium.* 5, p. 144, 1908.

5. Luminescenza.

- Karl A. Sur la triboluminescence des substances minérales. *Compt. Rend.* 146, p. 1.04, 1908.
- Dienert F. Sur deux causes d'erreur dans les expériences à la fluorescéine. *Compt. Rend.* 146, p. 1125, 1908.
- Hantzsch A. Fluorescenz, Luminescenz und chemische Konstitution. *Chem. Ber.* 41, p. 1214, 1908.
- Danneberg R. Die Verwendung des Zinksulfidschirmes in physikalischen Unterricht. *Zeit. f. Phys. Chem. Unt.* 21, p. 157, 1908.
- Wood R. W. On the emission of polarized Light by fluorescent Gases. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 184, 1908.
- Hantzsch A. e Stalger F. Contributo alla caratteristica delle azioni auxochrome. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* 41, N. 7, 1908.

6. Fotografia.

- Wood R. W. Eine Bemerkung über die photographische Aufnahme sehr schwacher Spektren und Nobel. *Phys. Zeit.* 9, p. 355, 1908.
- Constet E. Photographie des couleurs. *Rev. Scient.* (5), 9, p. 718, 1908.
- Trivelli A. P. M. Beitrag zur Kenntniss des Solarisationsphänomens und weiterer Eigenschaften des latenten Bildes. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 197, 1908.
- Mees C. E. K. Screen-plate Colour Photography. *Journ. Soc. Arts.* 56, p. 195, 204, 1908.

Farmer H. Photo-engraving. *Photogr. Journ.* **48**, p. 75, 95, 1908.

Piper C. W. Bromoil Process. *Photogr. Journ.* **48**, p. 68, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Wulff G. Ueber die optischen Eigenschaften der isomorphen Mischungen. *Bull. Soc. Min.* **30**, p. 282, 1907.

Wyrouboff G. Einige Worte ueber die Bemerkungen von Herrn Wulff. *Bull. Soc. Min.* **30**, p. 289, 1907.

Rakusin M. Optische Untersuchung der Naphta von Ramanin. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 260, 1908.

Dimmer G. Ueber die Polarisation des Lichtes bei der inneren Diffusion. *Ak. der Wiss. Wien.* 14 Maggio 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Herty C. H. Il potere rotatorio delle essenze di tremantina. *Journ. Amer. Chem.* **30**, N. 5, 1908.

10. Ottica fisiologica.

— Vision and Colour-vision. *Nature.* **78**, p. 90, 1908.

— Visual illusion and fixation. *Nature.* **78**, p. 132, 1908.

Osthoft H. Der Wechsel der Farbenempfindung des Auges. *Astron. Nachr.* **178**, p. 58, 1908.

Botti L. e Ponzo M. Sui rapporti fra movimenti oculari e scomparsa e movimenti delle immagini consecutive. *Atti Acc. Torino.* **43**, p. 215, 1908.

11. Apparecchi.

Iadanza N. Il cannocchiale di Galilei adoprato come microscopio. *Atti Acc. Torino.* **43**, p. 318, 1908.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Weiss P. Molekulares Feld und Ferromagnetismus. *Phys. Zeit.* **9**, p. 353, 1908.

Meslin G. Sur l'orientation d'un ellipsoïde anisotrope dans un champ magnetique. *Compt. Rend.* **146**, p. 1305, 1908.

2. Misure. Apparecchi.

Gumlich E. Ueber die magnetischen Eigenschaften einer von Herrn Dr. Kreusler hergestellten Probe reinen Eisens. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 371, 1908.

Gray J. G. Experiments with Heusler's magnetic alloy. *Roy. Soc. Edinburgh.* 1 Giugno 1908.

Foley A. L. The magnetic properties of Antimony. *Science.* **27**, p. 614, 1908.

Clifford O. C. Determination of the Susceptibility of Cu and Sn and their Alloys. *Science.* **27**, p. 614, 1908.

Wilson E. Winsor V. H. and O'Dell G. F. On the Hysteresis Loss and other Properties of Iron Alloys under very small magnetic Forces. *Roy. Soc. London.* 30 Aprile 1908.

G. Elettricità.**1. Teoria.**

- Sharpe F. R. La force interne d'un électron en mouvement. *Bull. Amer. Mathem. Soc.* 14, 8, 1908.
- Polncaré H. La dynamique de l'électron. *Rev. Génér. des Sciences.* 19, p. 886, 1908.
- Mecklenburg W. Sugli elettroni. *Weltall.* 8, 14, 1908.
- Witte H. Weitere Untersuchungen über die Frage nach einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen unter der Annahme eines kontinuierlichen Weltäthers. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 235, 1908.
- Partridge E. A. La théorie des électrons. *Journ. Franklin. Instit.* 165, N. 5, 1908.
- Trenton F. T. and Rankine A. O. On the electrical resistance of moving matter. *Proc. Roy. Soc.* 80, p. 420, 1908.
- Lees C. H. The resistance of a conductor of uniform thickness whose breath suddenly changes, and on the shape of the stream lines. *Phys. Soc. London.* 12 Giugno 1908.
- Merton. An elementary treatment of the motion of a charged particle in a combined electric and magnetic field. *Phys. Soc. London.* 12 Giugno 1908.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

- Russelvtvedt N. Eine neue Influenzmaschine. *Phys. Zeit.* 9, p. 443, 1908.
- Zeleny A. and Andrews A. P. The capacity of paper condensers and telephone cables. *Science.* 27, p. 567, 1908.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Elokhoff W. Ueber das Sprühen von Kondensatoren. *Phys. Zeit.* 9, p. 405, 1908.
- Corbino O. M. Die im Induktionsfunken übergehende Elektrizitätsmenge und dessen sogenannter Widerstand. *Phys. Zeit.* 9, p. 411, 1908.
- Soddy F. and Mackenzie T. D. Discharge in monoatomic gases. *Electrician.* 61, p. 55, 1903.
- Léauté A. Sur l'étincelle de selfinduction. *Compt. Rend.* 146, p. 1209, 1908.
- Houston B. A. Note on the electrical resistance of spark gaps. *Roy. Soc. Edinburgh.* 1 Giugno 1908.
- Earhart R. F. Notes on spark Potentials. *Science.* 27, p. 526, 1908.
- Chattook A. P. and Tyndall A. M. On the Changes of Pressure which accompany point-discharge though H containing O and N. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 24, 1908.
- Earhart F. R. Discharge from an electrified point and the Nature of the Discharge occurring through very small Distance. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 48, 1908.
- Holt A. and Hopkinson E. The decomposition of Water Vapour by electric Sparks. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 92, 1903.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Saudino L. Nuova pila elettrica costante ed economica. *Atti Acc. Torino.* 43, p. 242, 1903.

5. Conducibilità. Resistenza.

- Nicoletti G. Ueber den elektrischen Widerstand der Metalle zwischen sehr hohen und sehr tiefen Temperaturen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 367, 1908.
- Bois G.H. Mesures de la résistance d'un diélectrique au moyen du bolomètre. *Elektrot. und Maschinenbau.* 29 Marzo 1908.
- Guertler W. Ueber die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und ihren Temperaturkoeffizienten. *Phys. Zeit.* **9**, p. 404, 1908.
- Bleeker K. und Pauli E. Das elektrische Leitvermögen von festem Kupferjodür. *Phys. Zeit.* **9**, p. 431, 1908.
- Bleeker K. Eine eigentümliche Form elektrischen Leitvermögen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 431, 1908.
- Stewart G. W. The Resistance Temperature Coefficient and the Coefficient of Expansion of Carbon. *Science.* **27**, p. 571, 1908.
- Stabias J. The color-sensibility of Selenium cells. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 183, 1908.

6. Fenomeni termici.**7. Fenomeni luminosi.**

- Teopler M. Bemerkung über Lichtbogen und Büschellichtbogen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 373, 1908.
- Guye C. E. et Bron A. Différence de potentiel et stabilité de l'arc alternatif entre métaux. *Arch. de Genève.* (1), **25**, p. 453, 1908. *Compt. Rend.* **146**, p. 1090, 1908.
- Beisson H. et Fabry Ch. Sur deux régimes différents de l'arc au fer. *Compt. Rend.* **146**, p. 1143, 1908.
- Netting P. G. Luminous Properties of conducting Helium. *Electrical World.* **51**, p. 890, 1908.
- Daddel W. Short Spark Phenomena. *Phys. Soc. London.* 10 Aprile 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.**9. Elettrodinamica e induzione.**

- Humphreys W. J. Note on the magnetic field due to an electric current in a straight wire. *Bull. Mount. Weath. Observ.* **1**, p. 96, 1908.
- Wilson E. Effects of Self-induction in an iron cylinder when traversed by alternating currents. *Roy. Soc.* 20 Feb. 1908.
- Van der Waals J. D. The value of the self-induction according to the electrontheory. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 850, 1908.
- Koemans M. Over den invloed der zelfinductie in telefoongeleidingen. Diss. Delft. 1908.
- Schlosser E. Der Einfluss unmagnetischer Metallkerne auf die Selbstinduktion und den wirksamen Widerstand einer Drahtspule. München, 1907.
- Spektrum des singenden Bogens. *El. Eng.* **3**, p. 564, 1908.
- Nicholson J. W. The inductance of two parallel wires. *Phys. Soc. London.* 12 Giugno 1908.

10. Oscillazioni elettriche.

- Hemmelich G. A. Sur l'existence et l'origine des harmoniques dans l'étincelle de self-induction. *Compt. Rend.* **146**, p. 1093, 1908.

- Tieri L. Azione delle onde elettriche sui cicli d'isteresi magnetica per torsione di un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente. *Rend. Acc. Lincei*. (5), **17**, p. 597, 1908.
- Kleblitz F. Eine vereinfachte Brudesche Anordnung zur Demonstration gekoppelter Systeme. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 828.
- Blair R. W. The change of phase due to the passage of electric waves through thin plates and the index of refraction of water for such waves, with applications to the optics of thin films and prisms. *Bull. Mount. Weath. Observ.* **1**, p. 65, 1908.
- Corbino O. M. A new method of obtaining undamped oscillations. *Electrician*. **61**, p. 56, 1908.
- Macku B. Ueber die Bestimmung der Dämpfung von Kondensatorschwingungen bei beliebig enger induktiver Koppelung. *Phys. Zeit.* **9**, p. 437, 1908.
- Dieselhorst H. Misure assolute della lunghezza d'onda delle oscillazioni elettriche. *Jahrb. d. Drahtl. Telegr.* **I**, p. 262, 1908.
- Watson C. J. Electrical oscillation on Helices. *Electrician*. **60**, p. 844, 1908.
- Nesper E. Misura di lunghezze d'onda. *Jahrb. d. Drahtl. Telegr.* **1**, p. 341, 1908.
- Electric Oscillations from High-voltage Arc. *Engineer*. **105**, p. 493, 1908.
- Ives E. J. and Gowdy R. E. C. On the Absorption of short electric Waves by Air at different Pressures. *Science*. **27**, p. 614, 1908.
- Fessenden's interference pendulum for wireless telegraphy. *Electrician*. **61**, p. 221, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

- Voigt W. Zur Erklärung der dissymmetrien Zeemanscher Triplets. *Phys. Zeit.* **9**, 1908.
- Elias G. J. Ueber anomale magnetische Rotationspolarisation der seltenen Erden. *Phys. Zeit.* **9**, p. 355, 1908.
- Corbino O. M. Il fenomeno Zeeman e il II principio della Termodinamica. *Rend. Acc. Lincei*. (5), **17**, p. 593, 1908.
- v. Baeyer O. Ueber den Zeemaneffekt in schwachen Magnetfeldern. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 357, 1908.
- Rogowski E. Ueber Aenderung des Wasserstoffspektrums bei andauernder Einwirkung starker Entladungen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 37, 1908.
- Moslin G. Sur le signe du dichroïsme électrique et du dichroïsme magnétique. *Compt. Rend.* **146**, p. 1208, 1908.
- Stark J. Ueber die Spektren der Sauerstoffs. *Ak. d. Wiss. Berlin*. 21 Maggio 1908.
- Landau S. Beobachtungen über magnetische Rotationspolarisation im Ultraviolett. *Phys. Zeit.* **9**, p. 417, 1908.
- Zeeman P. Change of λ of the middle line of Triplets (II). *Proc. Amsterdam*. **10**, p. 862, 1908.
- Miller W. Das Zeemanphänomen an Mg, Ca, Sr, Cd, Mn und Cr. 42 p. Göttingen, 1908.
- Moore B. E. Upon the magnetic separation of the spectral lines of Ba, Yt, Zr, Os. *Science*. **27**, p. 613, 1908.
- Du Bois H. E. J. G. and Elias G. J. The Influence of temperature and magnetisation on selective absorption spectra. *Proc. Amsterdam*. **10**, p. 839, 1908.
- Hagenow C. F. The electric double Refraction of CS_2 . *Science*. **27**, p. 612, 1908.

- Humphreys W. J. The luminous particle a strong magnet, and the consequent pressure-shift of spectral lines. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 194, 1908.
- Skinner C. A. and Tool A. Q. An Investigation of the optical properties of films or magnetic metals. *Science*. **27**, p. 612, 1908.
- Humphreys W. J. Note on the difference between anode and cathode arc-spectra. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 200, 1908.
- Boquerel J. On the dispersion of magnetic rotatory power in the neighbourhood of Bands of Absorption in the case of Rare Earths. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 153, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

- Dember H. Ueber lichtelektrische Kanalstrahlen. *Ann. der Phys.* (4), **26**, p. 403, 1908.
- Marx E. Theorie der Vorgänge im Nullapparat zur Geschwindigkeitsmessung der Röntgenstrahlen. (Nachtrag). *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 391, 1908.
- Stark J. und Steubing W. Ueber die spektrale Intensitätsverteilung der Kanalstrahlen in Wasserstoff. *Ak. d. Wiss. Berlin*. 21 Maggio 1908.
- Boquerel J. Sur la nature des charges d'électricité positive et sur l'existence des électrons positifs. *Compt. Rend.* **146**, p. 1308, 1908.
- Westphal W. Potentialmessungen an glühenden Oxydkathoden. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 401, 1908.
- Han W. R. Distribution of Ionizing Energy about X-Ray Tubes. *Science*. **27**, p. 564, 1908.
- Adams J. M. Absorption Spectra of X-Rays, measured by a Radiomicrometer. *Science*. **27**, p. 565, 1908.
- Kanz J. On Cathode and Canal Rays from hollow Cathodes. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 161, 1908.

13. Radioattività e ionizzazione.

- Phillips E. C. S. An emanation from Sodium. *Nature*. **78**, p. 79, 1908.
- Duane W. Sur les rayons secondaires des rayons α . *Compt. Rend.* **78**, p. 1088, 1908.
- Boltwood B. B. La radioactivité du minerai d'uranium. *Amer. Journ. of Science.* (4), **25**, 1908.
- Dadeorian H. H. Les parties constituantes de la radioactivité atmosphérique. *Amer. Journ. of Science.* (4), **25**, 1908.
- Eve A. S. The changes in velocity, in an electric Field, of the α , β , and secondary Rays from radioactive Substances. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 720, 1908.
- Russ S. On the electrical charge of the active deposit of actinium. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 737, 1908.
- Phillips C. E. S. Electrical action of Sodium. *Nature*. **78**, p. 127, 1908.
- Groissacher H. Ueber die Strahlenverteilung an radioaktiven Körpern. *Phys. Zeit.* **9**, p. 385, 1908.
- Hahn O. Ueber das Mesothorium. *Phys. Zeit.* **9**, p. 392, 1908.
- Lebedinski W. Ueber die Wirkung von Strahlen auf den elektrischen Funken. *Journ. der Russ. Phys. Ges.* **40**, p. 67, 1908.
- Goldschmidt M. V. Radioaktivität als Hilfsmittel bei mineralogischen Untersuchungen. *Zeit f. Krist.* **44**, p. 445, 1908.

- Creighton H. J. M. and Mackenzie A. S. The influence of radium on the decomposition of hydriodic acid. *Amer. Chem. Journ.* **39**, p. 474, 1908.
- Markwald W. Bemerkungen zu Herrn F. Giesel's Abhandlung über das Polonium. *Chem. Ber.* **41**, p. 1378, 1908.
- McCoy H. M. und Ross W. H. Die spezifische Radioaktivität des Thoriums und die Veränderung, welche die Aktivität des Thoriums infolge chemischer Behandlung und im Laufe der Zeit erfährt. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, p. 1709, 1907.
- McCoy H. M. und Ross W. H. Ueber die spezifische Radioaktivität des Urans. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, p. 1698.
- Sarasin E. et Tommasina T. Sur la véritable cause du dédoublement de la courbe de désactivation des conducteurs recouverts d'une couche diélectrique et radioactives avec charge. *Compt. Rend.* **146**, p. 1205, 1908.
- Rudge W. A. D. The Action of Radium Salts on Glass. *Nature.* **78**, p. 151, 1908.
- McClelland J. A. Secondary β rays. *Roy. Soc.* 19 Marzo 1908.
- Pribram K. Ueber die Beweglichkeit der Ionen in Dämpfen und ihre Beziehung zur Kondensation. *Ak. der. Wiss. Wien.* 14 Maggio 1908.
- Meeklenburg W. Sulla radioattività della sostanza terrestre e i suoi rapporti col calore terrestre. *Weltall.* **8**, N. 16 1908.
- Giesel F. Préparation et propriétés du polonium. *Chem. News.* **97**, 22 Maggio 1908.
- Bergwitz K. Lichtelektrische Versuche. *Zeit. f. Phys. Chem. Unt.* **21**, p. 167, 1908.
- Moore R. B. On the Decay of the radium emanation when dissolved in Water. *Roy. Soc. London.* 4 Giugno 1908.
- McClelland J. C. Bemerkung über die Radioaktivität gewöhnlicher Metalle und über die durchdringungskräftige Strahlung aus der Erde. *Phys. Zeit.* **9**, p. 440, 1908.
- Garrigon F. La radioactivité des eaux d'Ax (Ariège) démontrée par la photographie. *Compt. Rend.* **146**, p. 1352, 1908.
- Jentsch F. Ueber die Elektronenemission glühender Metalloxyde. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 398, 1908.
- Zeleny J. The Discharge of Electricity from pointed Conductors. *Science.* **27**, p. 562, 1908.
- Zeleny J. The influence of Humidity upon the Electrical Discharge from points in air. *Science.* **27**, p. 563, 1908.
- Kovárik A. F. Velocity of the negative Ions produced by the Ultraviolet Rays. *Science.* **27**, p. 565, 1908.
- Step J. Das Radium und seine Eigenschaften. St. Joachimsthal. H. Friedrich. 1908.
- Markwald W. Die Radioaktivität. *Chem. Ber.* **41**, p. 1524, 1908.
- Wright G. S. On variations in the Penetrating Radiation from the Earth. *Science.* **27**, p. 617, 1908.
- Boltwood B. B. On Ionium. *Sill. Journ.* (4), **25**, p. 365, 1908.
- Moulin M. L'ionisation des gaz par les rayons α et l'hypothèse de la recombinaison initiale. *Radium.* **5**, p. 136, 1908.
- McClelland J. C. Sur la radioactivité des sels de potassium. *Radium.* **5**, p. 142, 1908.
- Kinoshita S. Condensation of the Actinium and Thorium Emanation. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 121, 1908.

- Joly J. On the Radium content of Deep Sea Sediments. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 190, 1908.
- Barkla and Sadler. Secondary homogenous radiation. *Phys. Soc. London.* 12 Giugno 1909.
- Marekwald W. Memoria sul lavoro di Giesel sul Polonio. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* **41**, N. 7, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Edwell S. Telegraphic Photography and electric Vision. *Nature.* **78**, p. 105, 1908.
- Corbine O. M. Eine Anordnung zur Erzeugung praktisch konstanten hochgespannten Gleichstrom. *Phys. Zeit.* **9**, p. 408, 1908.
- Swinton A. A. C. Distant electric vision. *Nature.* **78**, p. 151, 1908.
- Cohen B. S. The production of small variable frequency alternating currents suitable for telephonic and other measurements. *Phys. Soc. London.* 22 Maggio 1908.
- Jague P. Dispositif pour l'étude de la sensibilité des détecteur électrolytique. *Compt. Rend.* **146**, p. 1256, 1909.
- Seleson M. Recent developments in electric lamps. *Nature.* **78**, p. 183, 1908.
- Magnana H. C. De l'application des courrents ondulatoires harmoniques aux appareils télégraphiques imprimeurs. *Lum. Electr.* (2), **2**, p. 394, 1908.
- Chen B. S. The Insulation Resistance of Telephone cables. *Electrician.* **61**, p. 101, 1908.
- van Dam I. La Télégraphie sans fil. XIII—239 p. Paris. C. Béranger, 1908.
- Drysdale C. V. The Use of Shunts and Transformers with alternate Current measuring Instruments. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 136, 1908.
- Bueretot E. Les appareils de télégraphie sans fil. *Bull. Soc. Encour. pour. Ind. Nat.* **110**, N. 5, 1908.

15. Unith.

- Nether T. and Smith F. E. Comparison of the Board of Trade Ampère-standard Balance with the Ayrton-Jones Current Weigher. *Roy. Soc. London.* 26 Marzo 1908.
- Armagan H. Les étalons de force électromotrice. *Rev. Electr.* 9 Nov. 1908.

16. Misura. Apparecchi.

- Sampson W. E. Alternate current measurement. *Nature.* **78**, p. 88, 1908.
- Portonin A. Note sur l'emploi du galvanomètre différential. *Revue de Metallurgie.* **5**, 5, 1908.
- Bolezalek F. Ueber Binantenelektrometer für Zeiger-und Spiegelablesung. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 312, 1908.
- Fischer C. Elektrische Kraftfelder in nächster Umgebung von Antennen. *Verh. der Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 366, 1908.
- Piller L. Méthode et appareil de mesure pour courant alternatifs de faible valeur. *Lum. Electr.* (2), **2**, p. 391, 1908.
- Neuh M. et Beaudouin C. Condensateur pour mesures électrostatiques. *Radium.* **5**, p. 143, 1908.
- Drysdale C. V. Notes on the Plug Perineameter. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 132, 1908.
- Appleyard A. Misura della conducibilità elettrica. *Elect. Review.* **62**, N. 1592, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.**1. Generalità. Teoria.**

- Thoulet M.** De l'influence du vent dans le remplissage du lit de l'Océan. *Compt. Rend.* **146**, p. 1184, 1908.
- Dienert F. Guillard A. et Marrec.** De l'emploi de l'acoustole de Daguin pour la recherche des bruits souterrains. *Compt. Rend.* **146**, p. 1182, 1908.
- Defant A.** Ueber die Selches in Riva am Gardasee. *Ak. der Wiss. Wien.* 14 Maggio 1908.
- Halm J.** On the relations between the diurnal changes of temperature and atmospheric pressure. *Scott. Met. Soc.* **22**, p. 191, 1908.
- Legendre R.** Le teneur en acide carbonique de l'air marin. Monaco, 1906.
- Pagestecher B.** Wasserhose. *Ann. d. Hydrog.* **36**, p. 182, 1908.
- Küppen W.** Graphische Psychrometertafel. *Ann. d. Hydr.* **36**, p. 175, 1908.
- Bernstein R.** Wetterdienst. *Wetter.* **25**, p. 96, 1908.
- Prévision du temps par les nuages. *Rev. Néphol.* **28**, p. 220, 1908.
- Garriott E. P.** Forecast and warnings. *Month. Weath. Rev.* **36**, p. 1, 1908.
- Meissner O.** Der Mond und die Wolken. *Wetter.* **25**, p. 91, 1908.
- v. Sterneck R.** Das Fortschreiten der Flutwelle im Adriatischen Meere. *Sitzber. Ak. d. Wiss. Wien.* **117**, Gen. 1908.
- Love A. E. H.** Note on the Representation of the Earth's Surface by means of special harmonics of the first three Degrees. *Roy. Soc. London.* 30 Aprile 1908.
- Murray J. and Pullar L.** Studio batimetrico dei lochs d'acqua dolce di Scozia. *Scott. Geogr. Mag.* **24**, N. 6, 1908.

2. Geodesia, Misura geodetiche e di gravità.

- Kühnen F. und Furtwängler Ph.** Der Einfluss der Schneiden auf die Bestimmung der Schwerbeschleunigung mit dem Reversionspendel. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 389, 1908.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

- Arrhenius S.** Auroras and magnetic storms caused by solar dust in the earth's atmosphere. *Scient. Amer. Suppl.* **65**, p. 31, 1902.
- Nutting P. C.** Störmer's Work on the Physics of the Aurora. *Terr. Magnet.* **13**, Marzo 1908.
- Baner L. A.** Is the Earth's action on a magnet only a couple? *Terr. Magnet.* **13**, Marzo 1908.
- Willard P.** Les rayons cathodiques et l'aurore boréale. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 429, 1908.
- Nordmann C.** Nouvelles déterminations magnétiques dans le bassin occidental de la Méditerranée. *Compt. Rend.* **146**, p. 1357, 1908.
- Die magnetische Aufnahme des Grossen Ozeans. *Globus.* **98**, p. 292, 1908.
- Wade H. T.** Magnetic survey on the Pacific Ocean. *Scient. Amer.* **98**, p. 112, 1908.

4. Studio dell'alta atmosfera.

- Mallcock A.** Note on the Ascent of Meteorological Balloons and the Temperature of the Upper Air. *Roy. Soc. London.* 26 Marzo 1908.

- Roth A. L. Use of registration balloons in obtaining meteorological condition at great heights. *Amer. Aeron.* **1**, p. 17, 1908.
- Hann J. Das Problem der vertikalen Temperaturverteilung im östlichen Mittelmeer. *Met. Zeit.* **25**, p. 215, 1908.
- Kleinschmidt E. Die Drachenstation am Bodensee. *Prometheus.* **19**, p. 516, 1908.
- de la Waulx H. Sur les hauteurs réelles atteintes par les ballons-sondes et la valeur des observations thermométriques ainsi constatées. *Aérophile.* **16**, p. 26, 1908.
- Blair W. R. A kite for use in high winds. *Bull. of the Mount. Weather. Obs.* **1**, p. 96, 1908.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

- Goid E. The relation between Wind Velocity at 1000 Metres altitude and the Surface Pressure Distribution. *Roy. Soc.* 5 Marzo 1908.
- Shaw W. M. The general circulation of the atmosphere. *Geogr. Teacher.* **4**, p. 52, 1907.
- Cordeiro F. J. B. Die Vorherbestimmung der Bahnen der Orkane. *Met. Zeit.* **25**, p. 201, 1908.
- Hann J. Die tägliche Variation der Windstärke auf den Berggipfeln in Südindien in ihrer Beziehung zu der täglichen Luftschwankungen. *Met. Zeit.* **25**, p. 220, 1908.
- v. Ficker H. Einfluss des Mitteltemperatur einer Luftsäule auf den Luftdruck an der Basis der Säule. *Met. Zeit.* **25**, p. 222, 1908.
- v. Ficker H. Ueber Keile Hohen Druckes an der Alpenkette. *Met. Zeit.* **25**, p. 230, 1908.
- Trabert W. Ueber Keile hohen Druckes an der Alpenkette. *Met. Zeit.* **25**, p. 232, 1908.
- Jacrisch P. Zur Theorie der Luftdruckschwankungen. *Mit. der Math. Ges. Hamburg.* **4**, N. 3, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

- Cherry M. E. Further observations of Halos and Coronas. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 579, 1907.

7. Eletticità Atmosferica.

- Kähler K. Registrierungen des elektrischen Potentialgefälles an nahe benachbarten Stationen. *Met. Zeit.* **25**, p. 155, 1908.
- Homma Y. Distribution of electricity in the atmosphere. *Terr. Magn.* **13**, p. 49, 1908.
- Mohr K. Remarks on distribution of electricity in the atmosphere. *Proc. of Tokyo Math. Phys. Soc.* **4**, p. 248, 1908.
- Carpenter D. S. The rolling of the thunder. *Electr. World.* **50**, p. 1211, 1907.
- v. Schweidler E. R. Ueber die Ionenverteilung in den untersten Schichten der Atmosphäre. *Akd. d. Wiss. Wien.* 14 Maggio 1908.
- v. Reichenow. St. Elmsfeuer. *Wetter.* **25**, p. 92, 1908.

8. Temperatura del suolo.

9. Terremoti e Vulcani.

- Oldham R. D. Earthquakes and Earthshakes. *Nature.* **78**, p. 78, 1908.
- Laureix A. Sur la récente éruption de l'Etna. *Compt. Rend.* **146**, p. 1071, 1908.

- Hebbe W. H. Earthquakes; an introduction to seismic geology. XXX+386 p. New York, 1907.
- Hoffmann F. Neue Theorie über Erdbeben und vulkanische Erscheinungen. Strassburg, 1907.
- Lagrange E. La propagation des ondes sismiques longues. *Soc. Belg. d'Astron.* 12, p. 347, 1907.
- Burbank J. E. Some microseismic tremors and their apparent connection with barometric variations. *Terr. Magn.* 18, Marzo 1908.
- See T. J. J. The new theory of earthquakes and mountain formation. *Proc. Amer. Phil. Soc.* 46, p. 396, 1907.
- Die Verwendung der Elektrizität zum Aufzeichnen von Erdbeben. *Prometheus.* 19, p. 537, 1908.
- Mo Adie G. A. Earthquake weather. *Bull. California Phys. Geogr. Club.* p. 8, 1907.

10. Climatologia.

- Kremsner V. Der Einfluss der Grossstädte auf die Luftfeuchtigkeit. *Met. Zeit.* 25, p. 206, 1908.
- Garrigou-Lagrange P. La pluie et le régime des cours d'eau. *Compt. Rend.* 146, p. 1356, 1908.
- Knörzer A. Temperaturanomalien in Mitteleuropa hervorgerufen durch SE und SW Maxima. Gotha. 1908.
- v. Obermayer A. Die Häufigkeitszahlen der Bewölkung. *Ak. der Wiss. Wien.* 117, Febr. 1908.
- Freybe O. Klima und Witterungskunde. Hannover. M. Jänecke. 1908.
- v. Obermayer A. La fréquence des degrés de nébulosité. *Rev. Néphol.* 3, N. 29, 1908.

11. Calore solare e irraggiamento.

- Le Surdo A. Sulla radiazione solare. *Riv. Scient. Ind.* 40, N. 9-10, 1908.
- Kimball H. M. Pyrheliometer and polarimeter observations. *Bull. of the Mount. Weath. Obs.* 1, p. 65, 1908.
- Bigelow F. H. Rapports entre les éléments météorologiques et la radiation solaire. *Amer. Journ. of Science.* 25, N. 149, 1908.

12. Apparecchi.

- Sprung A. Die registrierende Laufgewichtswage im Dienste der Schnee-Regen und Verdunstungsmessung. *Met. Zeit.* 25, p. 145, 1908.
- v. Ulljanin W. Ueber den Assmannschen Aspirationsmeteorographen. *Met. Zeit.* 25, p. 182, 1908.
- Mohn H. Neuen Studien über das Hypsometer. *Met. Zeit.* 25, p. 193, 1908.
- Goldschmidt R. Sismografo a registrazione elettrica. *Bull. Soc. Belge Elect.* 24, p. 605, 1907.
- Hygrometers without calculation. *Symons Met. Mag.* Marzo. 1908.

L. Storia della fisica.

- Slichter G. S. Il manoscritto d'Archimede recentemente scoperto. *Bull. Amer. Mathem. Soc.* 14, 8, 1908.

Gerland E. Zur Geschichte der Magnetisierung von Kompassnadeln mit Hilfe von natürlichen Magneten. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 377, 1908.

M. Trattati.

Bredig H. Handbuch der angewandten physikalischen Chemie in Einzeldarstellungen. vol. VII e VIII. Leipzig. J. A. Barth. 1907-8.

Schreiber P. Formeln und Tabellen aus dem Gebiete der Thermodynamik, für die meteorologische Praxis vorgerichtet. Dresden. 1907.

Freye O. Klima- und Witterungskunde. Hannover. M. Jänecke. 1908.

Valley J. Traité élémentaire de la compensation des compas. Paris. A. Challamel. 1907.

Mach E. Die Mechanik. 6 ed. XVIII+576 p. Leipzig. F. A. Brockhaus. 1908.

Dannesi H. Principi di elettrochimica teorica. Traduz. ital. VI+190 p. Bologna. N. Zanichelli. 1908.

Kelce B. Introduction to Electricity. 442 p. London. 1908.

Kohnstamm P. Lehrbuch der Thermodynamik. XII+287 p. Leipzig. 1908.

Richard J. L'Océanographie. VI+398 p. Paris. Vuibert et Nony. 1907.

Bazelin O. Die Wellen des Meeres. 38 p. Berlin. E. Mittler. 1907.

Demmer F. Physique. Tours. 1908.

Franklin W. S. Crawford C. M. and Manutt B. Practical Physic. 1908.

Schneider N. H. Electrical Instruments and Testing. Spon. 1908.

Crotch A. Telegraphic Systems and other Notes. p. 284. Griffin. 1908.

Van Dam I. La Télégraphie sans fil. XIII+240 p. Paris. Béranger. 1908.

Ferry E. S. and Jones B. T. A manual of practical Physics I. XI+273 p. London. Longmans, Green and Co. 1908.

Guttmann W. Grundriss der Physik. IV+171 p. Leipzig. G. Thieme. 1908.

Meyer K. Physik und Chemie. 258 p. Leipzig. G. Freytag. 1908.

Weinhold A. F. Vorschule der Experimentalphysik. 5 ediz. Leipzig. 1908.

Pfaundler L. Physikalische Wandtafeln. Braunschweig. Vieweg u. Sohn. 1908.

Donath A. Lehrbuch der Elektromechanik. I. XIV+383 p. Jena. Costenoble. H. 1908.

Bryant W. W. A history of Astronomy. XIV+355 p. London. Methuen and Co. 1908.

A. POCHETTO.

NOTIZIARIO

— Il 29 Maggio è morto all'età di 73 anni il Prof. W. A. Anthony di New York.

— È morto all'età di 29 anni il Dott. E. Ladenburg ben noto per le sue ricerche sulla ionizzazione prodotta dalle radiazioni ultraviolette.

— È morto il Dott. L. Cruls Direttore dell'Osservatorio di Rio de Janeiro.

— Il Prof. Pietro Blaserna è stato riconfermato Presidente della R. Accademia dei Lincei.

— I Proff. H. Becquerel, V. Volterra e P. Blaserna sono stati nominati dottori onorari della Società medico-fisica di Erlangen in occasione del centenario di questa.

— Il Prof. H. Becquerel è stato eletto Segretario perpetuo dell'Accademia delle Scienze di Parigi. Il nome dei Becquerel è rappresentato all'Accademia dal 1829 (Antonio-Cesare 1829, Edmondo 1863).

— H. Poincaré è stato eletto membro d'onore dell'Accademia delle Scienze di Vienna.

— I signori W. Barlow, Earl of Berkeley, C. I. Forsyth, B. A. W. Russel e J. F. Thorpe sono stati nominati membri della Royal Society di Londra.

— Il 30 maggio la regina d'Olanda ha nominato membro dell'Accademia di Amsterdam al posto di Lord Kelvin, Sir W. Ramsay.

— Sir W. Ramsay è stato eletto socio straniero della Società Italiana delle Scienze detta dei XL.

— Il Prof. E. Rutherford è stato eletto membro corrispondente della Società fisico-medica di Vienna.

— Il Dott. K. Schaum è stato nominato professore di fisico-chimica all'Università di Lipsia.

— Il Dott. F. von Lerch è stato nominato professore di Fisica sperimentale all'Università di Innsbruck.

— Il premio reale della Accademia dei Lincei è stato conferito al Prof. A. Battelli della R. Università di Pisa.

— La medaglia Albert della Royal Society of Arts per l'anno 1908 è stata concessa a Sir J. Dewar.

— La medaglia Bunsen della Deutsche Bunsen Gesellschaft für Angewandte Chemie è stata conferita al Prof. F. Kohlrausch di Marburg.

— L'American Academy ha conferito la medaglia Rumford all'Ingegnere Acheson per le sue applicazioni del forno elettrico.

— L'Accademia di Vienna ha conferito il premio Haitinger al Prof. Smochulowski de Smolan dell'Università di Lemberg per i suoi lavori sulla teoria cinetica dei movimenti molecolari nei liquidi e nei gas.

— Si propone di dare al Kilowatt ora il nome di « Kelvin ».

— La R. Accademia dei Lincei ha accettata la fondazione di un premio « Stanislao Cannizzaro », dovuto alla generosità del Dott. Ludwig Mond, il celebre chimico industriale; questo premio è destinato alla chimica pura ed applicata con speciale riguardo alla chimica-fisica e alla chimica generale.

Il premio « Stanislao Cannizzaro » ha carattere internazionale ed ammonta a L. 10000. Esso sarà conferito ogni due anni dall'Accademia dei Lincei al lavoro più importante di chimica e di chimica-fisica.

— Il 7 luglio sono stati inaugurati alla presenza del Re d'Inghilterra i nuovi edifici dell'Università di Leeds; a coprire la cattedra di fisica in questa Università è stato chiamato il Prof. W. H. Bragg.

— L'Accademia delle Scienze di Berlino ha concesso fra gli altri i seguenti sussidi; 4000 Mk al Prof. Bauschinger per calcolare una tavola di logaritmi a 8 decimali; 1500 Mk al Prof. Hecker per esperienze sulla gravità in mare, 500 Mk al Dott. Kalischer per la prosecuzione dei suoi studi sull'organo dell'udito, 1000 Mk al Prof. Nagel per una sua ricerca

acustico-fonetica, 1500 Mk al Prof. Schmidt per misure di magnetismo terrestre in mare.

— L'Accademia Belga delle Scienze in Bruxelles bandisce pel 1909 i seguenti concorsi a premio:

1. Trovare, in altezza e in azimuth, le espressioni dei termini principali delle deviazioni periodiche dalla verticale, nell'ipotesi della non coincidenza dei centri di gravità della scorza e del nucleo della terra (800 franchi).

2. Si domandano nuove ricerche sulla sede della pressione osmotica (600 franchi).

I lavori devono essere spediti al Segretario dell'Accademia prima del 1° agosto 1909.

— Un comitato provvisorio, presieduto da Lord Minto, si propone di fondare un grande Istituto scientifico nelle Indie. Notevoli contributi finanziari sono già stati elargiti da privati, dal Maharaja di Mysore e dal Governo. La direzione è stata confidata al Prof. Travers, il celebre collaboratore di Sir W. Ramsay.

— L'università d'Illinois a Urbana ha destinato 250,000 dollari per la costruzione dell'Istituto di Fisica.

— All'Istituto di Fisica Applicata di Göttingen è stata data la somma di 5000 Marchi per ricerche sulla produzione e trasformazione delle oscillazioni elettriche dal punto di vista delle applicazioni pratiche.

— L'Università di Dundee ha ricevuto la somma di 4000 sterline per un laboratorio di elettrotecnica.

— La città di Sheffield ha dato alla facoltà di Scienze dell'Università la somma di 5000 sterline.

— La città di Bradford ha donato al Technical College la somma di 19,000 sterline.

— L'Università di Charlottesville ha ricevuto una somma di 50,000 dollari.

— Il Sig. G. A. Commercy ha lasciato 4 milioni alla facoltà di Scienze di Parigi per fondazioni di borse di studio e per aiutare ricerche scientifiche.

— La compagnia Drapers ha offerto 22,000 sterline per un nuovo laboratorio elettrico all'Università di Oxford e 1000 sterline per il suo equipaggiamento.

— L'Università di Manchester ha ricevuto dalla signora Rylands una somma di 75,000 sterline per la facoltà di Scienze. Un'altra somma di 10,000 sterline è stata data per la fondazione di borse di studio.

— La Signora Russel Sage ha dotato l'Università Princeton di un capitale di 500,000 dollari per una « *Maison des étudiants* ».

— La Signora F. Hertz ha donato 5000 sterline all'Università e 5000 sterline all'University College di Londra per sovvenzionare ricerche di fisica e di chimica.

— La Signora Palyart Mancel ha lasciato per testamento la somma di 45,000 franchi all'Accademia di Scienze di Amiens.

— Secondo Fleming ecco i dati di confronto fra un oscillatore ordinario a scintilla per radiotelegrafia e un arco Poulsen.

	Tensione necessaria Volta	Corrente Ampères	Energia Watt	Corrente inviata Ampères	Corrente ricevuta Milliampères
Scintilla	12,2	2,6	31,7	2,15	0,56
Arco	260	8	2080	5,4	21

Nell'arco dunque si consuma un'energia circa 70 volte maggiore e la corrente al ricevitore è 40 volte maggiore.

— Prossimamente verranno installate 5 stazioni radiotelegrafiche nell'Australia.

— Il cavo Telegrafico fra Valdez e Sitka è stato ripetutamente danneggiato da terremoti sottomarini. Recentemente un vulcano sottomarino ha rotto nuovamente questo cavo in due punti.

— Il Dominion del Canada possiede 13 stazioni Marconi, di cui 10 di grande portata. Gli Stati Uniti hanno 97 stazioni costiere radiotelegrafiche delle quali 40 dipendono dalla Marina, 16 dalla Guerra e 41 da privati.

— Il Sig. Iungner ha brevettato una pila a gas per l'utilizzazione dell'energia d'ossidazione del carbone. Egli si propone di trasformare l'energia calorifica della reazione $\text{SO}_2 + \text{O} + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{SO}_4$ in energia elettrica; per avere un

ciclo completo si ritorna all'anidride solforosa mediante: $2\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{C} = \text{CO}_2 + 2\text{SO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$. Moltiplicando la prima equazione per 2 e sommando colla seconda abbiamo: $\text{C} + 2\text{O} = \text{CO}_2$, che definisce il risultato del ciclo: combustione completa del C nell'ossigeno. L'apparecchio è formato da un recipiente diviso a metà da un setto poroso, in ogni scompartimento c'è una lamina di grafite, intorno ad una di queste sono disposti dei pezzi di grafite porosa umettata con una soluzione d'acido nitrosolforico concentrato, attorno all'altra sono dei minuti pezzi di coke, il setto poroso è imbevuto di acido solforico. Attraverso il coperchio passano gli elettrodi che vanno alle due lamine e due tubi. Per uno di questi si manda una corrente d'aria e per l'altro una corrente di SO_2 umida. Così si forma la prima reazione, il risultante H_2SO_4 si scarica per un rubinetto sul fondo del recipiente. Scaldando poi si ottiene la seconda reazione. La forza elettromotrice ottenuta varia fra 0,2 e 0,5 Volta.

— Secondo Jadanza si può trasformare un cannocchiale di Galilei in un microscopio antepo-
nendo all'obbiettivo una lente leggermente convergente.

— Il Dott. Chattaway insegna nel *Journ. of the Chem. Soc.* il mezzo di depositare sul vetro uno strato sottile di rame metallico per la costruzione di specchi a rame. Si fa un miscuglio di un volume di fenilidrazina, distillata di fresco, e 2 volumi d'acqua e lo si riscalda finchè diviene trasparente. Quindi lo si mescola con $\frac{1}{4}$ volume di soluzione tiepida satura di idrato di rame in ammoniaca. Si ha sviluppo d'azoto e in pari tempo l'ossido ramico è ridotto a ossido ramoso che precipita. Il liquido giallastro così ottenuto è scaldato in contatto colla superficie di vetro, pulita con cura, che si vuol ramare. Dopo raffreddamento lento del liquido si lava il vetro con acqua, alcool e poi con etere.

— Secondo Phillips si può preparare un vetro che a 20° ha una resistenza specifica di 5,10⁸ Ohm, fondendo in un crogiuolo di platino 32 parti di silicato di sodio, 8 parti di borace e 1 parte di vetro Powell. Le caratteristiche di questo vetro sono: indice di rifrazione = 1,6; densità = 2,6, punto di rammollimento circa 551°; coefficiente di dilatazione 0,00015.

— Il Sig. P. B. Perkins ha determinato il peso molecolare dell'emanazione del radio basandosi sulla legge di Graham, paragonando cioè le velocità di diffusione dell'emanazione e del vapore di mercurio attraverso un setto poroso. Egli trova che questo peso molecolare deve differire poco da 227.

— Secondo Strutt l'elio si può riscontrare in quasi tutti i minerali della crosta terrestre; la quantità di elio è proporzionale alla quantità d'uranio che detti minerali contengono. Il berillo contiene una quantità notevole di elio senza che il materiale sia specialmente radioattivo. Le rocce di origine ignea e probabilmente i silicati contengono anche piccole quantità di argon, ma trascurabili di fronte alla quantità di elio.

— I Sigg. Smith E. W. e Hutton R. S. sono riusciti a fare la sintesi diretta dell'acido cianidrico ad alte temperature senza ricorrere all'arco voltaico, ma semplicemente a contatto di un'asta di carbone portata fino a 2500° colla corrente elettrica, attorno alla quale si fa circolare un miscuglio di azoto e di idrogeno. Finchè la temperatura del carbone rimane al di sotto di 1800° non si forma acido cianidrico; al di sopra di 1800° se ne forma sempre e in tanto maggiore quantità quanto più alta è la temperatura. Se si usa invece dell'azoto e dell'idrogeno mescolati dell'ammoniaca la sintesi avviene ancora e a temperature un po' più basse.

— Studiando il peso atomico dell'Itterbio il sig. Urbain ha scoperto un nuovo elemento il Lutecium (peso atomico ≈ 174) il cui spettro coincide con quello del Cassiopeiium scoperto da Auer von Welsbach.

— In una recente pubblicazione il Prof. Landolt ritorna sulla questione della variazione di peso nelle reazioni chimiche rilevando due cause d'errore fin qui non abbastanza considerate: la prima è la condensazione dell'umidità sulle pareti di vetro dei recipienti (causa d'errore già rimarcata fin dal 1903 dal Prof. Q. Majorana in una serie di esperienze sullo stesso argomento, i cui risultati non vennero pubblicati) in quanto che il calore svolto nelle reazioni diminuisce la piccolissima quantità di umidità che è normalmente condensata alla superficie del vetro. La seconda causa ha per origine una leg-

gera deformazione negli apparecchi, sempre pel calore svolto nelle reazioni chimiche studiate; per es. un' elevazione di temperatura da 20° a 40° basta a provocare un aumento di volume che non cessa che in 2 settimane circa. Ripetendo le esperienze precedenti, tenendo conto di queste cause d' errore che agiscono appunto nel senso di far comparire una perdita di peso precisamente dell' ordine di quello osservato, il Landolt giunge alla conclusione *che le variazioni di peso nelle reazioni chimiche non avvengono* e che quindi nelle condizioni più rigorose che si siano potute fin qui ottenere *la legge di Lavoisier è esatta a $\pm \frac{1}{10\,000.000}$* .

— Secondo le ricerche di Kahlbaum si sapeva che i metalli sottoposti a pressioni elevatissime presentano dapprima un aumento di densità, poi una diminuzione con un punto d' immersione ben marcato. Se il metallo viene ora riscaldato si ha un nuovo aumento di densità che va fino a un massimo corrispondente all' assettamento più stabile delle molecole. Queste ricerche sono state riprese recentemente dallo Schlett pel platino e pel nickel e hanno condotto a questo risultato: I metalli a stadi diversi di trattamento si comportano come le modificazioni allotropiche dei metalloidi; seguendo la legge di Richarz, la modificazione più densa presenta il minore calore specifico. Confrontando: calori specifici, volumi specifici e temperatura si nota che gli accrescimenti di temperatura portano con sè delle modificazioni dell' assettamento molecolare molto più grandi che il semplice trattamento meccanico.

— Secondo Schlett i calori specifici del platino e del nickel fra 0° e 300° sarebbero:

Platino	$c = 0,030456 + 0,00002972. t - 0,000000056. t^2$
Nikel	$c = 0,10280 + 0,0000941. t.$

— Franklin e Kraus hanno trovato che il calore di vaporizzazione dell' ammoniaca liquida alla pressione ordinaria è di 341 calorie.

— Il Sig. Grüneisen ha recentemente determinato con gran cura le costanti elastiche di parecchi metalli. Ecco i risultati:

Metallo	Pb	Au	Pt	Ag	Cu	Al	Sn	Fe	Cd
Modulo Young	1,056	7,955	17,080	8,050	13,075	7,155	5,540	21,680	5,090
Rapporto Poisson	0,45	0,42	0,39	0,38	0,35	0,34	0,33	0,28	0,30

— Secondo le ricerche recenti di Oberhoffer i calori specifici medi del ferro (contenente solo il 0,14 % di impurità: C. Si. P. S. Mn) sarebbero :

0° — 250°	0,1221	0° — 1000°	0,1678
0° — 500°	0,1366	0° — 1200°	0,1667
0° — 700°	0,1504	0° — 1500°	0,1667

— I Sigg. E. B. Rosa e N. E. Dorsey hanno recentemente rideterminato il rapporto fra le unità elettromagnetiche ed elettrostatiche col metodo del condensatore, il valore trovato è: $v = 2,9971 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ con un errore probabile $< \frac{1}{100}$ per cento.

— Secondo recenti studi di Chappuis il coefficiente di dilatazione dell' idrogeno fra 0° e 100° sarebbe: $\alpha = 0,00366004$ e la relazione fra volume e pressione di una stessa massa d' idrogeno per pressioni fra 1^m e 1^m,300 sarebbe a 0°:

$$V_0 = 0,000762 + 0,999238 P^{-1},$$

e a 100°

$$V_{100} = 0,000797 + 1,365890 P^{-1}.$$

Per l' azoto :

$$\alpha = 0,00367775$$

$$V_0 = - 0,0005712 + 1,0005712 P^{-1}$$

$$V_{100} = 0,000254 + 0,999746 P^{-1}.$$

Per l' anidride carbonica :

$$\alpha = 0,003671$$

$$V_0 = - 0,009060 + 1,009060 P^{-1}$$

$$V_{100} = - 0,004528 + 1,378625 P^{-1}.$$

— Secondo lo stesso Chappuis la dilatazione assoluta del mercurio sarebbe :

$$1 + k(T)$$

$$\text{fra } -20^\circ \text{ e } 0^\circ \quad 1 + 1,815405 \cdot 10^{-4} T + 1,95130 \cdot 10^{-7} T^2 + 1,00917 \cdot 10^{-9} T^3 - 2,03862 \cdot 10^{-12} T^4,$$

$$\text{fra } 0^0 \text{ e } 100 \quad 1 + 1,8169041,10^{-4} T - 2,951266,10^{-5} T^2 + 1,14562,10^{-10} T^3.$$

— Un'interessante statistica mostra quale situazione economica hanno gli Stati Uniti nel mondo pur avendo una popolazione che rappresenta il 5,2 % della popolazione di tutto il mondo.

Produzione	Mondiale	degli Stati Uniti	%
Cereali (bushels)	3,285,000,000	2,592,320,000	78,8
Tabacco (libbre)	2,210,000,000	698,000,000	31,1
Cotone (balle)	18,578,000	13,346,000	71,3
Ferro (tonnellate)	61,000,000	25,780,000	42,2
Petrolio (barili)	260,000,000	162,600,000	62,5
Rame (libbre)	1,597,000,000	918,000,000	57,5
Zolfo (tonnellate)	832,644	298,850	35,8
Carbone (tonnellate)	1,220,000,000	455,000,000	37,3
Ferrovie (miglia)	570,000	225,000	39,5

— Secondo la *Revue électrique* (N.° 100, 1908) la potenza in H. P. delle forze motrici idrauliche disponibili e utilizzate nelle diverse regioni è la seguente :

Regione	Potenza disponibile	Potenza utilizzata
Francia	4,500,000-10,000,000	800,000
Italia	4,500,000	300,000
Svizzera	?	300,000
Germania	700,000	100,000
Norvegia	900,000	?
Svezia	760,000	?
Russia	11,000,000	85,000
Inghilterra	?	70,000
Spagna	1,000,000	70,000
Giappone	?	70,000
Indie	?	50,000

— Secondo Le Chatelier la quantità di carbone contenuta nel globo terrestre sarebbe :

	Miliardi di Tonnellate
Carbone del CO ₂ dell'atmosfera	800
➤ dei bicarbonati del mare	48,000
➤ dei calcari	160,000,000
➤ dei vegetali	6
➤ dei combustibili minerali	100.

— Il più grande gasometro del mondo è quello di Manchester che ha una capacità 360,000 metri cubi.

— Si è costituita in America una compagnia; la *Sun Pouzel C.^o* che si propone di costruire macchine a vapore con caldaie acqua-tubolari speciali per utilizzare il calore solare. In quest'anno venne già costruita una caldaia a grande superficie capace di alimentare un motore di 25 cavalli.

— Il dirigibile tedesco Zeppelin IV aveva le seguenti caratteristiche: lunghezza 136 m., diametro 13 m., volume 15,000 m³, forza motrice 228 H. P. distribuita in due motori Daimler eguali. Potevano prender posto a bordo 14 persone.

— Il 29 maggio nella Piazza d'Armi di Roma Il Sig. Delagranghe ha col suo aeroplano compiuto un volo di 12,75 Km. in 15',25". Il motore è della forza di 50 cavalli, Il peso dell'apparecchio compreso il pilota è di 550 Kg.

— In una recente memoria L. A. Bauer studia la questione se l'azione della terra su un magnete sia solo una coppia, determinando il peso di un magnete in varie orientazioni. Egli arriva alla seguente conclusione: In una regione fortemente perturbata magneticamente si possono avere nelle diverse pesate delle differenze di circa $\frac{1}{100,000}$ del peso del magnete a seconda dell'orientazione di questo. Una sbarra d'acciaio acquista per la magnetizzazione un aumento di peso di $\frac{1}{1,000,000}$ del peso totale. Quindi forse l'azione della terra su un magnete non è rigorosamente solo di una coppia.

— Il Sig. Slipher dell'osservatorio Lowell ha studiato recentemente colla fotografia lo spettro di Giove, Saturno, Urano e Nettuno. Lo spettro di Nettuno contiene numerose e forti

bande di assorbimento, specialmente marcata è poi la linea F, e lo stesso avviene nello spettro di Urano, vi è dunque dell'idrogeno libero nell'atmosfera dei due pianeti. Lo spettro di Saturno presenta delle bande caratteristiche in corrispondenza a $\lambda = 6193, 5430, 6145, 6450, 5770$. Nessuna delle bande osservate nello spettro di Saturno è visibile in quello dei suoi anelli, quindi l'atmosfera circondante questi ultimi deve essere estremamente rarefatta. Nessuna delle bande d'assorbimento nello spettro di Saturno corrisponde a quelle telluriche, quindi nel sistema di Saturno non vi è traccia di vapor acqueo.

— Secondo W. S. Adams le linee dell'idrogeno indicano per la rotazione solare una velocità maggiore di quella dedotta dall'osservazione delle macchie. Il fatto più curioso è poi che la H_α dà una velocità un po' maggiore di quella data dalle altre linee dell'idrogeno. Dall'insieme delle sue ricerche l'Autore trae la conclusione che l'H assorbente è situato ad un'altezza maggiore che gli altri gas e vapori e che fra questi i più bassi sono quelli di carbone e lantanio. Nelle regioni poi dove si trovano le linee dell'H, l'accelerazione equatoriale deve essere piccolissima.

— Per spiegare il fatto scoperto da Nordmann e confermato da Tikhoff che l'epoca del minimo di una stella variabile osservato nei raggi rossi dello spettro precede di qualche minuto il minimo osservato nei raggi violetti, fu da Nordmann ammesso che nello spazio la luce subisca una dispersione dello stesso ordine di quella che subirebbe nell'aria atmosferica a 0° C e a 7^{mm} di pressione. Ora in una materia ordinaria gassosa la dispersione è intimamente legata all'assorbimento e questo sarebbe allora, secondo Lebedew, talmente grande che noi non potremmo vedere alcun astro, nè d'altra parte possiamo attribuire questa dispersione all'etere stesso senza rovesciare tutta la teoria elettromagnetica della luce. Il Lebedew crede che il fenomeno scoperto dal Nordmann si possa spiegare così: noi sappiamo che le variazioni di splendore di una stella variabile sono dovute al passaggio di un satellite davanti all'astro e che questo satellite è circondato da un'atmosfera estesa che assorbe la luce dell'astro centrale; basta ammettere che questa atmosfera sia distribuita asimmetrica-

mente rispetto al centro del satellite e sia spostata nella direzione dell'orbita, asimmetria che potrebbe essere prodotta dalla rotazione assiale e dal riscaldamento prodotto dall'astro centrale. Un caso simile si realizzerebbe per un osservatore sulla luna durante un'eclisse: le epoche dei massimi per $\lambda = 6,5$ (banda d'assorbimento del vapore d'acqua) e per $\lambda = 0,5$ sarebbero differenti perchè l'umidità dell'atmosfera terrestre è maggiore a sera che non a mattina. In questo caso la differenza ammonterebbe a frazioni di $1''$, ma per un'atmosfera estesa di un satellite molto vicino all'astro centrale si possono avere differenze di minuti.

— All'ultima riunione della Società meteorologica di Londra il prof. Hellmann ha fatto una interessantissima comunicazione sui primordi della meteorologia. Egli nota dapprima che i fenomeni meteorologici furono oggetto di studio fin dalle epoche più remote; i proverbi relativi al tempo che si trovano numerosi nella Bibbia e nei poemi antichi non hanno la loro origine in Palestina o in Grecia, ma se ne trovano tracce di molto anteriori.

I primi a fare però osservazioni regolari furono i greci fino dal V secolo avanti Cristo, qualche esemplare di « *parapegmata* » specie di almanacchi meteorologici è giunto fino a noi. Nel I secolo avanti Cristo i greci osservavano già regolarmente la banderuola anemoscopica. Le prime osservazioni pluviometriche sono state fatte in Palestina al principio dell'era volgare; il confronto fra i risultati d'allora e gli odierni mostra che la quantità di precipitazioni è rimasta sensibilmente la stessa. Sotto i Romani e in tutto il medio Evo la meteorologia non fece alcun progresso, più tardi il risorgere dei metodi sperimentali condusse all'osservazione sistematica dei fenomeni meteorologici. Il più antico registro di osservazioni sistematiche è quello che fu tenuto a Oxford dal Rev. W. Merle dal gennaio 1337 al gennaio 1344; il manoscritto relativo è conservato nella biblioteca Bodleiana.

Libri inviati per recensione.

O. D. CHWOLSON — « *Traité de Physique* ». Tome 1^r. fasc. IV. Acoustique.

(Librairie Scientifique A. Hermann. Paris, 1908).

C. ARPESANI — « *Lavorazione dei metalli e dei legnami* ».

(U. Hoepli, Milano, 1908. L. 3).

GAUTERO-LORIA-MALAVASI — « *Macchinista e fuochista* ».

(U. Hoepli, Milano, 1908. L. 2,50).

Dott. A. MIETHE — « *Dreifarbenphotographie nach der Natur* ».

(Vilhelm, Knapp, Halle a S., 1908. Mk. 2,50).

Dott. RICHARD RISSLING — « *Das Erdöl seine Verarbeitung und Verwendung* ».

(W. Knapp, Halle a S., 1908. Mk. 5,40).

W. MOMBER — « *Der Danepf in der Chemischen Technik* ».

(W. Knapp, Halle a S., 1908. Mk. 3,60).

Dott. OSCAR SIMON — « *Laboratoriumsbuk für die Industrie der Riechstoffe* ».

(W. Knapp, Halle a S., 1908. Mk. 3).

Dott. RUDOLF KNOLL — « *Synthetische und isolierte Riechstoffe und deren Darstellung* ».

(W. Knapp, Halle a S., 1903. Mk. 3).

Dott. WOLDEMAR VOIGT — « *Magneto-und Elektrooptik* ».

(G. B. Teubner, Leipzig, 1908. Mk. 14).

GEORGE ELLERY HALE — « *The study of Stellar evolution* ».

(William Wealey & Son. London, 1908. L. 0.16.6).

Dott. IOSEPH MARIA EDER — « *Rezepte un Tabellen für Photographie und Reproduktionstechnik* ».

(W. Knapp, Halle a S., 1908. Mk. 3).

P. VILLARD — « *Les rayons cathodiques* » Collezione Scientia N.° 10.

(Gauthier-Villars, Paris, 1908).

W. FEDDERSEN — « Entladung der Leydener Flasche ». Ostwald's Klassiker.

(W. Engelmann, Leipzig, 1908).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica e al Nuovo Cimento.

Veröffentlichungen der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt » Jahrg 1906: heft 9 a 12; Jahrg 1907: heft 1.

(Inviati dal R. Ufficio Centr. di Meteor. e Geod. Roma).

« Onoranze al Prof. Alfonso Sella ».

(Tipografia Nazionale, Roma, 1903).

LA MATHÉMATIQUE DANS SES RAPPORTS AVEC LA PHYSIQUE ¹⁾.

Par M. ÉMILE PICARD.

J'entendais un jour soutenir à un éminent mécanicien que les mathématiciens ne sont pas à leur place dans les sections scientifiques des Sociétés savantes. Il estimait qu'ils devaient trouver asile dans quelque section de Philosophie ou de Logique d'une Académie des Sciences morales et politiques. Mon savant ami, en émettant cette boutade, ne pensait évidemment qu'à certains travaux de philosophie mathématique, assez en honneur aujourd'hui, qu'il jugeait sans bienveillance et regardait comme des débauches de logique des mathématiciens. La réponse était facile, et les raisons sont évidentes, pour lesquelles, dans les Universités et les Académies, les mathématiciens font partie des mêmes groupements que les savants adonnés à l'étude de la nature: le contact a en effet toujours été intime entre la Mathématique et la Physique. Ce sujet a été bien des fois traité. Il n'est peut-être pas sans intérêt de le reprendre, en jetant un coup d'œil sur le passé et cherchant à en tirer quelque enseignement pour l'avenir; c'est ce que je me propose de faire dans ce discours.

I.

Il n'est pas douteux que les Mathématiques eurent longtemps un caractère expérimental. La Géométrie fut d'abord une branche de la Physique, et des propositions assez cachées, comme la propriété de l'hypoténuse d'un triangle rectangle, furent découvertes par l'expérience; à ces époques reculées, la Science apparaît avec un caractère surtout utilitaire. On

¹⁾ Conférence faite au IV Congrès international de Mathématiques. Rome, 10 avril 1908.

fait généralement honneur aux Grecs d'avoir créé la Science rationnelle et désintéressée; mais, au moins chez les premiers penseurs de la Grèce, la Mathématique reste intimement mêlée aux doctrines philosophiques et aux rêveries cosmogoniques. La devise des Pythagoriciens était que « les choses sont nombres », et les propriétés des nombres se trouvaient à la base de leurs explications sur l'Univers; leur Géométrie avait parfois un caractère mystique et magique, comme en témoigne par exemple le fameux pentagone étoilé, qui servait de signe de reconnaissance aux adeptes de l'École et était considéré comme un symbole de la santé. Si nous arrivons maintenant à la Géométrie classique, représentée par les livres d'Euclide et de ses successeurs, nous entrons dans le domaine de la pure logique, où la déduction travaille sur les concepts lentement élaborés dans les âges antérieurs. Il faut cependant compléter cette vue. La Géométrie fut quelque chose de plus pour les Grecs: ils y voyaient le type idéal de la Science, où tout est d'une intelligibilité parfaite. On a noté d'ailleurs que cette Science idéale de la Géométrie grecque, étudiant des objets rationnellement construits, ne perd pas contact avec l'intuition spatiale d'où elle tire toutes ses conceptions, et c'est là un point capital. L'instrument mathématique pourra alors être utilisé pour une connaissance de l'Univers, le réel étant en quelque sorte le monde sensible vu à travers les concepts de l'Arithmétique et de la Géométrie, et, quoique dans un domaine encore très restreint, nous comprenons pourquoi les sciences de la nature prennent de bonne heure une forme mathématique. Les travaux géométriques et mécaniques d'Archimède en donnent un admirable exemple, et la recherche qu'il fit de l'aire d'un segment, symbolise bien la connexion étroite entre ce que nous appellerions aujourd'hui les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. Dans les derniers siècles de l'Hellénisme, alors que languissent les spéculations géométriques de l'époque antérieure, la Trigonométrie et la Géométrie sphérique se développent, sous l'influence des besoins de l'Astronomie, entre les mains d'Hipparque et plus tard de Ptolémée. Ainsi, à son déclin, la Science grecque nous offre un exemple, qui s'est présenté

dans d'autres temps, de recherches mathématiques paraissant épuisées et se renouvelant sous l'influence de problèmes fournis par l'observation des phénomènes physiques.

Il n'est pas dans mon sujet de suivre à travers le moyen âge et la Renaissance les transformations de l'algèbre géométrique des anciens, qui se sépare peu à peu de la Géométrie. L'Algèbre, proprement dite, arrive ainsi à l'autonomie, avec son symbolisme et ses notations de plus en plus perfectionnées, constituant une langue d'une admirable clarté qui, suivant le mot de Fourier, n'a pas de signe pour exprimer les notions confuses, et procure à la pensée une véritable économie. Les bonnes notations, tout le monde en convient, sont souvent indispensables pour arriver à la solution des problèmes posés. On peut aller plus loin, et dire qu'elles conduisent parfois à poser de nouveaux problèmes, l'esprit étant soutenu et porté en avant par les symboles qu'il a créés; la théorie des équations algébriques en offrirait plus d'un exemple. Il y a même un danger dans cette facilité de créations symboliques: c'est au temps qu'il appartient d'en montrer l'utilité et la fécondité. A cet égard, notre langue algébrique usuelle a fait ses preuves, en rendant possibles les progrès ultérieurs des Sciences mathématiques, et dans certaines parties de la Physique mathématique, des symbolismes plus récents rendent d'incontestables services.

Au XVII^e siècle, le développement de la Cinématique et de la Dynamique naissante fut la cause des plus grands progrès de l'Analyse. C'est de là que date l'Analyse moderne; elle est vraiment sortie de la Mécanique. L'origine de la notion de dérivée est dans le sentiment confus que nous avons de la mobilité des choses et de la rapidité plus ou moins grande avec laquelle s'accomplissent les phénomènes; les mots de *fluentes* et de *fluxions* marquent bien cette origine. Peu d'intégrations eurent plus de conséquences que celle de Galilée remontant de la loi des vitesses à celle des espaces dans le problème de la chute des corps, et il est impossible de séparer dans Huygens et Newton le mécanicien et le physicien du mathématicien; tels les grands artistes de la Renaissance, que nous trouvons à la fois peintres, architectes et sculpteurs.

Ce fut une époque décisive dans l'histoire de la Science mathématique que le moment où, allant bien au delà de ce qu'avaient rêvé les Pythagoriciens, on se rendit compte avec quelque précision que l'étude des phénomènes naturels était susceptible de prendre une forme mathématique, et cela surtout quand le développement de la Mécanique conduisit à postuler que les changements infiniment petits, de quelque nature qu'ils soient, survenant dans un système, dépendent uniquement de l'état actuel de celui-ci. On fut ainsi amené à penser que la forme, à laquelle on se trouverait ramené, serait donnée par des équations différentielles, et nous vivons encore aujourd'hui sur ce principe qui, depuis le commencement du XVIII^e siècle, a orienté le développement de l'Analyse. Il serait injuste d'oublier que les problèmes posés par la Géométrie ont eu quelque part aussi dans cette orientation, mais, pour garder un point de vue plus uniforme, et si je ne craignais d'être accusé de paradoxe, je pourrais, alléguer, comme je le disais plus haut, que la Géométrie fait partie de la Physique.

II.

L'histoire des Mathématiques, en ses points les plus essentiels, se confond au XVIII^e siècle avec celle de la Mécanique, et de savantes recherches sur la théorie des fonctions ont montré récemment que des problèmes fondamentaux dans cette théorie se sont présentés de bonne heure. Ainsi Clairaut, dans sa théorie de la figure de la Terre, considère pour la première fois des intégrales curvilignes et donne la condition pour qu'elles ne dépendent pas du chemin suivi entre deux limites déterminées. Pareillement, les deux équations fondamentales de la théorie des fonctions d'une variable complexe apparaissent tout d'abord dans un Mémoire sur la résistance des fluides sous la plume de d'Alembert, qui voit le rôle joué dans leur étude par le symbole $\sqrt{-1}$, déjà introduit par Leibniz et Jean Bernoulli; un peu plus tard, d'Alembert écrivait pour la première fois l'équation $\Delta \phi = 0$. On sait qu'une analyse, présentant avec les recherches précédentes une grande analogie, lui donnait aussi l'intégration de l'équation

des cordes vibrantes. On retrouve encore les fonctions d'une variable complexe dans un Mémoire plus récent d'Euler sur le mouvement des fluides et dans les travaux de Lagrange sur les cartes géographiques. Ainsi une des théories de l'Analyse moderne, qui a eu le plus d'éclat au XIX^e siècle, a trouvé son origine dans des problèmes de Mécanique et de Physique.

L'étude de l'attraction n'a pas eu moins d'importance pour le développement de l'Analyse. On aurait pu souhaiter pour la simplicité des calculs laborieux de la Mécanique céleste une autre loi que celle du carré de la distance, mais, si la nature nous devait une compensation, il faut avouer qu'elle nous l'a largement donnée, en permettant de créer la théorie du potentiel newtonien, aucune autre loi d'attraction n'étant susceptible de poser à ce point de vue tant de problèmes féconds et d'un intérêt général. Dans cet ordre d'idées, l'équation dite de Laplace, à laquelle satisfait le potentiel en dehors des masses attirantes, est à signaler tout particulièrement ; se rencontrant aussi en Hydrodynamique et dans la théorie de la chaleur, elle a conduit à différents types de problèmes aux limites qui, étendus à des équations plus générales, sont encore aujourd'hui l'objet des préoccupations des analystes. Lagrange déplorait qu'il n'y eût qu'un système du monde à découvrir. Nous serions presque tentés de croire à notre tour qu'on ne retrouvera plus une mine aussi féconde que cet ensemble de théories physiques liées à la considération du potentiel newtonien, si nous ne savions que, dans les sciences de la nature, nos représentations et nos concepts évoluent avec les progrès de l'observation et de l'expérience, ce qui fait que des regrets, comme celui de Lagrange, ne sont pas justifiés. Il y aura toujours quelques coins du système du monde à explorer, et sans doute, nous l'espérons du moins en tant que mathématiciens, quelques problèmes d'Analyse à nous poser à leur sujet.

La théorie analytique de la chaleur dans l'immortel Ouvrage de Fourier a ouvert aussi la voie à bien des problèmes, et nous y trouvons des méthodes d'intégration au moyen de solutions simples, inspirées par les questions physiques elles-mêmes. Quelquefois, en effet, celles-ci ne donnent pas seule-

ment le matériel analytique, sur lequel travaillera le mathématicien, mais elles lui fournissent des indications sur la marche à suivre dans la solution. Ainsi, dans les théories moléculaires, les équations aux dérivées partielles se présentent comme des transformées limites, mais plus maniables, d'équations aux différences finies ou d'équations différentielles ordinaires; or, il peut arriver précisément que, pour deviner la forme des solutions, il soit utile de revenir à ces dernières équations. C'est ce qui arrive à Fourier, quand il étudie la communication de la chaleur entre des masses disjointes et en fait l'application au cas où le nombre des masses est infini. On a eu recours souvent à des considérations de ce genre pour établir des théorèmes d'existence, en passant ensuite à la limite, et l'on pourrait indiquer des travaux tout récents sur les équations fonctionnelles, qui utilisent au fond la même idée, dont la mise en œuvre peut présenter de grandes difficultés. Ce sont là des cas où la Physique rend à l'Analyse un double service, lui proposant des problèmes et lui suggérant des vues pour leurs solutions.

On a souvent cité la belle page du discours préliminaire de Fourier, où il développe cette pensée que l'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques, mais il faut reconnaître qu'il y parle plus en physicien qu'en géomètre, quand il insiste sur la nécessité d'aller jusqu'aux dernières applications numériques, condition nécessaire, dit-il, de toute recherche, et sans laquelle on n'arrive qu'à des transformations inutiles. Fourier réduit trop ici le rôle de l'Analyse mathématique, et, si la Physique a été l'origine première de grandes théories analytiques, le mathématicien rend au physicien d'autres services que de lui donner des possibilités de prévisions numériques. Nous avons tous rencontré des savants adonnés aux sciences expérimentales, pour qui c'est là la seule utilité des Mathématiques. C'est méconnaître l'admirable puissance de transformation du raisonnement et du calcul mathématiques. Peut-on, par exemple, ne pas être saisi d'admiration quand on lit le célèbre Mémoire de Green, resté longtemps inaperçu, sur l'application de l'Analyse aux théories de l'Électricité et du Magnétisme, et dont

Gauss, Chasles et Thomson devaient dix ans plus tard retrouver les résultats. Le calcul avançait ici l'expérimentation, en découvrant des théorèmes fondamentaux sur l'induction électrostatique auxquels des expériences mémorables devaient ultérieurement conduire Faraday.

En entrant un peu plus dans le détail de la théorie des équations aux dérivées partielles, nous trouvons d'autres exemples, qui caractérisent bien les services que les Mathématiques, peuvent rendre à la Physique. Ainsi une vue très nette des différentes espèces d'ondes, au point de vue de la propagation, est résultée de la considération de différents types d'équations. Dans les équations du type de la théorie de la chaleur, l'étude des intégrales montre que toute variation se fait sentir instantanément à toute distance, mais très peu à très grande distance, et l'on ne peut parler alors de vitesse de propagation; en un point, la température passe par un maximum pour décroître ensuite, et le temps au bout duquel ce maximum est atteint est proportionnel au carré de la distance. On sait que Lord Kelvin a appliqué l'équation de Fourier à la propagation des courants électriques dans les câbles, en négligeant l'effet de la self-induction; il a ainsi montré que les signaux atteindraient pour chaque perturbation leurs maxima dans un temps proportionnel au carré de la distance, et ce résultat de la théorie a joué un rôle essentiel dans l'établissement de la télégraphie transatlantique.

Les choses se passent autrement dans le cas des équations du type de la propagation du son, qui est aussi celui de la propagation de la lumière et des ondes électriques. L'effet ici n'est pas immédiatement senti, il dure pendant un certain temps et disparaît ensuite, tout au moins dans les milieux à une et trois dimensions. Les deux types précédents se trouvent en quelque sorte condensés dans l'équation relative à la propagation du son dans un liquide visqueux, des ondes électriques dans un diélectrique légèrement conducteur ou dans une ligne télégraphique pour laquelle la self induction n'est pas négligeable. Il y a, dans ce cas, encore propagation par ondes avec une vitesse déterminée, mais cette onde s'étale en arrière et laisse une trace qui demeure indéfiniment; elle

peut, dans les communications télégraphiques, être une source de confusion dans les signaux, et l'on s'est ainsi rendu compte des résultats contradictoires obtenus autrefois dans la recherche de la vitesse de l'électricité.

Ces questions de propagation d'ondes, si intéressantes pour la Physique, n'ont peut-être pas un moindre intérêt psychologique. C'est grâce à l'absence des résistances passives que peut en général se conserver au loin, pour la vue et pour l'ouïe, la netteté des sensations ; ce qui fait, comme on l'a dit, de ces deux sens les sens intellectuels par excellence. A cet égard, le sens de la vue est inférieur à celui de l'ouïe, en raison de la dispersion de la lumière, dispersion que ne présentent pas les sons modérés. Il faut d'ailleurs y ajouter le rôle considérable joué en Acoustique par les harmoniques, rôle bien moindre en Optique où l'œil ne perçoit pas une octave ; et ceci ne nous éloigne pas des Mathématiques, s'il est vrai, comme le prétendent quelques physiologistes, que l'organe de Corti dans le labyrinthe de l'oreille doit être regardé comme l'organe du sens arithmétique et nous fournisse notre concept du nombre.

Il faut avouer cependant que les Mathématiques ont leurs ennemis, et les services considérables rendus par l'Analyse à la Physique sont quelquefois niés. On objecte que beaucoup de résultats analytiques ne font que traduire de simples intuitions, et peuvent s'exprimer sous forme d'analogies physiques, sans qu'il soit nécessaire de recourir aux symboles mathématiques et aux équations différentielles ; on cite, entre autres, l'exemple de l'illustre Faraday. On peut répondre d'abord que l'on fait du calcul intégral de bien des manières, et l'on en fait en comptant des lignes de forces. Il n'est toutefois pas possible d'aller bien loin dans cette voie sans le secours de la langue analytique qui apporte sa précision à des notions menaçant de rester vagues et peu aptes à fournir des résultats quantitatifs. Faraday, s'il eût été géomètre, eût pu devancer Maxwell dans la recherche des lois de la propagation des ondes électriques. L'exemple antérieur de Fresnel est du même ordre ; il eut l'intuition géniale des vibrations transversales de l'éther, mais pouvait-on se faire une idée vrai-

ment précise de la distinction générale entre les vibrations transversales et les vibrations longitudinales, avant d'avoir écrit les équations aux dérivées partielles du mouvement d'un milieu élastique; j'en doute pour ma part. Je ne veux pas dire qu'on ne puisse adresser certaines critiques à notre vision mathématique de la nature, mais elles sont d'un autre ordre; j'aurai l'occasion d'en dire un mot tout à l'heure.

III.

Nous venons de montrer par des exemples particuliers les relations réciproques de la Mathématique et de la Physique. D'une manière générale, dans le développement des diverses parties de la Mécanique et de la Physique, à une période d'induction succède une période déductive, où l'on s'efforce de donner aux principes une forme définitive. Le développement mathématique et formel joue alors un rôle très important, et le langage analytique est indispensable à la plus grande extension des principes. Le symbolisme soutient et porte l'esprit en avant, et les généralisations se font avec le moindre effort. Par le simple jeu de ses symboles, l'Analyse peut suggérer des généralisations dépassant de beaucoup le cadre primitif, ne fût-ce quelquefois que par des raisons de symétrie. N'en-a-t-il pas été ainsi avec le principe des déplacements virtuels, dont l'idée première vint des mécanismes les plus simples; la forme analytique qui le traduisait et où apparaissaient des sommes de produits de deux facteurs, suggéra des extensions qui conduisirent de la Mécanique rationnelle à la Mécanique chimique à travers la Physique tout entière. Un autre exemple est encore fourni par les équations de Lagrange; ici des transformations de calcul ont donné le type des équations différentielles auxquelles certains savants ont proposé de ramener la notion d'explication mécanique. L'art du mathématicien a créé un moule témoignant de l'importance de la forme d'une relation analytique; il va de soi qu'il appartient à l'expérience de vérifier ensuite si l'instrument forgé est assez souple pour se prêter à des concordances expérimentales.

De tels exemples montrent assez ce que signifie une phrase, qu'on entend quelquefois répéter, à savoir qu'il n'y a dans une formule que ce qu'on y a mis; elle est vide de sens ou n'est qu'un pur truisme. Des notions, identiques au fond, peuvent avoir des formes très différentes, et il arrive que la forme soit essentielle; telle aussi l'énergie peut être constante en quantité, mais variable en qualité. Aux cas cités plus haut, on pourrait ajouter la Mécanique céleste, où il n'y a rien de plus que la formule de la gravitation, mais où d'innombrables transformations de calcul nous font passer de ce point de départ à l'explication de presque toutes les particularités des mouvements des astres.

Nous citerons encore un cas de la puissance suggestive des transformations analytiques en rappelant l'ordre d'idées se rattachant au principe de la moindre action. De très bonne heure on eut l'intuition vague d'une certaine économie dans les phénomènes naturels; un des premiers exemples en fut fourni par le principe de Fermat, relatif à l'économie du temps dans la transmission de la lumière, et l'on arriva à reconnaître que les équations de la Mécanique classique correspondent à un problème de minimum. Les extensions se présentèrent alors d'elles-mêmes, conséquences nécessaires des transformations analytiques de la méthode des variations, qui donnent même d'utiles indications sur les conditions aux limites. Nous retrouvons toujours le même mécanisme: au sentiment vague le symbolisme mathématique donne une forme précise qui suggère des généralisations.

On sait l'importance qu'a aujourd'hui dans l'évolution de la Mécanique le principe de la moindre action. Ce vieux principe, d'allure théologique, semble être notre dernier retranchement dans la crise, exagérée peut-être, que traverse actuellement la Mécanique, et dans cet ordre de questions on a repris récemment, en leur donnant une grande extension, une idée émise jadis par Laplace d'une Mécanique du point rapportée à une action fonction quelconque de la vitesse, ce qui conduit à une masse variable avec cette dernière.

IV.

Mais revenons maintenant un peu en arrière. Le XVII et le XVIII siècle virent presque toujours les Mathématiques et leurs applications à la Physique cultivées par les mêmes savants. Il devait arriver un moment où des spécialisations s'établiraient; c'est une loi générale, qui régit malheureusement tous les ordres de recherches, et à laquelle échappent seuls quelques rares esprits assez puissants pour ne pas avoir à sacrifier l'étendue à la profondeur. On avait pu espérer un moment, après les merveilleux triomphes du Calcul infinitésimal, que les géomètres possédant un outil assez puissant pourraient, comme on l'a dit, tourner exclusivement leurs méditations vers l'étude des lois naturelles. Cet espoir devait être vite déçu; les problèmes posés exigeaient de nouveaux perfectionnements en même temps qu'une étude critique des principes admis qui conduisaient parfois à d'inquiétants paradoxes. Une ère nouvelle commençait pour la Mathématique, rappelant, toutes proportions gardées, les temps où la Géométrie grecque, devenue autonome, s'était séparée des spéculations cosmogoniques et philosophiques auxquelles elle avait été liée à une époque antérieure. Parmi les premiers ouvriers de cette transformation, Gauss et Cauchy ont été en même temps de grands théoriciens de la Physique, mais Abel est un pur géomètre. Le XIX siècle eut d'illustres mathématiciens dont l'œuvre n'a aucun point de contact avec la Philosophie naturelle. Tels sont des travaux sur l'Algèbre pure et l'Arithmétique supérieure; telles aussi les spéculations sur les principes des Mathématiques.

Il faut toutefois apporter quelque prudence dans de telles affirmations. Des rapports cachés peuvent apparaître tardivement; notre logique édifie des théories sur des concepts qui sont en somme le résultat d'un travail effectué sur nos sensations, et il est impossible de prononcer *a priori* que telle théorie ne pourra pas être un jour utilisée dans l'étude des sciences de la nature. Quoi qu'il en soit de certaines questions actuelles qui apparaissent à quelques-uns comme de purs exercices de logique, tout le monde reconnaît que les progrès de

la théorie générale des fonctions ont été des plus importants pour la Physique mathématique. Que de paradoxes apparents se sont évanouis quand on a approfondi le degré de généralité des intégrales des équations aux dérivées partielles. Il arrive fréquemment en Mathématiques que l'examen de cas trop particuliers empêche d'apercevoir les vraies raisons des choses, et, à cet égard, la grande extension donnée de notre temps à l'idée de fonction aura été féconde, même dans des applications où elle paraît au premier abord inutile.

Les fonctions analytiques, qui forment la matière d'un des plus beaux chapitres de l'Analyse moderne, semblent tout d'abord présenter peu d'intérêt au point de vue où nous sommes ici placés; elles correspondent à un mode très particulier d'approximations, et d'autres développements, comme les séries trigonométriques, se sont trouvés mieux adaptés aux questions de Physique et de Mécanique, qui leur ont d'ailleurs donné naissance. Des études plus approfondies ont montré cependant que l'importance des fonctions analytiques est très grande en Physique mathématique. Il a été établi, pour un grand nombre d'équations aux dérivées partielles, que toutes leurs intégrales sont analytiques dans certaines régions de l'espace. Il semble que, avec de telles équations, les phénomènes correspondants soient soumis à un moindre degré d'arbitraire, idée nécessairement vague, mais qui se traduit par le fait précis que les conditions aux limites à imposer à une solution sont autres que pour une équation n'ayant pas toutes ses intégrales analytiques. Il suffit de comparer l'équation des cordes vibrantes et l'équation si voisine de l'équilibre calorifique d'une plaque.

Dans le même ordre d'idées, les difficultés dans la démonstration de l'unité d'une solution peuvent être différentes, suivant qu'il s'agit d'équations dont toutes les intégrales sont ou non analytiques. Même en se bornant au cas général, où les données du problème ne correspondent pas à des caractéristiques, il peut y avoir des contacts d'ordre infini entre des intégrales non analytiques, circonstance qui ne se rencontre pas avec des solutions analytiques; un exemple intéressant en est fourni par le célèbre théorème de Lagrange sur les po-

tentiels de vitesse en Hydrodynamique, qui ne subsiste pas pour les fluides visqueux, quoique à un moment donné les rotations et leurs dérivées de tout ordre par rapport au temps puissent être nulles. Il y a là un ordre de questions qui ne sont résolues que dans des cas particuliers, surtout quand il s'agit d'équations non linéaires.

La question du domaine d'existence et du prolongement des intégrales a pour la Physique mathématique non moins d'intérêt que pour l'Analyse. Aucun problème nouveau ne se pose si toutes les intégrales sont analytiques; il en est tout autrement dans le cas contraire. Le prolongement réside alors dans le fait qu'il y a des contacts jusqu'à un certain ordre; ces notions ont donné les résultats les plus importants dans la mécanique des fluides.

Des points de vue nouveaux sont venus resserrer encore les liens entre la théorie des fonctions de variables complexes et des questions de Physique mathématique. Dans plusieurs de celles-ci s'introduit un paramètre, et il a été très utile de regarder la solution, répondant à certaines conditions, comme fonction de ce paramètre. Or, dans de nombreux cas, la solution ainsi envisagée est une fonction analytique uniforme de ce paramètre. Ainsi, pour la vibration des membranes, les harmoniques successifs correspondent aux pôles d'une fonction méromorphe dans tout le plan. On a montré aussi que, dans la théorie de l'élasticité, les déplacements ou les efforts à la surface étant donnés, les solutions se présentent sous la forme de fonctions uniformes du paramètre d'élasticité, fonctions ayant, outre des pôles, un point singulier essentiel à distance finie. Ces résultats, qui sont d'hier, ont montré la véritable origine des difficultés qui avaient longtemps arrêté les efforts des analystes.

Il arrive aussi que la solution dépende d'un ou plusieurs paramètres géométriques entrant dans la définition de la frontière; certaines valeurs particulières de ce paramètres correspondent à des cas spécialement intéressants, comme cela a lieu pour les corps ayant une dimension évanouissante. Ailleurs encore les singularités seront partout denses sur une ligne, et les dénominations mêmes de la Physique s'introduisent

dans des mémoires d'Analyse, où l'on peut lire que les singularités forment un spectre continu. Quand on entend parler aujourd'hui de spectres de lignes et de spectres de bandes, il ne faut pas croire qu'il s'agisse nécessairement de Physique. Il peut aussi bien être question d'Analyse pure, à moins qu'il ne s'agisse à la fois de l'une et de l'autre, comme il arrive dans les efforts tentés pour expliquer la condensation des raies des spectres par les propriétés de certaines équations fonctionnelles.

Dans tous les exemples auxquels je viens de faire allusion, les équations différentielles ou équations fonctionnelles étaient linéaires; dans quelques cas intéressants se sont rencontrées des équations non linéaires, mais il est alors bien difficile de chercher à caractériser les solutions comme fonctions d'un paramètre figurant dans l'équation, ces fonctions pouvant être multiformes et leurs singularités dépendant des conditions initiales. Il y a là un important et difficile sujet de recherches.

Les questions de connexion jouent un rôle important dans l'Analyse moderne. Sans remonter jusqu'à Alexandre le Grand qui usa d'un moyen un peu brutal, pour tracer des coupures, elles se sont présentées d'abord à propos de l'étude géométrique des nœuds et de l'action des courants sur les courants ou les pôles magnétiques; c'est là aussi qu'apparaissait pour la première fois la notion de périodicité des intégrales. En même temps, la théorie de l'Électricité et du Magnétisme introduisait les potentiels non uniformes; peu après l'étude des fonctions algébriques et des surfaces de Riemann prenait son brillant essor, les deux domaines ayant entre eux les liens les plus étroits au point que de nombreuses questions relatives aux intégrales abéliennes peuvent être transposées dans le langage de l'Électricité.

L'équation de Laplace n'est pas la seule équation différentielle dont les solutions ont été étudiées sur une surface de Riemann ou dans des espaces multiplément connexes. Une étude analogue peut être faite pour l'équation de l'équilibre calorifique avec rayonnement, et les solutions non uniformes de l'équation des membranes se sont présentées à propos des

perturbations produites par un écran sur les ondes optiques ou électro-magnétiques, c'est-à-dire dans les phénomènes de diffraction. J'ai plaisir à rappeler ici que l'étude des équations de l'élasticité a été renouvelée dans ces derniers temps par la considération de l'équilibre des corps multiplement connexes, les déplacements étant alors des fonctions non uniformes, tandis que les éléments caractéristiques de la déformation restent uniformes. On peut dire que les solutions polydromes des équations de la Physique-mathématique nous réservent encore bien des surprises et seront une mine féconde de découvertes.

Il est encore une catégorie de problèmes d'Analyse peu étudiés jusqu'ici, mais auxquels doivent conduire plusieurs questions de Physique mathématique, je veux parler de la recherche de fonctions satisfaisant dans deux régions de l'espace à deux équations de types différents, et devant se raccorder ainsi que certaines de leurs dérivées le long de la surface séparant ces régions; c'est ce qui arrive, par exemple, dans l'étude des courants de convection calorifique se produisant entre deux murs.

Il serait fastidieux de prolonger cette énumération, où nous voyons la Physique poser à l'Analyse de nouveaux problèmes. Comment cependant ne pas rappeler que c'est à la théorie de l'Électricité que nous devons la considération des fonctions de lignes, qui ont donné naissance à de brillants développements analytiques, et étendent largement la notion même de fonction.

V.

Nous venons de voir, en parcourant l'histoire des rapports entre la Physique et la Mathématique, les services que l'une et l'autre se sont rendus. C'est sous l'influence de l'étude des phénomènes physiques que se sont organisées les principales disciplines des sciences mathématiques; bien souvent cette étude a, indirectement au moins, posé les problèmes et même donné des indications pour leurs solutions. En retour, sans parler des faits nouveaux que la puissance de transformation

de l'Analyse a su mettre en évidence avant l'expérience, et sans insister sur les prévisions numériques auxquelles elle est apte, rappelons seulement que la netteté de son langage a donné une forme précise et maniable à des notions condamnées autrement à rester vagues, et aussi quelle force de généralisation possèdent ses symboles. Quoique nous n'ayons plus la foi ardente de Fourier et de l'admirable école des physiciens géomètres de la première moitié du siècle dernier, l'Analyse mathématique reste toujours un instrument indispensable à la Physique et quelquefois un guide précieux.

En parlant des connexions entre la Mathématique et la Physique, nous n'avons fait que constater un fait résultant du développement même de la Science. Si maintenant nous voulons voir les choses de plus haut, il faut nous demander à quoi tient cette alliance qui nous paraît nécessaire; nous devons chercher aussi si elle n'a pas des points faibles et si elle n'est pas susceptible de prendre d'autres formes.

La science physique se présente à nous comme une vue du monde extérieur à travers des concepts tirés par abstraction de l'expérience. Un système de concepts, associé à des faits particuliers et à certaines hypothèses, est susceptible d'être transformé par des déductions convenables. Si ces concepts sont d'ordre mathématique, nous avons une vision mathématique du monde extérieur, sur laquelle peut opérer notre logique. Comme l'a dit Helmholtz, nous exerçons, par la forme logique de la loi, notre domination spirituelle sur la nature qui nous était d'abord étrangère. Mais tout cela ne va pas sans sacrifices et sans dangers. Le réel, qu'envisage le physicien mathématicien, est bien pâle à côté de celui que saisit l'intuition vulgaire. Pour pouvoir faire œuvre scientifique avec cette réalité confuse, on a dû la simplifier, et il a fallu enfermer dans des cadres plus rigides les contours flottants des choses. C'est seulement alors que nous pouvons raisonner sur cette nature réduite. S'il y a là une force, il y a aussi une cause de dangers. Ceux-ci sont toutefois atténués par l'arbitraire que présentent dans une certaine mesure la formation des concepts et le choix des hypothèses intervenant dans les théories. Nous touchons ici à un point qui intéresse extrême-

ment les mathématiciens, car il s'agit des matériaux mêmes sur lesquels nous avons à travailler.

En adoptant, avec la notion du point matériel, les idées qui sont à la base de la Mécanique classique, nous serions conduits tout d'abord à regarder un phénomène comme correspondant à un nombre immense d'équations différentielles, où les accélérations de tous les points sont des fonctions de l'ensemble de leurs coordonnées. Mais une telle représentation n'est féconde que dans des cas très particuliers. On est obligé, dans chaque ordre de questions, de mettre en évidence certaines propriétés moyennes d'un groupe de points, température, pression, etc., qu'on regarde comme fonctions des coordonnées d'un point général et du temps. Admettant que chaque point est surtout influencé par les points voisins, on forme alors des équations aux dérivées partielles, où, conformément à l'hypothèse fondamentale de la Mécanique classique, certaines dérivées partielles par rapport au temps s'expriment à l'aide de ces fonctions et de leurs dérivées par rapport aux coordonnées.

C'est là le moule ordinaire des équations de la Physique mathématique, élargi parfois par l'introduction de termes de même nature relatifs aux résistances passives. Il représente la forme analytique sous laquelle se condense notre vision mathématique des choses. Ces représentations se sont montrées extrêmement fécondes, et de nombreux exemples en ont été rappelés tout le long de cette conférence. Mais bien des hypothèses simplificatrices ont été faites, et il est permis de prévoir que l'on ne pourra pas toujours s'y tenir. Les conséquences en seront très importantes pour nous, et de nouveaux sujets d'étude en résulteront sans doute pour l'analyste.

Il arrivera peut-être un jour où, si j'ose le dire, la dilution de la matière nécessaire à son traitement mathématique, au lieu de se faire dans un ensemble continu, se fera dans quelque autre ensemble partout dense, mais cette perspective est sans doute assez lointaine, et ne satisferait probablement guère le savant mécanicien dont je parlais en commençant. D'autres possibilités sont plus prochaines. Parfois, dans certaines questions, l'influence sur une partie du système des

parties éloignées de ce système ne peut être négligée, et le problème pris dans sa généralité ne se présente plus sous forme d'équations différentielles, mais sous forme d'équations fonctionnelles où entrent d'ailleurs des dérivées des fonctions inconnues, les intégrales qui figurent dans ces équations étant étendues au volume occupé par le système considéré. On sait avec quel succès un type particulier d'équations fonctionnelles a été étudié dans ces derniers temps, et comment un ensemble de questions, qui avaient fait l'objet des recherches les plus délicates, s'est trouvé ramené à des principes extrêmement simples; mémorable exemple, après tant d'autres, de la facilité que peut apporter à la solution d'un problème particulier un point de vue plus général. Pour certaines conditions aux limites, il y a même grand intérêt à substituer des équations fonctionnelles à des équations différentielles, et l'on remplirait des volumes avec les travaux publiés dans cet ordre d'idées depuis sept ou huit ans.

Une étude systématique d'équations fonctionnelles de plus en plus compliquées devra donc dans un prochain avenir solliciter l'effort des chercheurs. Un domaine plus vaste que celui des équations différentielles, et les comprenant comme cas particuliers, s'ouvre devant nous. Nous n'y marcherons pas au hasard, guidés dans le choix des formes à traiter par la Mécanique ou la Physique.

Pour un avenir plus lointain, on peut prévoir des problèmes plus complexes encore. La Mécanique, nous l'avons rappelé, a longtemps postulé plus ou moins explicitement un principe de non-hérédité. Nous nous accommodons encore de ce principe, au moins en première approximation, dans les sciences de la nature inanimée, quoique de nombreux phénomènes indiquent que l'état actuel garde la trace des états antérieurs; tels ces corps, comme le soufre, qui ont une vitesse de transformation d'une forme en une autre, différente suivant leur histoire antérieure. Mais l'hérédité joue surtout un rôle capital dans les sciences de la vie, et nous ne savons pas si nous pourrions utiliser jamais l'instrument mathématique pour l'étude du mécanisme intime des phénomènes biologiques, et si nous ne devons pas toujours nous contenter de moyennes

grossières et de courbes de fréquences. Il ne faut pas cependant réduire à l'avance notre conception mathématique du monde, et nous pouvons rêver d'équations fonctionnelles plus compliquées que les précédentes parce qu'elles renfermeront en outre des intégrales prises entre un temps passé très éloigné et le temps actuel, intégrales qui apporteront la part de l'hérédité. Ces équations fonctionnelles réuniront, dans des conditions infiniment complexes, les caractères des deux types simples étudiés avec tant de succès dans ces dernières années, pour lesquels les limites des intégrales sont constantes pour l'un et variables pour l'autre.

Ces espérances sont peut-être chimériques. Sur le terrain mouvant de la vie où figurent un nombre énorme de variables, il se peut qu'il soit impossible de former des équations fonctionnelles, relatives à certains états moyens, devant jouer le même rôle que les équations différentielles de la Physique mathématique actuelle. Mais, si le philosophe peut faire des réserves, il n'y a pour le mathématicien aucun danger à s'abandonner à ces vues audacieuses, qui le poussent à travailler dans une direction certainement féconde.

Et, encore une fois, le monde extérieur nous aura guidés dans nos recherches analytiques, nous orientant vers les voies utiles à parcourir. Nous avons vu qu'il en a toujours été ainsi, et nous ne craignons pas d'affirmer qu'il en sera de même dans l'avenir. Pour en revenir au commencement de ce discours, notre vraie place est à côté de ceux qui s'occupent des sciences de la nature. Qu'elle soit justifiée ou non, nous avons la prétention de leur offrir des moules simples sous lesquels ils puissent contempler logiquement le monde extérieur. En échange, ils nous rendent un service d'un haut prix, en nous guidant dans l'infinie variété des formes que conçoit notre esprit. Sous ce point de vue, la Mathématique n'est pas la science étrange et mystérieuse que se représentent tant de gens; elle est une pièce essentielle dans l'édification de la Philosophie naturelle.

A PROPOSITO DI ALCUNE ESPERIENZE SULLA DISPERSIONE DELL'ELETTRICITÀ**di A. CAMPETTI.**

In una nota pubblicata nel fascicolo di marzo 1907 del Nuovo Cimento il dott. Pacini esamina alcuni fenomeni di polarità di scarica che si manifestano allorquando funzioni da superficie disperdente una striscia di carta (avvolta sopra un cilindro) sulla quale erano stati prima depositi strati di diverse sostanze non radioattive. Le sostanze esaminate erano il solfato sodico, il bisolfato di chinina, il solfato di magnesio, il solfato ammonico, il solfato di nichel, il bicromato potassico e l'allume potassico.

Il fenomeno di polarità di scarica si manifesta per tutte queste sostanze, ora in un senso, ora nell'altro e in generale in modo più appariscente per potenziali di carica abbastanza elevati (ad es. verso i 1000 volt). vale a dire aumentando l'intensità del campo tra il cilindro di dispersione e il cilindro posto in comunicazione col suolo.

Le esperienze riferite presentano un certo interesse in generale e per me in particolare, essendo in stretta relazione con altre ricerche relative alla dispersione dell'elettricità; ma le condizioni in cui sono state eseguite non permettono per lo più di trarre conclusioni sicure riguardo ad un fenomeno che è probabilmente di natura assai complessa, come del resto osserva il dott. Pacini stesso in fine della sua nota.

Prendiamo infatti a considerare, ad esempio, le esperienze relative al solfato di magnesio: il dott. Pacini osserva: Fu sciolto in acqua e dette sulla carta un deposito di cristalli a forma di prismetti allungati. *Non erano ancora perfettamente asciutti* quando vennero avvolti sulla griglia e introdotti nell'apparecchio; ebbene, per una differenza di potenziale di 500 volt tra i cristallini e il cilindro interno, apparve

molto accentuato il fenomeno di polarità negativa col valore $\epsilon_n = 0,9$.

Dall'esperienza qui riferita per disteso e meglio dalle altre analoghe si capisce come lo stato di umidità della sostanza abbia notevole influenza nel fenomeno studiato; ma le condizioni di esperienza sono in generale poco ben determinate, poichè ad esempio per il caso del solfato di magnesio non ha alcun significato preciso il dire che i *cristalli non erano ancora perfettamente asciutti*, quando vennero introdotti nell'apparecchio di dispersione; così, quando si parla di sostanza secca, non è detto in qual modo sia stata essicata, e in ogni caso non è fissato lo stato igrometrico dell'ambiente in cui si trova la sostanza durante l'esperienza etc.

Mi è sembrato quindi opportuno di eseguire alcune ricerche in proposito per stabilire in modo preciso almeno alcuno dei fattori del fenomeno in questione: e propriamente come dipenda il fenomeno stesso dalle condizioni di umidità dell'ambiente o anche della sostanza esaminata. Per le ragioni che dirò in appresso non considero le presenti esperienze come definitive; pur tuttavia alcune condizioni da cui dipende la polarità di scarica osservata restano, almeno qualitativamente, fissate.

Si adoperò un elettroscopio di Exner munito (per ridurre al possibile la capacità) di una sola fogliolina di alluminio non troppo sottile, in guisa da fornire indicazioni sino a circa 1200 volt: l'immagine di una delle punte inferiori della fogliolina si osservava con cannocchiale munito di scala micrometrica: apprezzando ad occhio il decimo di divisione si valutavano differenze di potenziale di circa 2,5 volt. L'elettroscopio era chiuso entro a un cilindro di vetro rivestito di stagnola e attraverso un foro centrale praticato nel disco di vetro che serviva da coperchio al cilindro passava (circondata da un cilindretto di zolfo) l'asticella metallica dell'elettroscopio, terminante in un disco metallico con piccolo orlo per deporvi le sostanze da esaminare; un altro disco metallico in comunicazione col suolo e parallelo al primo era sostenuto da una campana di vetro (pure rivestita internamente di stagnola) poggiante sul disco sopra nominato; in tal modo, ingrassando un

po' la base della campana, il fenomeno di dispersione avveniva in ambiente perfettamente chiuso e non in comunicazione col l'esterno: mediante appositi tubi poteva essere condotta sotto la campana aria secca oppur satura di vapor acqueo.

Esperienze preliminari mostrarono che senza il cilindretto di zolfo per separare completamente l'ambiente con aria secca occupato dall'elettroscopio dalla regione superiore contenente il disco di dispersione, si avevano, per una differenza di stato igrometrico tra i due ambienti, perturbazioni tali nelle esperienze da impedire ogni sicura conclusione.

Disposto l'apparecchio come descritto e senza collocare alcuna sostanza sul disco di dispersione si esamina ripetutamente la rapidità di scarica sia per la elettricità positiva come per la negativa, prima in aria secca (introdotta nell'apparecchio dopo avere attraversato due bottiglie con acido solforico), poi in aria satura di vapor d'acqua alla temperatura dell'ambiente (proveniente quest'aria da una specie di gazometro, nel quale era rimasta in presenza di acqua per circa un'ora prima dell'esperienza).

Con esperienze preliminari si verificò anzitutto che l'introduzione dell'aria umida al posto dell'aria secca non produsse una variazione apprezzabile nella rapidità di dispersione.

Sopra il disco di dispersione vennero poi disposte le varie sostanze, sempre in polvere molto fine; e le esperienze si eseguirono con solfato di rame, cloruro di calcio, bicromato potassico e bisolfato di chinino (le ultime due sostanze già esaminate dal dott. Pacini).

Il solfato di rame completamente anidro dette questi risultati: in ambiente secco non si nota variazione di dispersione rispetto al caso in cui il disco è vuoto, nè polarità di scarica; introducendo aria umida si ebbe da principio un aumento nella rapidità di dispersione con ambedue le specie di elettricità; dopo qualche tempo la dispersione tornò a diminuire: la polarità di scarica, se pure esiste, è in ogni modo così piccola da non poter essere accertata in queste condizioni d'esperienza.

Indicando con K il rapporto dei tempi necessari per una stessa caduta di potenziale nell'aria umida e nell'aria secca si aveva nel caso del solfato di rame anidro $K = 1,6$ circa. Il

fatto che dopo qualche tempo la rapidità di dispersione nuovamente si abbassi può dipendere sia dall'essersi ormai inumidita la superficie del solfato di rame, sia dal progressivo essicarsi dell'aria a contatto del solfato di rame anidro, giacchè date le piccole dimensioni del gasometro adoperato, non era possibile, come sarebbe opportuno, mantenere una corrente di aria umida attorno al disco di dispersione per tutta la durata dell'esperienza.

Il cloruro di calcio perfettamente anidro in aria secca non dette indizio di polarità di scarica; in aria umida la dispersione non subisce alcuna variazione per l'elettricità negativa; appare un accenno alla diminuzione per l'elettricità positiva (con $K = 0,9$ circa).

Il bicromato potassico perfettamente secco in aria secca non presenta polarità di scarica; l'introduzione dell'aria umida non ha alcuna influenza sulla dispersione dell'elettricità positiva, accelera invece la dispersione della negativa con un valore di $K = 1.5$ circa: questi ultimi risultati sono dunque, almeno in parte, in accordo con quelli del dott. Pacini.

Col bisolfato di chinina finamente polverizzato e perfettamente secco in aria secca non si ha sensibile polarità di scarica: introducendo aria umida la rapidità di dispersione rimane presso a poco invariata per la elettricità negativa, aumenta invece notevolmente per la positiva con un valore di K che è da principio 1,8 circa: tuttavia le esperienze in aria secca richiedono di essere ripetute con apparecchio di forma diversa da quello qui adoperato, poichè, dato il modo col quale la sostanza viene introdotta sotto la campana, data la chiusura alla superficie di contatto della campana col disco su cui poggia mediante il solito grasso da macchina pneumatica, non si può essere sicuri della perfetta secchezza dell'aria. Quando invece il bisolfato di chinina è stato tenuto prima dell'esperienza in ambiente umido (nel qual caso assorbe una grande quantità di vapore acqueo) il fenomeno di polarità di scarica, se pure esiste, è troppo piccolo per potere essere, nelle condizioni di queste esperienze, stabilito in modo sicuro.

Il fatto che l'introduzione di aria umida al posto dell'aria secca (e le esperienze furono sempre concordanti) agisce sulla

rapidità di scarica delle due specie di elettricità in modo diverso a seconda della sostanza posta sul disco di dispersione (e ciò per quanto tutte le sostanze stesse abbiano, sia pure in grado diverso, la proprietà di assorbire vapore acqueo dall'ambiente) dimostra che il fenomeno di polarità di scarica dipende dalla natura della sostanza stessa o almeno dalle condizioni della sua superficie, non potendo i fenomeni osservati spiegarsi tenendo conto della variazione di mobilità degli ioni per la presenza del vapore acqueo o di una diversa distribuzione degli ioni gassosi per effetto dell'assorbimento del vapore per parte della superficie disperdente.

Per quanto dunque, per avere risultati più precisi, creda conveniente di ritornare in queste esperienze e di ampliarle, allorché avrò completato un apparecchio che mi permetta di ottenere misure più esatte, mi sembra a ogni modo si possa concludere che, *almeno per campi sufficientemente intensi, la rapidità di dispersione dell'elettricità come pure il fenomeno di polarità di scarica dipendono dallo stato igrometrico dell'aria stessa.* Nei casi qui esaminati la superficie disperdente era in condizioni tali da assorbire il vapore d'acqua e il fenomeno di polarità di scarica si manifestava in aria umida: naturalmente non si può da questo concludere che il fenomeno stesso non possa presentarsi anche in altre condizioni.

Si deve pure osservare che la considerazione di polarità di scarica da certa superficie in presenza di aria umida può non essere del tutto trascurabile nello studio di alcuni fenomeni relativi all'elettricità atmosferica, ad esempio nelle ricerche intorno alla caduta di potenziale atmosferico.

Torino, Istituto di Fisica della R. Università, luglio 1908.

**SULLE VIBRAZIONI FORZATE DI UNA SFERA ISOTROPA,
RUOTANTE INTORNO AL SUO CENTRO.**

Memoria di ADOLFO VITERBI.

§ 1. — *Enunciato del problema. — Equazioni indefinite del moto elastico considerato.*

Prendiamo in esame una massa M elastica, omogenea, isotropa, della quale diremo d la densità, animata di un moto rotatorio, rigido, intorno ad un punto O , moto che differisca di poco da una rotazione uniforme intorno ad un asse passante per O . Tale premessa andrà intesa nel senso che, dette P , Q , R le componenti della velocità angolare della massa rispetto ad una terna di assi cartesiani, ortogonali X , Y , Z avente l'origine in O e rigidamente collegata alla massa in una sua configurazione iniziale, e detta ω una costante caratteristica della velocità nella suaccennata rotazione uniforme, siano, con una scelta conveniente degli assi X , Y , Z :

$$P, \quad Q, \quad \varepsilon = R - \omega$$

quantità (funzioni del tempo t) che si mantengano sempre piccole del 1° ordine. Dette quantità, in altri termini, si supporrano sufficientemente piccole a che si possano, senza errore apprezzabile, trascurare tutte le quantità di ordine non inferiore al II rispetto ad esse.

Supporremo di più che la superficie S , limitante la massa M , sia una superficie libera (nel senso che ha tale attributo nella teoria della elasticità) e sia una sfera di centro O .

Queste premesse vengono così a rispecchiare genericamente le leggi, secondo le quali si può ammettere che si compia il moto della terra intorno al suo baricentro, qualora si

prendano a considerare gli spostamenti del suo asse di rotazione nello spazio, quali furono sino ad ora segnalati, salvo alcune considerazioni che è mestieri fare intorno alla costituzione della massa terrestre e sulle quali ci soffermeremo a suo tempo, per mostrare come vada applicato alla Terra quanto si esporrà qui.

Ci proponiamo ora di studiare, nelle ipotesi sopra enunciate circa la costituzione della massa M e la natura della superficie che la limita all'esterno, le vibrazioni elastiche che, in detta massa, sono determinate dal moto rotatorio accennato, e più precisamente da quello al quale compete una velocità angolare le cui componenti nell'assunto sistema di assi siano P, Q, ϵ , quando inoltre si ammetta che il corrispondente asse istantaneo di rotazione riprenda periodicamente la medesima direzione nello spazio. Detto studio sarà così fatto prima nell'ipotesi che la massa M sia omogenea.

Le formule però che servono ad esaurire la questione in questo caso si estendono facilissimamente, con ovvie modificazioni, al caso di uno strato (omogeneo, isotropo) racchiuso fra due superfici sferiche, concentriche, e poscia a quello che giusta l'ipotesi di Wiechert, si può ritenere meglio rispondente al caso della Terra, di quello della sfera massiccia, omogenea¹⁾. Il caso in discorso si riferirebbe cioè ad una massa costituita di un nucleo (omogeneo) di data densità e di un involucro esterno (pure omogeneo) di densità diversa da quella del precedente e tali che sì la superficie limitante il nucleo, come quelle limitanti l'involucro siano sfere concentriche libere, mentre nucleo ed involucro non siano ad immediato contatto, ma siano separati da un sottile strato di magma fluido. Dalla presenza di questo si prescinde nello studio delle vibrazioni elastiche della massa: e d'altro lato la circostanza che nucleo ed involucro non siano ad immediato contatto rende possibile che le deformazioni elastiche dell'uno e dell'altro si compiano in modo libero ed indipendente. Si noti che eziandio le co-

1) V. ad es. Klein-Sommerfeld; "Ueber die Theorie des Kreisels", pag. 702-703. Leipzig, 1903. È poi opportuno premettere che, nella considerazione delle vibrazioni elastiche della Terra, si introducono qui, nella teoria di Wiechert, alcune ipotesi semplificative.

stanti di isotropia di nucleo ed involucro si ammetteranno in generale diverse. L'estensione in parola sarà studiata alla fine di questa nota.

Per conseguenza, tornando al primitivo argomento, il moto vibratorio elastico della massa sarebbe da considerarsi come un moto *interno* e lo spostamento complessivo di ciascuna particella o, meglio, di ciascun suo punto materiale, dovrà riguardarsi come composto dello *spostamento* che gli compete nel moto rotatorio rigido inizialmente preso in esame e del suo *spostamento relativo* rispetto agli assi mobili X, Y, Z considerati, che è appunto dovuto alla elasticità della massa. Così, dette U, V, W le rispettive componenti corrispondenti agli assi cartesiani in discorso di tale spostamento elastico di un generico punto Π di M , le cui coordinate iniziali, (cioè, quando si prescinda dal moto elastico) nel sistema considerato siano X, Y, Z , e dette X', Y', Z' le componenti della velocità complessiva di Π allo stato di deformazione della massa, avremo evidentemente:

$$(1) \quad \begin{cases} X' = U' + Q(Z + W) - R(Y + V), \\ Y' = V' + R(X + U) - P(Z + W), \\ Z' = W' + P(Y + V) - Q(X + U), \end{cases}$$

ove al solito si siano designate con U', V', W' le derivate di U, V, W , rispetto al tempo t .

La forza viva della massa M , ricordando che supponiamo uniforme la sua densità d , sarà dunque, nel moto in esame, data da:

$$T = \frac{d}{2} \Sigma (X'^2 + Y'^2 + Z'^2),$$

intendendosi naturalmente il sommatorio esteso a tutti i punti della massa.

Nello studio del moto (interno) elastico di M andranno evidentemente applicate le considerazioni relative ad un sistema dinamico ad infiniti gradi di libertà, che in questo caso sarebbero gli spostamenti U, V, W di ciascun punto di M , spostamenti che saranno funzioni, oltre che del tempo t , delle coordinate iniziali X, Y, Z . Nello stesso moto interno $U, V,$

W sarebbero, secondo la terminologia di Hertz e di Helmholtz, *parametri* ossia *coordinate non cicliche*¹⁾.

Potremo pertanto dedurre le equazioni del moto interno, nella seconda forma di Lagrange, assumendo come coordinate generali le U, V, W relative ai singoli punti (materiali) di M . Presupporremo poi non esistano altre forze di massa all'infuori delle forze provenienti dalla elasticità della materia che costituisce M . Diremo F_x, F_y, F_z le componenti della risultante di tali forze, secondo le tre direzioni X, Y, Z nel generico punto Π .

Così la forma generale delle accennate equazioni del moto sarà per ciascun punto Π :

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{U}} - \frac{\partial T}{\partial U} = F_x$$

con le due analoghe per Y, Z .

Conformemente poi a quanto fu presupposto per P, Q, ϵ si presupporranno, come è ovvio, piccole del I° ordine anche le U, V, W .

Tenendo dunque conto della premessa piccolezza si delle P, Q, ϵ come delle U, V, W e, quando inoltre si sostituiscano alle F_x, F_y, F_z le ben note espressioni che a queste competono per un corpo isotropo, si vede subito come le (2) scritte per disteso divengano:

1) V. Hertz. "Die principian der Mechanik. Zw. 6s Buch. Abschnitt 5. Uno studio completo dei moti interni, soltanto però di natura *ciclica*, in un corpo che si muova intorno ad un punto fisso, fu poi fatto dal prof. Volterra nel capo IV della sua classica memoria: " Sur la theorie des variations des latitudes ", (Acta Mathematica, tomo XXII), nella quale memoria l'autore stesso raccoglie quanto egli aveva pubblicato sull'argomento in altri precedenti lavori ivi citati.

$$\begin{aligned}
 (A) \left\{ \begin{aligned}
 \frac{d^2 U}{dt^2} - 2 \frac{dV}{dt} \omega - U \omega^2 &= Y \frac{d\epsilon}{dt} - Z \frac{dQ}{dt} + X \omega (\omega + 2\epsilon) - ZP\omega + \\
 &+ \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial X} + \mu \Delta^2 U \right\}, \\
 \frac{d^2 V}{dt^2} + 2 \frac{dU}{dt} \omega - V \omega^2 &= Z \frac{dP}{dt} - X \frac{d\epsilon}{dt} + Y \omega (\omega + 2\epsilon) - ZQ\omega + \\
 &+ \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial Y} + \mu \Delta^2 V \right\}, \\
 \frac{d^2 W}{dt^2} &= X \frac{dQ}{dt} - Y \frac{dP}{dt} - \omega (PX + QY) + \\
 &+ \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial Z} + \mu \Delta^2 W \right\}.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

In queste relazioni \mathfrak{S} designi il coefficiente di dilatazione cubica, Δ^2 significhi al solito l'operazione rappresentata simbolicamente da :

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$$

e designino finalmente λ, μ le due *costanti di isotropia* del corpo in parola. Precisamente rappresenti μ il *modulo di rigidità* e λ l'altra costante: $\chi = \frac{2}{3} \mu$ dove designi χ il *modulo di compressione*.

Le (A) sarebbero poi equazioni *indefinite* che vanno associate naturalmente alle *condizioni ai limiti* relative alla superficie S , delle quali ci occuperemo fra breve.

Allo scopo di ridurre le (A) ad una forma più facilmente integrabile introdurremo, in luogo degli assi X, Y, Z , un nuovo sistema di assi (cartesiani, ortogonali) x, y, z che abbia ancora l'origine in O e che, in ogni istante t , si ottenga dal precedente, facendo solo ruotare gli assi X, Y nel loro piano di un angolo ωt ¹⁾ in senso opposto a quello nel quale si compie il moto rotatorio uniforme (intorno all'asse Z) di velocità angolare ω . Le nuove direzioni assunte così dagli assi X, Y sa-

1) Naturalmente il tempo si conterà a partire da un certo istante, assunto come iniziale sia per il moto rotatorio rigido che per quello elastico: ed è evidente come la scelta di questa *origine del tempo* non sia soggetta ad alcuna limitazione.

ranno quelle degli assi x, y . L'asse z coinciderà evidentemente con l'asse Z .

Il sistema x, y, z si può dunque riguardare come un sistema di assi collegato rigidamente alla massa M , supposta anelastica, qualora, mancando la rotazione uniforme considerata di velocità ω , essa fosse animata dal solo moto rotatorio caratterizzato dalle componenti P, Q, ϵ della velocità angolare.

Così fra le coordinate X, Y e x, y di un medesimo punto Π di M , riferito rispettivamente al primo ed al secondo dei considerati sistemi di assi, vi saranno le evidenti relazioni:

$$(3) \quad \begin{cases} X = x \cos \omega t + y \sin \omega t, \\ Y = -x \sin \omega t + y \cos \omega t, \end{cases}$$

(mentre coincideranno le due coordinate: Z, z del punto in parola nei due sistemi di assi).

Così, dette p, q le componenti della velocità angolare nel moto rotatorio considerato, relative agli assi x, y e dette u, v le componenti dello spostamento elastico del generico punto P relative agli assi medesimi, avremo evidentemente questi due sistemi di relazioni:

$$(3') \quad \begin{cases} P = p \cos \omega t + q \sin \omega t, \\ Q = -p \sin \omega t + q \cos \omega t. \end{cases}$$

$$(3'') \quad \begin{cases} U = u \cos \omega t + v \sin \omega t, \\ V = -u \sin \omega t + v \cos \omega t. \end{cases}$$

È chiaro come la componente della velocità angolare relativa all'asse z sia ancora la: $R = \omega + \epsilon$. Per simmetria nelle notazioni diremo w la componente, rispetto allo stesso asse z , dello spostamento elastico di Π , mentre evidentemente: $w = W$.

Se ora sommiamo membro a membro la prima delle (A) con la seconda dello stesso sistema, moltiplicata per l'unità imaginaria i , otteniamo evidentemente, in virtù delle (3), (3'), (3'') la nuova relazione:

$$\frac{d^2(u + iv)}{dt^2} = -i(x + iy) \frac{d\epsilon}{dt} + iz \frac{d(p + iq)}{dt} + \omega(\omega + 2\epsilon)(x + iy) + \\ + \frac{1}{d} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + i \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \mu \Delta^2(u + iv) \right\}.$$

(Si ponga mente come, in virtù delle (3), detta al solito e la base dei logaritmi neperiani, sia :

$$\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial X} + i \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial Y} = \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} + i \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial y} \right) e^{-i\omega t}.$$

Basta uguagliare, nell'equazione testè ottenuta relativa a $u + i v$, la parte reale di ciascun membro e i coefficienti rispettivi di i , per ottenere le due equazioni seguenti che tengono luogo delle prime due delle (A) :

$$(4) \begin{cases} \frac{d^2 u}{dt^2} = y \frac{d\epsilon}{dt} - z \frac{dq}{dt} + \omega^2 x + 2\omega \epsilon x + \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} + \mu \Delta^2 u \right\}, \\ \frac{d^2 v}{dt^2} = z \frac{dp}{dt} - x \frac{d\epsilon}{dt} + \omega^2 y + 2\omega \epsilon y + \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial y} + \mu \Delta^2 v \right\}. \end{cases}$$

Queste due equazioni, associate alla terza delle (A), sarebbero evidentemente le equazioni indefinite del moto elastico considerato nel nuovo sistema di assi.

In base alla decomposizione che ordinariamente si applica ai problemi di moto elastico, è evidente come possano le soluzioni delle tre equazioni testè considerate, esser concepite rispettivamente come somme della forma:

$$\bar{u} + u, \quad \bar{v} + v, \quad \bar{w} + w$$

dove designino $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ le soluzioni del problema di equilibrio elastico a cui competono le equazioni indefinite:

$$(5) \begin{cases} \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \bar{\mathfrak{S}}}{\partial x} + \mu \Delta^2 \bar{u} \right\} + \omega^2 \bar{x} = 0 \\ \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \bar{\mathfrak{S}}}{\partial y} + \mu \Delta^2 \bar{v} \right\} + \omega^2 \bar{y} = 0 \\ \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \bar{\mathfrak{S}}}{\partial z} + \mu \Delta^2 \bar{w} \right\} = 0, \end{cases}$$

($\bar{\mathfrak{S}}$ designi il coefficiente di dilatazione cubica relativo alle $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$, mentre alla terza delle (A) si sia applicata la trasformazione formale di cui sopra), e si siano riservati i simboli u, v, w a rappresentare le soluzioni del vero e proprio problema dinamico, relativo alle stesse (4), quando nei loro se-

condi membri si siano soppressi i termini indipendenti dal tempo: $\omega^2 x$, $\omega^2 y$, associate alla terza delle (A). Naturalmente si l'una che l'altra terna di equazioni va completata con le equazioni ai limiti. È poi superfluo accennare come le: \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} siano (esplicitamente) indipendenti dal tempo.

Ora il problema di equilibrio, al quale competono le (5) associate alle condizioni al limite, che cioè la S sia una superficie libera, fu già ampiamente e ripetutamente studiato¹⁾, oltre di che è ovvio come tutto ciò che ad esso si riferisce sia affatto indipendente da quegli elementi che, come p , q , ε , differenziano il moto rotatorio considerato, intorno ad O, da una rotazione uniforme con velocità angolare ω (intorno all'asse z).

Pertanto, specialmente per la prima delle accennate circostanze, noi ci limiteremo a studiare la determinazione delle sole soluzioni u , v , w di quello che si disse testè vero e proprio problema dinamico e che è il solo in cui figurino le: p , q , ε .

Le equazioni indefinite, relative a questo problema, saranno dunque in base a quanto precede, e, ove nella terza delle (A) si sostituiscano (oltre che z , w a Z , W), a P , Q , X , Y le loro espressioni in funzione di p , q , x , y le seguenti:

$$(A') \begin{cases} \frac{d^2 u}{dt^2} = y \frac{d\varepsilon}{dt} - z \frac{dq}{dt} + 2x\omega\varepsilon + \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \mu \Delta^2 u \right\}, \\ \frac{d^2 v}{dt^2} = z \frac{dp}{dt} - x \frac{d\varepsilon}{dt} + 2y\omega\varepsilon + \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \mu \Delta^2 v \right\}, \\ \frac{d^2 w}{dt^2} = x \frac{dq}{dt} - y \frac{dp}{dt} - 2\omega(px + qy) + \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \mu \Delta^2 w \right\}. \end{cases}$$

1) In particolare detto problema fu studiato nell'ipotesi in cui il corpo considerato sia costituito di materiale incompressibile. Del resto, sia per le formule generali che servono ad esaurire la questione, come per citazioni relative agli autori che se ne occupano vedasi: "Love": A Treatise on the mathematical theory of Elasticity. (Cambridge, II ed., 1906), cap. XI. Non è poi il caso di occuparsi della particolare scelta degli assi x , y nel piano: $z=0$, non avendo ciò alcuna influenza rispetto all'essenza del problema. In qualche punto speciale dovremo fare citazioni (del I vol.) della prima edizione del Love (Cambridge, 1892-93), la quale a differenza della seconda, è divisa in due volumi. Ciò perchè dovremo prendere spesso a base considerazioni che in detta prima edizione furono svolte più ampiamente che non nella seconda. Allora però faremo ogni volta speciale menzione di questo, sottintendendo senz'altro che le citazioni della prima edizione si riferiscano esclusivamente al primo volume di questa: riterremo del pari sottinteso che le citazioni del Love, senza altra speciale indicazione, si riferiscano alla seconda edizione dell'opera.

Così dunque la questione propostaci è ricondotta alla determinazione delle soluzioni u, v, w delle (A') che rendono in pari tempo soddisfatta la condizione ai limiti che sia la S una superficie libera.

§ 2. — *Integrazione delle equazioni indefinite del moto elastico considerato, associate alle equazioni ai limiti.*

In armonia alla premessa fatta che il moto dell'asse istantaneo di rotazione della massa M , nello spazio, sia periodico, riterremo conseguentemente le p, q, ε come risultanti rispettivamente da somme di termini della forma :

$$\begin{aligned} p_v &= p' \cos v t + p'' \sin v t, \\ q_v &= q' \cos v t + q'' \sin v t, \\ \varepsilon_v &= \varepsilon' \cos v t + \varepsilon'' \sin v t, \end{aligned} \quad (6)$$

ove designino: $\frac{2\pi}{v}$ un generico periodo delle funzioni in esame p', p'', q', \dots altrettante costanti che varieranno, ben si intende, in relazione ai diversi periodi: $\frac{2\pi}{v}$.

Al gruppo di termini: p_v, q_v, ε_v relativo a ciascuno dei detti periodi corrisponderanno, come è ben noto, *soluzioni semplici* delle (A') di analogo periodo¹⁾. Ora noi ci proponiamo di integrare le (A'), partendo dalla considerazione di quelle sue soluzioni particolari le quali abbiano *comportamento sinusoidale* rispetto ad un osservatore rigidamente collegato alla terna di assi x, y, z il quale dunque non partecipi alla rotazione uniforme (intorno a z) di periodo: $\frac{2\pi}{\omega}$. Con ciò del resto non facciamo che adattare al caso nostro un procedimento classico, abituale nello studio di problemi di moto elastico.

Pertanto le dette soluzioni semplici delle (A') di periodo: $\frac{2\pi}{v}$ avranno la forma :

1) V. ad es. Love. § 201 della prima edizione.

$$(7) \quad u_v = u' \cos v t + u'' \sin v t, \quad v_v = v' \cos v t + v'' \sin v t, \\ w_v = w' \cos v t + w'' \sin v t,$$

dove le u', v', w' siano altrettante funzioni di x, y, z varianti dall'uno all'altro periodo: $\frac{2\pi}{v}$, le quali (insieme con le condizioni ai limiti) devono rendere soddisfatto il sistema di relazioni:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} -v^2 u' = v(y\varepsilon'' - zq'') + 2x\omega\varepsilon' + \\ \quad + \frac{1}{d} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)' + \mu \Delta^2 u' \right\}, \\ -v^2 v' = v(zp'' - x\varepsilon'') + 2y\omega\varepsilon' + \\ \quad + \frac{1}{d} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)' + \mu \Delta^2 v' \right\}, \\ -v^2 w' = v(xq'' - yp'') - 2\omega(p'x + q'y) + \\ \quad + \frac{1}{d} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right)' + \mu \Delta^2 w' \right\}, \end{array} \right.$$

in cui si pose, in generale:

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)' = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right)^1.$$

A loro volta le u'', v'', w'' designano altre funzioni delle coordinate x, y, z le quali (in un con le condizioni ai limiti) rendano soddisfatto un sistema di relazioni che differisca da quello delle (8) solo in quanto nei secondi membri vanno evidentemente sostituiti: $-p', -q', -\varepsilon'$ a: p'', q'', ε'' e: p'', q'', ε'' a: p', q', ε' .

Per conseguenza basta ci restringiamo a determinare: u'_v, v'_v, w'_v , essendo con ciò compiuta implicitamente la determinazione delle: u''_v, v''_v, w''_v .

Nelle (8), ricorrendo ad un procedimento frequentemente usato allo scopo di facilitare la trattazione analitica del pro-

1) Le (8) infatti altro non sono se non le equazioni rappresentanti la condizione a che le espressioni, che per le u_v, v_v, w_v ci sono offerte dalle (7), rendano, come funzioni esplicite della t , identicamente soddisfatte le (A').

blema, sostituiamo in primo luogo a : $2\omega x, 2\omega y$ le loro rispettive espressioni :

$$\frac{\partial(\Omega_1 + \Omega_2)}{\partial x}, \quad \frac{\partial(\Omega_1 + \Omega_2)}{\partial y},$$

ove si sia posto :

$$\Omega_1 = \frac{2}{3}\omega r^2, \quad \Omega_2 = \frac{1}{3}\omega(x^2 + y^2 - 2z^2),$$

detto r il raggio vettore (a partire da O) del generico punto di coordinate x, y, z .

Ciò equivale evidentemente a scomporre la forza il cui potenziale è :

$$\omega \varepsilon (x^2 + y^2)$$

nelle due componenti, delle quali la prima derivi dal potenziale $\varepsilon \Omega_1$, funzione della sola r , ed abbia perciò per linea di azione sempre il predetto raggio vettore, la seconda derivi dal potenziale $\varepsilon \Omega_2$, che è una funzione *armonica sferica* del II ordine. La analoga decomposizione che allora si ha nelle vibrazioni forzate corrispondenti è appunto quella che rende più semplici ed eleganti le formule da usarsi.

Ciò premesso, le soluzioni delle (8) potranno essere poste sotto la forma :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} u' = u'_1 + u'_2 + u'_3 \\ v' = v'_1 + v'_2 + v'_3 \\ w' = w'_1 + w'_2 + w'_3 \end{array} \right.$$

dove designino :

I. u'_1, v'_1, w'_1 , le seguenti soluzioni particolari delle (8) :

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} u'_1 = -\frac{\varepsilon'}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial x} - \frac{1}{r} \left\{ y \varepsilon' - z q' + \frac{\varepsilon'}{r} \frac{\partial \Omega_2}{\partial x} \right\}, \\ v'_1 = -\frac{\varepsilon'}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial y} - \frac{1}{r} \left\{ z p' - x \varepsilon' + \frac{\varepsilon'}{r} \frac{\partial \Omega_2}{\partial y} \right\}, \\ w'_1 = -\frac{\varepsilon'}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial z} - \frac{1}{r} \left\{ x q' - y p' - \right. \\ \left. - \frac{2\omega}{r} (p'x + q'y) + \frac{\varepsilon'}{r} \frac{\partial \Omega_2}{\partial z} \right\}, \end{array} \right.$$

(dove nel II membro della terza equazione si aggiunse, per simmetria di scrittura, il termine identicamente nullo :

$$\frac{\partial (\Omega_1 + \Omega_2)}{\partial x} \Big),$$

II. u'_1, v'_1, w'_1 , rappresentino le soluzioni generali, del sistema :

$$(8') \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu^2 u' = \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \right)' + \mu \Delta^2 u' \right\}, \\ -\nu^2 v' = \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial y} \right)' + \mu \Delta^2 v' \right\}, \\ -\nu^2 w' = \frac{1}{a} \left\{ (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z} \right)' + \mu \Delta^2 w' \right\}, \end{array} \right.$$

soggette alle condizioni ai limiti che gli sforzi che ad esse corrispondono nei punti della superficie S , facciano ivi equilibrio alla forza le cui componenti rispettive lungo gli assi x, y, z siano le corrispondenti derivate della funzione $\epsilon^1 \Omega_1$ (a prescindere dal fattore $\cos \nu t$).

III. u'_2, v'_2, w'_2 , rappresentino le soluzioni generali delle stesse (8') individuate invece dalle condizioni ai limiti che gli sforzi, ad esse corrispondenti sopra la superficie S , facciano ivi equilibrio alla forza le cui componenti rispettive lungo i tre assi x, y, z siano rappresentate dai secondi termini (termini fra parentesi divisi per ν) dei secondi membri delle tre equazioni (10), (a prescindere, ben si intende, qui pure da $\cos \nu t$).

Che le u'_1, v'_1, w'_1 siano soluzioni (particolari) delle (8) si desume subito dal fatto che evidentemente :

$$\Delta^2 u'_1 = \Delta^2 v'_1 = \Delta^2 w'_1 = 0,$$

e che il contributo che dette funzioni portano al coefficiente di dilatazione cubica si riduce alla grandezza : $-\frac{4 \pi \epsilon^1}{\nu^2}$ che è costante rispetto a x, y, z .

Le due terne di funzioni u'_1, v'_1, w'_1 e u'_2, v'_2, w'_2 sono evidentemente da riguardarsi come i gruppi di soluzioni del sistema (8') che competono a due distinti problemi di moto e-

lastico caratterizzati rispettivamente dai due diversi sistemi di forze, sopraspecificati. Così le equazioni ai limiti andranno studiate separatamente per ciò che riflette u'_1, v'_1, w'_1 , e per ciò che riflette u'_2, v'_2, w'_2 .

La prima di queste due terne di funzioni è tosto determinata. Le espressioni: $u'_1 \cos \nu t, v'_1 \cos \nu t, w'_1 \cos \nu t$ rappresentano le rispettive componenti secondo le direzioni x, y, z della vibrazione che si compie nella direzione del raggio vettore ed è data, posto: $k^2 = \frac{\nu^2 d}{\lambda + 2\mu}$, da: $\varrho'(kr) \cos \nu t$, dove:

$$(11) \quad \varrho'(kr) = A \frac{d}{d(kr)} \frac{\text{sen } kr}{kr},$$

designando A una costante che risulta determinata dalle condizioni ai limiti. Tali condizioni che si compendiano in quella, che, come si è detto, la superficie sferica S , della quale diremo r_1 il raggio, sia libera, sono rappresentate, in questo caso, dalla unica equazione ¹⁾:

$$(B) \quad A[(\lambda + 2\mu)\{(2 - k^2 r_1^2) \text{sen } kr_1 - 2kr_1 \cos kr_1\} + \\ + 2\lambda(kr_1 \cos kr_1 - \text{sen } kr_1)] = (3\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon'}{\nu^2} \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial r} \right)_{r=r_1} k^2 r_1^2.$$

Con questa relazione risultano evidentemente del tutto individuate: u'_1, v'_1, w'_1 .

Infatti:

$$(12) \quad u'_1 = \frac{x}{r} \varrho'(kr), \quad v'_1 = \frac{y}{r} \varrho'(kr), \quad w'_1 = \frac{z}{r} \varrho'(kr).$$

È quasi superfluo ricordare essere $\varrho'(\tau)$ simbolo di un integrale particolare, che rimane finito per: $\tau = 0$, dell'equazione differenziale lineare ²⁾:

$$(13) \quad \frac{d^2 \varrho'(\tau)}{d\tau^2} - \frac{2}{\tau} \frac{d\varrho'(\tau)}{d\tau} - \frac{2\varrho'(\tau)}{\tau^2} + k^2 \varrho'(\tau) = 0.$$

1) Love, § 198. Naturalmente al termine: $\varrho'(kr) \cos \nu t$ ne andrà associato uno: $\varrho''(kr) \text{sen } \nu t$ che corrisponderà al termine: $\varepsilon'' \text{sen } \nu t$ di ε .

2) V. Love. § 193 o meglio: prima edizione, § 129.

Procediamo ora alla determinazione delle : u'_1, v'_1, w'_1 . Consideriamo pertanto le equazioni ai limiti alle quali queste devono soddisfare.

Posto brevemente :

$$\bar{u}'_1 = u'_1 + \frac{\epsilon'_1}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial x}, \quad \bar{v}'_1 = v'_1 + \frac{\epsilon'_1}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial y}, \quad \bar{w}'_1 = w'_1 + \frac{\epsilon'_1}{r^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial z},$$

e :

$$u_1 = \bar{u}'_1 + u'_1, \quad v_1 = \bar{v}'_1 + v'_1, \quad w_1 = \bar{w}'_1 + w'_1,$$

ricordiamo come le condizioni ai limiti alle quali devono soddisfare : u_1, v_1, w_1 a che la superficie S sia libera, siano rappresentabili dalle relazioni ¹⁾ :

$$(B') \begin{cases} \lambda x \mathfrak{S}'_1 + \mu \frac{\partial}{\partial x} (u_1 x + v_1 y + w_1 z) + \mu \left(r \frac{\partial u_1}{\partial r} - u_1 \right) = 0, \\ \lambda y \mathfrak{S}'_1 + \mu \frac{\partial}{\partial y} (u_1 x + v_1 y + w_1 z) + \mu \left(r \frac{\partial v_1}{\partial r} - v_1 \right) = 0, \\ \lambda z \mathfrak{S}'_1 + \mu \frac{\partial}{\partial z} (u_1 x + v_1 y + w_1 z) + \mu \left(r \frac{\partial w_1}{\partial r} - w_1 \right) = 0, \end{cases}$$

$$(\text{ove: } \mathfrak{S}'_1 = \frac{\partial u'_1}{\partial x} + \frac{\partial v'_1}{\partial y} + \frac{\partial w'_1}{\partial z}),$$

le quali devono essere soddisfatte in tutti i punti di S , cioè per : $r = r_1$ ²⁾).

Le (10) mostrano subito come il contributo che $\bar{u}'_1, \bar{v}'_1, \bar{w}'_1$ portano ai primi membri delle (B') sia rispettivamente dato dalle :

$$-\frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial (\epsilon'_1 \Omega_1 + P^1)}{\partial x}, \quad -\frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial (\epsilon'_1 \Omega_1 + P^1)}{\partial y}, \quad -\frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial (\epsilon'_1 \Omega_1 + P^1)}{\partial z},$$

calcolate per $r = r_1$, e dove si sia detta brevemente P^1 l'altra funzione armonica sferica di spazio del secondo ordine :

$$-z \omega (p^1 x + q^1 y) \text{ } ^3).$$

1) V. Love, § 192.

2) Si badi che, come è facile verificare, il contributo che i termini : $\bar{u}'_1 \cos \nu t, \bar{v}'_1 \cos \nu t, \bar{w}'_1 \cos \nu t$ portano al coefficiente di dilatazione cubica è identicamente nullo.

3) Correlativamente si porrà : $P'' = -z \omega (p'' x + q'' y)$.

In questo problema ci troviamo dunque evidentemente nelle medesime condizioni come se le forze agenti derivassero dal potenziale, funzione armonica sferica (di spazio) del II ordine:

$$\varepsilon Q_2 + P,$$

ove si sia posto:

$$P = -x \omega (p x + q y).$$

In pari tempo ricordiamo come le u'_1, v'_1, w'_1 constino tutte della somma di due elementi ben distinti, nel senso che l'uno solo di questi dipende (per il tramite delle equazioni ai limiti) dalle forze agenti considerate: l'altro ne è affatto indipendente e pertanto esso caratterizza *vibrazioni libere*¹⁾. Non è dunque del caso che noi ci occupiamo qui delle vibrazioni relative a questo secondo elemento e sarebbe superfluo riportare le notissime formule che caratterizzano tali vibrazioni²⁾. Restringendoci dunque ad occuparci di quelle parti u'_1, v'_1, w'_1 che si riferiscono alle vere e proprie vibrazioni forzate, a dette parti riserveremo d'ora in poi i simboli u'_1, v'_1, w'_1 .

Da quanto precede e segnatamente dalle conseguenze dedotte dalle equazioni ai limiti discende che le espressioni di u'_1, v'_1, w'_1 saranno date dalle relazioni³⁾:

$$(14) \quad u'_1 = -\frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Delta \Psi_1(hr) \right\} + \Psi_1(hr) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \\ - \frac{2h^2 r^2}{105} \Psi_3(hr) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Phi}{r^3} \right),$$

con le due analoghe relative a v'_1, w'_1 che si ottengono da questa con la sostituzione rispettiva di (derivate rispetto a) y, z a (derivate rispetto a) x . Nelle (14), sempre designando h^2 il rapporto: $\frac{\nu^2 a}{\lambda + 2\mu}$, si è posto: $h^2 = \frac{\nu^2 a}{\mu}$; inoltre si è adottato il simbolo Ψ_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) a rappresentare l'integrale particolare:

1) V. Love. § 201 della prima edizione.

2) V. Love. Cap. 12°, passim.

3) V. Love. §§ 201 e 202 della prima edizione.

$$(15) \quad \Psi_n(r) = (-1)^n 1.3.5.....(2n+1) \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^n \frac{\sin r}{r}$$

dell'equazione differenziale lineare del II ordine :

$$(15') \quad \frac{d^2 \Psi_n(r)}{dr^2} + \frac{2(n+1)}{r} \frac{d \Psi_n(r)}{dr} + \Psi_n(r) = 0,$$

integrale che rimane finito per $r=0$, e si sono rappresentate con Δ , Φ due funzioni armoniche sferiche (di spazio) del secondo ordine, la cui determinazione risulta esclusivamente dalle equazioni ai limiti.

Ora da queste equazioni è facile dedurre, come diretta conseguenza, le relazioni seguenti, valide in tutto lo spazio limitato dalla S'):

$$(16) \quad B_1 \Delta + D_1 \Phi = \frac{2}{r^2} (\epsilon' \Omega_2 + P'), \quad C_1 \Delta + E_1 \Phi = 0,$$

dove: B_1, C_1, D_1, E_1 rappresentino i valori calcolati per: $r=r_1$ rispettivamente delle quattro funzioni di r :

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{k^2} \left\{ \frac{h^2 r^2}{5} \Psi_2(kr) - 2 \Psi_1(kr) \right\}, \\ C &= - \frac{1}{k^2} \left\{ \frac{h^2}{5} \Psi_2(kr) + \frac{8}{5 h^2 r^2} k r \frac{d \Psi_2(kr)}{d(kr)} \right\}, \\ D &= - \left\{ \frac{h^2 r^2}{5} \Psi_2(hr) - 2 \Psi_1(hr) \right\}, \\ E &= - \frac{2 h^2}{15} \left\{ \Psi_2(hr) + \frac{8}{h^2 r^2} h r \frac{d \Psi_2(hr)}{d(hr)} \right\}. \end{aligned}$$

Mercè le (16) sono dunque pienamente individuate le u'_1, v'_1, w'_1 , purchè, ben si intende, non sia r radice dell'equazione trascendente :

$$(16') \quad B_1 E_1 - C_1 D_1 = 0,$$

1) V. Love §§ 201 e 202 della prima edizione. Si sono potute dedurre, come appunto fa osservare il Love, relazioni valide in tutto lo spazio racchiuso dalla S dalle equazioni ai limiti, sussistenti al contorno, perchè tutte le funzioni che figurano in queste ultime sono, all'interno della S , finite, continue ed armoniche. (V. Love, § 194, oppure, prima ediz. § 197).

nel qual caso non si potrebbe parlare di vibrazioni forzate determinate del moto rotatorio in discorso. Per conseguenza riterremo, nella presente trattazione, escluso tale caso speciale ¹⁾. Avremo allora dalle (16) (in tutta la regione limitata dalla S):

$$(17) \quad \Delta = \sigma_1 (\epsilon' \Omega_1 + P') , \quad \Phi = \sigma_2 (\epsilon' \Omega_1 + P') .$$

ove sia posto, per brevità:

$$(17') \quad \sigma_1 = \frac{2 E_1}{\nu^2 (B_1 E_1 - C_1 D_1)} , \quad \sigma_2 = - \frac{2 C_1}{\nu^2 (B_1 E_1 - C_1 D_1)} .$$

Le espressioni di u'_1, v'_1, w'_1 saranno dunque, in base a quanto precede, le seguenti:

$$(18) \quad u'_1 = - \frac{\sigma_1}{h^2} \frac{\partial \{(\epsilon' \Omega_1 + P') \Psi_1(hr)\}}{\partial x} + \\ + \sigma_2 \{ \Psi_1(hr) \frac{\partial (\epsilon' \Omega_1 + P')}{\partial x} - \frac{2 h^2 r^7 \Psi_1(hr)}{105} \frac{\partial \left(\frac{\epsilon' \Omega_1 + P'}{r^5} \right)}{\partial x} \} ,$$

con le due analoghe che si ottengono da queste per v'_1, w'_1 sostituendo i simboli y, z al simbolo x .

§ 3. — *Formule finali di risoluzione del problema per la sfera omogenea. — Spostamenti dei poli di rotazione.*

È ora facile costruire le espressioni delle U, V, W che costituiscono le vere incognite del problema. Esse sono, in base a quanto si disse nel § 1, le soluzioni del sistema di equazioni nelle quali si tramutano le (A), quando nelle prime due di esse si sopprimono al secondo membro i termini: $X \omega^2, Y \omega^2$, limitando così la questione alla sua parte dinamica vera e propria. Saranno pertanto, in base alle (3), (3'), (3''):

$$(C) \quad U = \Sigma_1 U' \cos \nu t + U'' \sin \nu t , \\ V = \Sigma_1 V' \cos \nu t + V'' \sin \nu t , \quad W = \Sigma_1 W' \cos \nu t + W'' \sin \nu t ,$$

1) Analoga considerazione vale evidentemente rispetto al caso in cui fosse nullo il coefficiente di A nel primo membro della (B), caso che va escluso per ragioni chiare per sé stesse.

ove ciascun sommatorio è esteso a tutti i valori di ν corrispondenti ai singoli periodi di p, q, ϵ mentre a ciascuno di detti periodi compete un diverso gruppo di funzioni: $U', U'', V', V'', W', W''$. Quelle fra esse, relative a un generico valore di ν , saranno in base alle citate relazioni, ferme restando le notazioni introdotte nel § 2, date da:

$$(C') \left\{ \begin{aligned} U' &= u', \cos \omega t + v', \sin \omega t - \frac{\sigma_1}{k^2} \frac{\partial}{\partial X} \{(\epsilon' \Omega_2 + P') \Psi_2(kr)\} + \\ &+ \sigma_2 \left\{ \Psi_1(hr) \frac{\partial(\epsilon' \Omega_2 + P')}{\partial X} - \frac{2h^2 r^7}{105} \Psi_2(hr) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\epsilon' \Omega_2 + P'}{r^5} \right) \right\} + \frac{X}{r} \varrho'(kr) . \\ V' &= -u', \sin \omega t + v', \cos \omega t - \frac{\sigma_1}{k^2} \frac{\partial}{\partial Y} \{(\epsilon' \Omega_2 + P') \Psi_2(kr)\} + \\ &+ \sigma_2 \left\{ \Psi_1(hr) \frac{\partial(\epsilon' \Omega_2 + P')}{\partial Y} - \frac{2h^2 r^7}{105} \Psi_2(hr) \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\epsilon' \Omega_2 + P'}{r^5} \right) \right\} + \frac{Y}{r} \varrho'(kr) . \\ W' &= w', - \frac{\sigma_1}{k^2} \frac{\partial}{\partial Z} \{(\epsilon' \Omega_2 + P') \Psi_2(kr)\} + \\ &+ \sigma_2 \left\{ \Psi_1(hr) \frac{\partial(\epsilon' \Omega_2 + P')}{\partial Z} - \frac{2h^2 r^7}{105} \Psi_2(hr) \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\epsilon' \Omega_2 + P'}{r^5} \right) \right\} + \frac{Z}{r} \varrho'(kr) . \end{aligned} \right.$$

I termini: U'', V'', W'' si esprimono poi nell' identico modo, mediante i coefficienti di $\sin \nu t$ negli sviluppi di u, v, w i quali, come si è detto, si determinano nell' identica maniera nella quale si fece il calcolo degli analoghi coefficienti di $\cos \nu t$ (u', v', w' , ecc. . .). Questo, al pari delle (C'), si deduce in modo di per sè evidente da tutto quanto precede: le (C') discendono poi subito dalle: (10), (12), (18) associate alle relazioni sopra citate.

Le (C'), associate dunque alle relazioni che servono al calcolo delle singole U', U'' ecc. sono quelle che danno la completa risoluzione del problema ora studiato. È anche ovvio come il contributo che i termini contenenti: u', v' , arrecano a U', V' si riducono rispettivamente ai secondi membri delle prime due delle (10) trasformate con la semplice sostituzione di X, Y a x, y e (dei coefficienti di $\cos \nu t, \sin \nu t$ nelle espressioni) di P, Q a (i coefficienti analoghi nelle espressioni) di p, q .

Dalle ultime formule stabilite, sia per u, v, w come per U, V, W è facile dedurre la componente *radiale* del moto elastico considerato.

È infatti evidente essere questa componente, calcolata per un generico punto, a cui compete un raggio vettore r data da:

$$C_r = \sum_v C' \cos v t + C'' \sin v t,$$

dove:

$$C' = -\frac{\epsilon^1}{v^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial r} + \frac{2(p'x + q'y)Z\omega}{v^2 r} - \frac{\epsilon^1}{v^2} \frac{\partial \Omega_1}{\partial r} - \\ - \frac{\sigma_1}{k^1} \frac{\partial}{\partial r} \{(\epsilon^1 \Omega_1 + P') \Psi_1(hr)\} + \sigma_2 2 \Psi_2(hr) (\epsilon^1 \Omega_1 + P') + \epsilon^1(hr),$$

e si avrà una espressione analoga per C'' , la quale si deduce da quella di C' in modo di per sé evidente.

Così le vibrazioni elastiche in parola trasformeranno, in ciascun generico istante t , la sfera S in uno *sferoide* tale che il raggio vettore di un suo punto corrente sia dato da:

$$r_1 + C_r,$$

(detta C_r l'espressione di C_r calcolata per: $r = r_1$).

È poi ovvio come i termini che in C_r provengono dalle $\epsilon^1(hr) \cos v t$, $\epsilon^1(hr) \sin v t$, Ω_1 modificheranno soltanto le dimensioni della superficie limitante la massa, non la sua forma, in quanto sono costanti in ogni punto di S .

È altresì conveniente, specie quando il corpo elastico considerato sia un pianeta, e in particolare la Terra, prendere in esame gli spostamenti che, in causa del moto elastico, subiscono *i-poli di rotazione* della massa sopra la sua superficie limite, intendendo per tali le intersezioni della superficie stessa con l'asse di rotazione. A motivo della presupposta piccolezza di tali spostamenti è chiaro che, nel calcolo delle loro componenti, potremo, a meno di quantità trascurabili, attribuire alle loro coordinate i rispettivi valori:

$$X = Y = 0, \quad z (= Z) = \pm r_1.$$

Sarà poi opportuno considerare le componenti dello spostamento di ciascun punto rispettivamente lungo il meridiano

sferico che è l'intersezione del piano ZX con la S e lungo la traiettoria ortogonale di questo. Ciò perchè dette componenti si riducono evidentemente (a meno di infinitesimi di ordine superiore) alle stesse U, V corrispondenti. Consideriamo pertanto quello dei due poli a cui compete il valore: $+r_1$ di Z (polo Nord nel caso della Terra, quando, come al solito, si assuma come parte positiva dell'asse Z quella procedente dal piano equatoriale XY verso Nord). Basta allora per il calcolo delle U, V corrispondenti a tale punto, osservare che, in base alle (C') le: U', V', U'', V'' , relative ad esse (per ciascun valore di v) sono date la prima da:

$$U' = r_1(q' \cos \omega t - p' \sin \omega t) + \frac{\sigma_1}{k} \omega r_1(p' \cos \omega t + q' \sin \omega t) \Psi_1(hr_1) - \\ - \sigma_1 \Psi_1(hr_1) \omega r_1(p' \cos \omega t + q' \sin \omega t) + \\ + \frac{2\sigma_1 k_1 r_1^7 \Psi_1(hr_1) \omega (p' \cos \omega t + q' \sin \omega t)}{105 r_1^4},$$

la seconda dalla formula che si deduce dalla espressione di u' ora data, sostituendo (derivate rispetto a) Y a (derivate rispetto a) X e:

$$-(p' \cos \omega t + q' \sin \omega t) \text{ a } q' \cos \omega t - p' \sin \omega t, \\ q' \cos \omega t - p' \sin \omega t \text{ a } p' \cos \omega t + q' \sin \omega t,$$

e le U'', V'' da espressioni che si deducono in modo di per sè evidente da quelle di U', V' .

§ 4. — *Vibrazioni forzate di uno strato sferico e di una massa costituita di un nucleo interno, racchiuso in uno strato esterno di diversa densità, sferici entrambi.*

Allorchè si consideri, anzichè una sfera massiccia, come fu fatto sin qui, uno strato omogeneo, isotropo, racchiuso fra due sfere S (esterna), S' (interna) libere entrambe, aventi comune il centro in O , e si mantengano ferme le altre ipotesi già ammesse, sia sul moto del corpo intorno ad O , come sulla grandezza delle sue vibrazioni elastiche, è ancora facile risol-

vere la questione inizialmente propostaci. Ciò si fa con opportune ed evidenti modificazioni dei procedimenti esposti nei §§ 2° e 3°. Manterremo naturalmente in tutto e per tutto le notazioni usate nei §§ precedenti. Una prima modificazione riguarda le funzioni designate con u'_2, v'_2, w'_2 (e u''_2, v''_2, w''_2). La funzione cioè che fu designata con: $\varrho'(kr)$ e che serve a rappresentare, in base alle (12) le u'_2, v'_2, w'_2 , sarà, nel caso presente, data anzichè dalla (11), dalla ¹⁾:

$$(19) \quad \varrho'(kr) = A \frac{d}{d(kr)} \frac{\text{sen } kr}{kr} + a \frac{d}{d(kr)} \frac{\cos kr}{kr},$$

dove designino A, a due coefficienti costanti, la cui determinazione si fa naturalmente per mezzo delle equazioni ai limiti. (La funzione $\frac{d}{d\tau} \frac{\cos \tau}{\tau}$ che evidentemente è una soluzione essa pure della (13), indipendente linearmente dall'altra già considerata, diviene infinita per: $\tau=0$). Ora le equazioni ai limiti, per ciò che riflette u'_2, v'_2, w'_2 (e le forze il cui potenziale è $\epsilon' \Omega$) si riducono alle due equazioni che si ottengono sostituendo successivamente a r il valore r_1 del raggio della S e il valore, che diremo r_2 , del raggio della S' nella seguente relazione ¹⁾:

$$\begin{aligned} & A[(\lambda + 2\mu)\{(2 - k^2 r^2) \text{sen } kr - 2kr \cos kr\} + 2\lambda(kr \cos kr - \text{sen } kr)] + \\ & a[(\lambda + 2\mu)\{(2 - k^2 r^2) \cos kr + 2kr \text{sen } kr\} - \\ & - 2\lambda(kr \text{sen } kr + \cos kr)] = \frac{\partial \Omega}{\partial r} (3\lambda + 2\mu) k^2 r^2. \end{aligned}$$

Evidentemente queste due equazioni rappresentano rispettivamente la condizione a che, per ciò che riflette le vibrazioni caratterizzate dalle funzioni ora considerate, le due superfici S, S' siano libere. Dette equazioni individuano i due coefficienti A, a purchè naturalmente non si tratti di un valore di r che sia radice dell'equazione (trascendente) che si ottiene, ponendo $=0$ il determinante dei coefficienti di A, a nelle equazioni stesse. E tale caso è da escludersi perchè, come

1) V. Love. § 198.

già si disse, ove esso si presentasse, non si potrebbe parlare di *vibrazioni forzate*.

Occorre poi appena ricordare come quanto si disse per la funzione $\varrho'(kr)$ valga ancora per la funzione $\varrho''(kr)$.

Un'altra modificazione agli sviluppi del § precedente riguarda naturalmente la determinazione delle u'_1, v'_1, w'_1 (e u''_1, v''_1, w''_1). Ora, applicando al caso in discorso le considerazioni stesse svolte nel § 3°, vediamo facilmente che, sempre per le stesse ragioni, cioè per le considerazioni dedotte dalle equazioni ai limiti intorno alle forze agenti, le espressioni che rappresentano u'_1, v'_1, w'_1 dovranno essere ¹⁾:

$$(20) \quad \begin{aligned} u'_1 = & -\frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \{\Delta \Psi_1(hr)\} + \Psi_1(hr) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{2h^2 r^7}{105} \Psi_1(hr) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Phi}{r^5} \right) - \\ & - \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \{\delta \Psi_1(hr)\} + \Psi_1(hr) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{2h^2 r^7}{105} \Psi_1(hr) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Phi}{r^5} \right), \end{aligned}$$

con le due analoghe che si ottengono per v'_1, w'_1 con la solita sostituzione (nelle derivate) dei simboli y, z al simbolo x . Nelle (20) si è adottato il simbolo $\Psi_n(\tau)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) a rappresentare la funzione:

$$(21) \quad \Psi_n(\tau) = (-1)^n 1.3 \dots (2n+1) \left(\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\tau} \right)^n \left(\frac{\cos \tau}{\tau} \right),$$

la quale è la soluzione particolare (indipendente linearmente dalla Ψ_n relativa ad uguale indice) dell'equazione differenziale (15'), che diviene infinita per $\tau = 0$: a loro volta $\Delta, \Phi, \delta, \varphi$ rappresentano altrettante funzioni armoniche, sferiche (di spazio) del II ordine indeterminate, finchè non si riprendano in esame le equazioni ai limiti. Ora, per ciò che riflette le funzioni qui considerate, le condizioni a che le superficie S, S' siano libere sono rappresentabili mercè i due seguenti sistemi di equazioni ²⁾:

1) V. Love. § 200 della prima ed. Il Love non considera, per vero, vibrazioni *forzate* di uno strato sferico, ma quanto egli dice circa le vibrazioni forzate di una sfera massiccia e circa le vibrazioni libere di uno strato sferico basta a stabilire, senza aggiungere altro, quanto sopra fu esposto.

2) Anche qui, con la considerazione stessa accennata nel § 3, dalle equazioni ai limiti valide sulle superfici S, S' si dedussero equazioni valide in tutto lo spazio racchiuso fra esse.

$$(22) \quad B_1 \Delta + D_1 \Phi + b_1 \delta + d_1 \phi = \frac{2}{y^2} (\epsilon' \Omega_1 + P') ,$$

$$C_1 \Delta + E_1 \Phi + c_1 \delta + e_1 \phi = 0$$

$$(22') \quad B_2 \Delta + D_2 \Phi + b_2 \delta + d_2 \phi = \frac{2}{y^2} (\epsilon' \Omega_2 + P') ,$$

$$C_2 \Delta + E_2 \Phi + c_2 \delta + e_2 \phi = 0 ,$$

che devono essere soddisfatti in tutto lo spazio racchiuso fra le S, S' .

Nelle quattro equazioni (22), (22') sempre mantenendo per i simboli B_1, C_1, D_1, E_1 il significato ad essi attribuito nel § 3° si rappresentarono con B_2, C_2, D_2, E_2 i valori rispettivi delle quattro funzioni B, C, D, E , calcolati per: $r = r_2$: di più, dette b, c, d, e quattro funzioni di r costruite con ψ_1, ψ_2 in identico modo a quello col quale rispettivamente B, C, D, E sono costruite con Ψ_1, Ψ_2 designino b_1, c_1, d_1, e_1 i valori delle b, c, d, e , calcolati per: $r = r_1$ e b_2, c_2, d_2, e_2 i valori che assumono le funzioni stesse quando: $r = r_2$.

Anche ora naturalmente le (22), (22') determinano in modo univoco le funzioni armoniche $\Delta, \Phi, \delta, \phi$ purchè non si presenti il caso speciale, che noi escludiamo per le ragioni dette più volte, che sia:

$$\begin{vmatrix} B_1 & D_1 & b_1 & d_1 \\ C_1 & E_1 & c_1 & e_1 \\ B_2 & D_2 & b_2 & d_2 \\ C_2 & E_2 & c_2 & e_2 \end{vmatrix} = 0 .$$

Portate le cose a questo punto, non vi è che da ripetere, salvo modificazioni di per sè evidenti, quanto fu detto nel § 3° per determinare ora:

I. Le componenti U, V, W del moto elastico della massa considerata.

II. Le equazioni degli sferoidi, nei quali, in causa del moto elastico in discorso, sono trasformate le superfici sferiche S, S' .

III. Gli spostamenti che le intersezioni dell'asse istantaneo di rotazione con ciascuna delle due superfici S, S' subiscono sopra la corrispondente superficie, in causa del moto elastico.

È pure evidente come, con le formule stabilite in questo § e nel precedente, si possa riguardare come risolta la questione consistente nel determinare le vibrazioni forzate di un corpo (elastico) che abbia una costituzione corrispondente a quella della Terra nell'ipotesi di Wiechert esposta nel § 1. Si determineranno naturalmente a parte le vibrazioni del nucleo interno con le formule dei §§ 2 e 3; quelle dello strato esteriore con le formule del § 4.

Uno studio, quale fu qui esposto, si può applicare alla Terra supposta elastica, isotropa e costituita secondo l'ipotesi di Wiechert, in quanto le vibrazioni elastiche del nostro pianeta costituiscono un fenomeno che, se pure esiste, è caratterizzato da elementi così piccoli che nei calcoli relativi ad essi si può trascurare, senza errore apprezzabile, l'*eccentricità* sia della *superficie libera* esteriore, sia della *superficie libera* interiore che è mestieri considerare, riguardandole tutte come sfere concentriche. Presenterà pure particolare interesse la considerazione degli *spostamenti elastici* dei poli terrestri propriamente detti: le loro componenti U , V andranno evidentemente calcolate con le formule del § 4, appartenendo detti punti alla superficie-limite esterna del nucleo esteriore.

Consideriamo ad esempio, sempre nel caso della Terra, le vibrazioni elastiche caratterizzate dal valore ν che corrisponde al periodo Euleriano del moto dell'asse istantaneo di rotazione. Naturalmente il moto rotatorio uniforme considerato, che si compie intorno all'asse Z (z) con velocità ω , altro non sarebbe, nel caso in discorso, che la rotazione diurna. Il periodo Euleriano si può, come è noto, ammettere che sia di 304 giorni siderei. Perciò il corrispondente valore di ν sarebbe (assumendo naturalmente, come unità di tempo, il minuto secondo di *t.m.^{die}*):

$$\nu = \frac{2\pi}{304.86164,09}.$$

Accostandoci all'ipotesi di Wiechert, attribuiamo all'involucro esterno appartenente alla massa terrestre, una struttura che rispecchi quella dei materiali costituenti il vetro. Potremo allora, in base ai dati delle esperienze, ordinariamente adottati, porre nel sistema usuale di unità di misure (di C , G):

$$d = 3, \quad \mu = 240 \times 10^9, \quad \lambda + 2\mu = 740 \times 10^9.$$

Del pari al raggio r_1 della sfera S limitante esteriormente l'involucro in parola attribuiamo la misura: 640×10^6 (6400 kilom.). Allora evidentemente, ricordando le posizioni del § 2:

$$h r_1 = \text{circa } \frac{1}{1840} \quad k r_1 = \text{circa } \frac{1}{3240}.$$

Saranno quindi, nei calcoli inerenti alla determinazione delle U, V, W relative al problema in discorso, pienamente trascurabili le potenze di $h r_1$ dalla seconda in poi. E tale illazione varrà a *fortiori* per $k r_1$, come per $h r_2, k r_2$. Potremo perciò, in base alle: (15), (19), (21) porre ad es.:

$$\varphi'(k r_1) = -\frac{A}{9720} - a \left\{ (3240)^2 + \frac{1}{2} \right\},$$

$$\Psi_1(h r_1) = \Psi_2(h r_1) = \Psi_3(h r_1) = \Psi_1(k r_1) = \Psi_2(k r_1) = \Psi_3(k r_1) = 1,$$

$$\psi_1(h r_1) = 3 \left\{ (1840)^2 + 920 + \frac{1}{14720} \right\},$$

$$\psi_2(h r_1) = 15 \left\{ 3(1840)^2 + \frac{(1840)^2}{2} + 230 - \frac{1}{88320} \right\},$$

$$\psi_1(k r_1) = 3 \left\{ (3240)^2 + 1620 + \frac{1}{25920} \right\},$$

$$\psi_2(k r_1) = 15 \left\{ 3(3240)^2 + \frac{(3240)^2}{2} + 405 - \frac{1}{155520} \right\} \text{ ecc. ecc.}$$

Attribuendo al nucleo interno una costituzione che rispecchi quella dell'acciaio, potremo porre relativamente ad esso:

$$d = 8, \quad \mu = 800 \times 10^9, \quad \lambda + 2\mu = 2900 \times 10^9.$$

Queste cifre mostrano subito, anche senza tener conto che il raggio della sfera limitante il nucleo è necessariamente $< r_1$, come altresì per detto nucleo sussistano, a più forte ragione, le conclusioni precedenti.

Ad analoghi risultati si perverrebbe evidentemente, ove si considerasse il periodo di Chandler (che è di 14 mesi).

Si vede dunque come in tali casi, ove si conoscessero i coefficienti p', q', ϵ' ecc., l'applicazione delle formule stabilite in questa nota non richiederebbe calcoli gran che complicati.

È pure ovvio come, essendo i periodi di Euler e di Chandelier (almeno approssimativamente) multipli interi di quello relativo alla rotazione diurna, si possa ammettere che, in relazione ai moti corrispondenti dell'asse di rotazione terrestre, abbiano le p, q e le P, Q gli stessi periodi.

NOTA. — Relativamente alle funzioni $u', v', w', (u'', v'', w'')$, che hanno, nella presente ricerca, particolare importanza, è bene fare l'osservazione seguente che non fu fatta nel corso del lavoro onde non intralciare la trattazione vera e propria dell'argomento. Si consideri, per fissare le idee, il caso studiato nei §§ 2 e 3, prendendo particolarmente in esame le u', v', w' . Le formule generali date dal Love¹⁾ per rappresentare i loro sviluppi mostrano che vi è un caso nel quale le funzioni in parola possono contenere un termine costruito con le funzioni $\Psi_{n-1}, \Psi_n, \Psi_{n+1}$, relative a un indice n diverso da due e con due funzioni armoniche sferiche (di spazio) Δ_n, Φ_n di ordine n , come il termine da noi considerato è costruito con $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Delta, \Phi$: ciò, anche quando le forze agenti si riducano a quelle considerate nel caso nostro. Lo studio ben noto delle vibrazioni libere, pure riportato dal Love, mostra facilmente come venga caratterizzato questo caso.

Dicansi pertanto: $B^{(n)}, C^{(n)}, D^{(n)}, E^{(n)}$ i quattro coefficienti che rispetto alle funzioni $\Psi_{n-1}, \Psi_n, \Delta_n, \Phi_n$ relative all'indice n considerato, e più propriamente rispetto alle corrispondenti equazioni ai limiti, nella forma a queste date dal Love, hanno il significato medesimo che rispetto a $\Psi_1, \Psi_2, \Delta, \Phi$ si attribui a: B_1, C_1, D_1, E_1 . Siano cioè, in altre parole: $B^{(n)}, C^{(n)}, D^{(n)}, E^{(n)}$ i valori che rispettivamente assumono per: $r = r$, quattro funzioni costruite con le: Ψ_{n-1}, Ψ_n ²⁾ come: B, C, D, E sono costruite con Ψ_1, Ψ_2 . Allora le relazioni alle quali in conse-

1) V. Love. § 192.

2) Si badi che i coefficienti numerici che in queste funzioni di r moltiplicano le Ψ (e le loro derivate) sono funzioni dell'indice e perciò variano a seconda dello speciale valore di questo.

guenza delle equazioni ai limiti, devono soddisfare le Δ_n, Φ_n sono ¹⁾ :

$$B^{(n)} \Delta_n + D^{(n)} \Phi_n = 0, \quad C^{(n)} \Delta_n + E^{(n)} \Phi_n = 0.$$

È chiaro, in base a queste relazioni, che l'essere ν radice dell'equazione (trascendente) :

$$(23) \quad \begin{vmatrix} B^{(n)} & D^{(n)} \\ C^{(n)} & E^{(n)} \end{vmatrix} = 0,$$

rappresenta la condizione a che gli sviluppi di u', v', w' , possano comprendere altresì i termini relativi allo speciale indice n in parola.

Se non che le vibrazioni relative a tali termini (pur avendo il periodo: $\frac{2\pi}{\nu}$) entrerebbero evidentemente nella categoria delle vibrazioni libere, per la quale ragione non sono da prendersi in considerazione rispetto alla questione qui trattata.

La medesima osservazione si estende naturalmente al caso dello strato sferico, di cui al § 4: e dopo quello che fu detto testè, non è certo mestieri entrare in proposito in maggiori dettagli. Basterà accennare come allora possano le espressioni di u', v', w' , contenere i termini relativi a un certo indice n (diverso da 2) qualora sia soddisfatta una equazione che tiene luogo della (23). Questa equazione è rappresentata dall'annullarsi di un determinante del quarto ordine che si costruisce in modo di per sè evidente, quando si tengano presenti le formule date dal Love.

1) V. Love. § 192. Maggiori dettagli trovansi nel § 201 della prima edizione.

SULLA PRIMA MISURA DI INCLINAZIONE MAGNETICA IN ITALIA.

Nota del Dott. SILVIO MAGRINI.

Il P. Kircher, intorno al 1640, misurò l'inclinazione magnetica a Roma ¹⁾. « È questa » scrive il P. Denza ²⁾ richiamandosi al P. Secchi « la più antica misura dell'inclinazione che abbia rinvenuto per l'Italia ». Questa misura è citata pure dal Prof. Chistoni ³⁾ che la riporta dall'Hansteen ⁴⁾.

Essendomi stato dato di trovare una misura di inclinazione magnetica che mi risulterebbe eseguita in Italia prima di quella del Kircher, stimo non inutile farla argomento di questa nota.

Del P. Nicolò Cabeo sono note e citate da vari autori le misure di declinazione magnetica; non sono ugualmente note le sue misure di inclinazione magnetica, sebbene egli, nella « *Philosophia magnetica* », edita nel 1629, così chiaramente si esprima: ⁵⁾ « ego ipse, arte curiosa, sum saepissime

1) Athanasii Kircheri: *Magnes sive de magnetica arte*. Romae 1641, pag. 401.

2) P. F. Denza: *La inclinazione magnetica a Roma*, Atti dell'Acc. Pont. dei Nuovi Lincei, T. XLIII, 1889, Roma 1890.

P. F. Denza: *Declinazione ed inclinazione magnetica a Roma*, Pubbl. d. Specola Vaticana, Fasc. 3^a, Roma 1893, pag. 139.

3) Prof. C. Chistoni: *Contributo allo studio del magn. terrestre in Italia*., Ann. dell'UFF. Centrale Meteor. e Geod. Ital., ser. 2, vol. IX, parte I, 1887, Roma 1890, pag. 192.

4) Hansteen: *Untersuchungen über den Magnetismus der Erde*, Christiania 1819, pag. 64.

5) *Philosophia magnetica in qua magnetis natura penitus explicatur*, auctore Nicolao Cabeo Ferrariensi Soc. Jesu, Ferrariae 1629, pag. 82.

Mi permetto aggiungere che il giudizio che dà il Poggerdoff (*Gesch. d. Phys.*) sul Cabeo è, a mio avviso, un po' troppo severo. Il Cabeo stesso (prefazione) attribuisce ogni merito delle esperienze che riferisce, a Garzoni ed al Gilbert. Va però attribuito al Cabeo il merito di essere stato probabilmente il primo a commentare e talvolta confutare il Gilbert in modo non disprezzabile, e se non si alzò mai alla limpida altezza di questo, nella *Philosophia Magnetica*, se non nelle altre sue opere, ci si mostra dotato per quei tempi, di sereno spirito scientifico. Il Cabeo (*Phil. Magn.* pag. 301 e seg.), fra l'altro, fu probabilmente il primo a combattere l'idea emessa nel 1624 (*La récréation math. de Leurechon* (Pogg. *Gesch. d. Phys.*)) di poter comunicare a grandi di-

expertus huiusmodi versorium hic in latitudine graduum 45 descendere ad graduum 62 circiter ».

Il P. Kircher nell'opera in cui riferisce il valore dell'inclinazione da lui ottenuto in Roma, cità anche la misura del Cabeo ¹⁾. Questa, per quanto io sappia, non fu considerata da coloro che in tempi più recenti si occuparono dell'argomento; ciò forse, perchè non vi è precisato a qual luogo del 45° parallelo si riferisce. Credo, per dati di varia natura, di poter dire, con probabilità, che detta misura fu eseguita a Parma.

Infatti, quando il Cabeo nel 1629 pubblicò la sua opera, era a Parma, o aveva lasciato questa città da poco ²⁾. Il primo « imprimatur » dell'opera è datato « Parmae 1628 », mentre la dedica a Ludovico XIII Re di Francia e la stampa portano la data « Ferrariae 1629 ».

Parma si trova circa a 45° di lat. (44° 48'). Il Cabeo nelle sue opere non ci dice però a quale latitudine egli la riteneva: il Biancani ³⁾ che insegnò a Parma e fu maestro al Cabeo come questi ci afferma ⁴⁾, in una tavola delle latitudini delle principali città, pone Parma a 44° 30' di lat., ma a 44° 30' pone anche Bologna, Mantova, Modena, Reggio; a 45° 0' Brescia, Padova, Venezia, Verona, Milano Soggiunge che trascura le frazioni di mezzo grado per la discordia fra i vari autori. È quindi attendibile l'ipotesi che il Cabeo, seguendo l'esempio del maestro, ci dica all'ingrosso di aver fatto la mi-

stante mediante semplici calamite. Il Kircher, nel 1641, (*Magnes . . .* pag. 389 e seg.) ammetteva ancora di poter comunicare oltre un miglio di distanza. Il Cabeo partecipò alle dispute del tempo contro il Chiaramonti, ebbe parte in quella tra il Balliani e il Galileo. La « *Philosophia magnetica* » e le altre sue opere possono essere argomento di interessanti ricerche.

1) Kircher: *Magnes . . .* (ed. 1641), pag. 401.

Secondo il Poggendorff (*Giesch. d. Phys.*) vi sarebbe un'edizione (Colonn. Agrippae 1634) precedente a quella del 1641; anche questa sarebbe posteriore all'opera del Cabeo (1629).

2) Poco si sa sulla vita del Cabeo: nato a Ferrara nel 1586, studiò a Parma, dove, entrato nell'ordine dei gesuiti, divenne lettore pubblico, era ancora a Parma nel 1621, fu poi chiamato, non si sa in quale anno, dalla Repubblica di Genova a leggere matematica in quella città, dove morì nel 1650. (Riccioli: *Almagestum novum* (Chronologia) 1651; Libanori: *Ferrara d'oro* 1674; Barotti: *Letterati Ferraresi* 1793; Borsetti ecc.).

3) I. Biancani Bonon. e S. I.: *Sphaeram mundi . . .* Mutina 1635, pag. 196. (La prefazione è datata: Parmae 1617).

4) N. Cabeo: *Meteorologicorum Aristotelis commentaria*, Romae 1646, pag. 68.

sura dell' inclinazione a 45° e non ci precisi la località per non essere inesatto nella latitudine.

Però in un testo poco posteriore troviamo Parma esattamente a 45° . È il Kircher stesso che, nell' opera citata, in una tavola di declinazioni magnetiche ¹⁾ riferendo una misura del Biancani ²⁾, mentre nell' edizione del 1641 pone Parma a $44^\circ 30'$, in un' edizione posteriore, del 1654 ³⁾, pone Parma a $45^\circ 0'$. La correzione non fu fatta dal Biancani, che era morto nel 1624.

Nella stessa tavola, accanto a quella del Biancani, è pure riportata una misura di declinazione del Cabeo per Ferrara ($5^\circ 50'$ E). Questa misura non si trova nell' opera del Cabeo, dove si legge invece che l' ago « hic declinat gradibus 5 ad orientem » ⁴⁾. Quella misura fu dunque comunicata probabilmente direttamente dal Cabeo al Kircher e forse quindi lo fu anche la correzione della latitudine di Parma. È da osservarsi che il Kircher dimorava a Roma e vi morì, e il Cabeo (noster Cabaeus: come lo chiama il Kircher), dello stesso ordine religioso, si trovava a Roma nel 1646 per la pubblicazione dei suoi Commentari su Aristotile.

Un fatto toglie però valore alla misura di inclinazione magnetica del Cabeo.

Questi, come il Gilbert ⁵⁾ prima, e il Kircher ⁶⁾ dopo, volle trovare una relazione tra la latitudine e l' inclinazione ⁷⁾

1) Kircher: *Magnes* . . . (ed. 1641) pag. 453.

2) Biancanus: *Sphaeram* . . . pag. 13.

3) A. Kircheri S. I.: *Magnes sive de arte magnetica*, Romae 1654, pag. 328.

⁴⁾ *Tabula declinationum magneticarum a Mathematicis per Europam ad instantiam Authoris observatarum.*

Nomina observatorum	Locus observat.	Declin.	Latit Loci
P. Nicolaus Cabaeus S. I.	Ferrariae	5.50	44.10
P. Iosephus Biancanus S. I.	Parmae	6.0	45.0 „

4) Cabeo: *Phil. Magn.* Pag. 56.

Questo « hic » non parrebbe quindi riferirsi a Ferrara come crede il P. Denza (op. cit.: Decl. ed incl. magn. a Roma, pag. 115), ma più probabilmente a Parma. Le due misure non si possono attribuire entrambe a Ferrara neppure giustificando la variazione di aumento col differente anno d'osservazione, poichè in quell' epoca nelle nostre regioni la decl. diminuiva: il P. Lana trovò a Ferrara verso il 1600, 2° W.

5) Gilbert: *De magnete magneticisque* . . . Londini 1600, pag. 200 e seg.

6) Kircher: *Magnes* . . . (ed. 1641), pag. 411 e seg.

7) Cabeo: *Philosophia magnetica*, pag. 82 e seg.

e costruire un diagramma relativo partendo dal valore attendibile dell'inclinazione magnetica a Londra (Norman, Gilbert, Wright): afferma è vero che la sua relazione doveva esser dimostrata vera dall'esperienza e che talvolta se ne discostava un po', ma altresì ci dice: «... tantum inclinare inveni, aut hic in latitudine graduum 45, aut Romae, quantum diagramma illud ostenderet » ¹⁾. Il diagramma dà per la latitudine di 45° l'inclinazione di 67° 50', valore invero molto diverso da quello che il Cabeo ci diede prima come sperimentale. Un risultato abbastanza consono invece con quello sperimentale ottenuto dopo dal Kircher, ci dà il diagramma per Roma. Stimando questa città a 42° di latitudine si ottiene dal diagramma per angolo di inclinazione circa 63°. Il valore trovato dal Kircher ²⁾ è 63° 50', non 63° 45' come riferisce l'Hansteen, nè 65° 40' come riferisce il Denza: questo è il valore calcolato dal Kircher partendo dalla latitudine ³⁾.

Da tutto ciò risulta che il Cabeo, verso il 1620, alcuni anni prima del Kircher, fece delle misure di inclinazione magnetica, misure che, fino a prova contraria, si devono ritenere come le prime eseguite in Italia.

Ferrara, Luglio 1908.

1) Cabeo: *Philosophia magnetica*, pag. 85.

2) Kircher: *Magnes...* (ed. 1641), pag. 401.

3) Kircher: *Magnes...* (ed. 1641), pag. 412.

**PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL FERRO IN CAMPI DEBOLI RAPIDAMENTE ALTERNATI
CON RIFERIMENTO ALLA COSTRUZIONE DEI CAVI TELEFONICI.**

Nota di F. PIOLA ¹⁾.

1. — L'uso che va sempre più diffondendosi dei cavi ad *induttanza distribuita*, immaginati dal Krarup ²⁾, nelle trasmissioni telefoniche, subacquee o sotterraee, rende necessario l'impiego di un materiale magnetico pel quale la permeabilità rimanga sensibilmente costante al variare del campo. Se la condizione non è verificata, a ciascuna oscillazione semplice vengono ad aggiungersi le rispettive armoniche d'ordine dispari ³⁾ con grave danno della chiarezza.

Una scelta razionale del materiale deve adunque esser preceduta dalla constatazione della esistenza di questa proprietà e dalla determinazione del valor massimo del campo nel quale essa vale. Esperienze di Lord Rayleigh ⁴⁾ avevano assegnato il campo di 0,04 cgs come quello al disotto del quale la permeabilità del ferro svedese è assolutamente costante, poichè non aveva ottenuto differenza alcuna facendo diminuire il campo da questo valore a quello di 0,00004. Ma esperienze posteriori hanno messo in dubbio la generalità del risultato poichè, per esempio, il Siegwart ⁵⁾ trovò recentemente che, in una lega di ferro, la permeabilità che per un campo di 0,0318 era di 318, scendeva a 254 per un campo di 0,0170.

La diversità dei risultati, oltre ad essere imputabile alla differente qualità dei campioni esaminati, va anche, e forse

1) Dagli *Atti della A. E. I.*, Luglio-Agosto 1908. Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Roma.

2) *E. T. Z.*, 1902, pag. 344.

3) Bedell and Tuttle — *Proc. Am. Inst. Elect. Engin.*, 1906, 25.^o, pag. 601.

4) *Phil. Mag.*, 1887, 28.^o, pag. 225.

5) *Dis. Zurich*, 1907. *Lum. elec.*, 1908, N. 1, p. 20.

specialmente, rintracciata nel fatto che lo stato di un corpo presentante isteresi non è determinato se non si conosce la storia precedente dei processi pei quali a quello stato è giunto. È ben differente l'effetto di un campo, specie se debole, secondo che esso è applicato ad un nucleo perfettamente neutro o preventivamente magnetizzato in un certo modo, o, se questo percorre un ciclo, secondo il punto nel quale lo coglie.

La costanza della permeabilità ed il suo valore dovranno direttamente trovarsi per le alternanze impiegate nella telefonia, dove il più spesso non scendono sotto 200 per l° e non salgono oltre 1600, poichè non è ancora risolto definitivamente il problema se la rapidità colla quale varia il campo influisce sulla permeabilità e perchè, in ogni modo, trattandosi di campi molto deboli, la *viscosità magnetica* non può essere trascurata e questa dipende certamente dalla frequenza.

Constatata la proprietà e trovato il valore massimo del campo per il quale essa vale per tutte le alternanze, se ne terrà conto nel progetto del cavo in modo che tale campo non venga mai superato.

Per avere un'idea delle condizioni nelle quali ci si trova con cavi già costruiti si potrà dire, deducendolo dai dati costruttivi, che in quello posato nella Galleria del Sempione nel 1904 ¹⁾ il campo al quale è sottoposto il ferro è in cgs $1,8 i$ dove i , s' intende misurato in ampère, e che in quello di Fehmarn-Lolland posato nel 1903 ²⁾ è notevolmente minore, circa i , come pure nei tre cavi che ha posati ora la Ditta Pirelli nello stretto di Messina nei quali è $H = 1,1 i$ essendo in essi il ferro avvolto direttamente sopra la treccia di rame del diametro di 0,35 mm.

Nei casi citati potremo dire che il campo assumerà il valore massimo da 0,01 a 0,02 cgs, ammesso che la corrente raggiunga nel secondario del trasformatore microfonico 10^{-2} ampère, il che, colle *attenuazioni totali* ordinariamente ammesse nelle più lunghe linee, computando oltre il cavo anche le linee aeree ad esso allacciate, dà una corrente sufficiente-

1) Vanoni — *Journal télégraph*, 1906, pp. 80, 101, 125. Di Pirro — *Journal télégraph*, 1907, pp. 4, 25.

2) Breissig — *E. T. Z.*, 1904, p. 223.

mente intensa al ricevitore. Colla attenuazione 9, molto elevata, si avrebbe in arrivo 10^{-8} e $^{-9}$, ossia circa un micro-ampère.

Uguale ricerche preventive dovranno farsi nel materiale magnetico da impiegarsi sui trasformatori microfonicì pel quale, fissati i limiti di costanza della permeabilità, dovranno scegliersi le altre variabili (numero di spire per unità di lunghezza dei 2 avvolgimenti, intensità massima di corrente, ecc.) in modo che tali limiti non vengano superati.

2. — Il metodo più indicato per lo studio della magnetizzazione del ferro in campi rapidamente alternati, è, senza alcun dubbio, quello del tubo di Braun. Tale metodo è stato seguito con successo da Battelli e Magri ¹⁾, dal Corbino ²⁾, dal Varley ³⁾ e da altri e lo stesso scrivente ⁴⁾ ebbe a servirsene nello studio delle variazioni che la magnetizzazione subisce per l'azione di oscillazioni rapide sovrapposte. Senonchè il metodo non è praticamente applicabile quando il campo sia molto debole com'è il caso attuale.

Il Wien ⁵⁾ dedusse la *permeabilità* media del ferro misurando il coefficiente d'autoinduzione di un avvolgimento che lo conteneva. A tale scopo usò la disposizione del Maxwell nella quale l'autoinduzione da misurare è paragonata con altra nota per mezzo del ponte di Wheatstone: il rapporto fra le autoinduzioni è espresso per mezzo di quello fra due resistenze. Il metodo richiede due misure: l'una con corrente continua, e l'altra colla corrente alternata. Inoltre, la non completa assenza di autoinduzione nelle resistenze del ponte e la difficoltà di conoscerla per poterla introdurre nelle equazioni, la difficoltà di conoscere le condizioni geometriche delle resistenze stesse per calcolarne l'*effetto della pelle*, sono tutte cause di errore o complicazioni che sarebbe desiderabile poter eliminare.

Nella presente Nota è descritta, discussa ed applicata una disposizione la quale, pur usando il ponte, ha bisogno di sola misura con corrente alternata e per la sua simmetria e per

1) *Nuovo Cimento*, 1908, 12.^o, p. 198.

2) *Atti A. E. I.*, 1903, 7.^o, p. 606.

3) *Phil. Mag.*, 1902, 3.^o, p. 500.

4) *Rend. Lincei*, 1906, 15.^o, 2.^a sem., pp. 18, 222.

5) *Ann. der Phys.*, 1898, 66.^o, p. 859.

le condizioni geometriche facilmente misurabili può, da un lato, eliminare alcune cause di errore e dall'altra dare il modo di tener facilmente conto dei vari elementi nonchè del campo al quale il ferro è sottoposto.

Disposizione in generale.

3. — I 4 lati di un ponte di Wheatstone sian costituiti da 4 rocchetti di impedenza S_1, S_2, S_3, S_4 .

Ai vertici A, C giunga la corrente alternata ed i vertici B e D siano uniti ad un apparecchio di zero h per corrente alternata, come per esempio un telefono, un galvanometro a

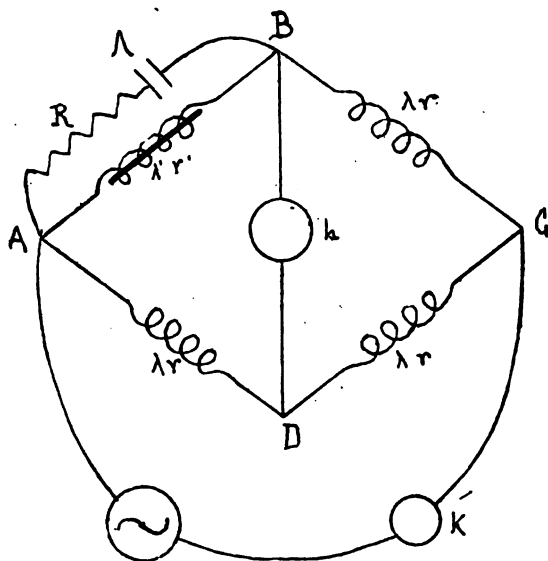


Fig. 1.

corda od uno strumento termico. Se nel ponte non passa corrente sarà:

$$\frac{S_1}{S_3} = \frac{S_2}{S_4}.$$

S' introduca in A B il ferro da sperimentare: S_1 assumerà un nuovo valore S' e ristabiliremo lo zero ponendo in deri-

vazione fra A e B una impedenza S'' costituita da una resistenza e da una capacità in serie in modo che S' ed S'' in parallelo equivalgano ad S_1 .

Si tratta di vedere come convenga scegliere le varie impedenze e come si possa esprimere in funzione di esse la permeabilità del nucleo introdotto, per ogni campo al quale sia sottoposto.

Poichè è necessario poter conoscere il campo al quale il ferro è sottoposto e non conviene porre uno strumento di misura nel lato del ponte dove il ferro stesso si trova, ma esternamente al ponte in k , dovranno le impedenze delle 2 coppie di lati, attraversate in parallelo dalla corrente principale che si misura, essere fra loro in rapporto noto. Se si vorrà ciò verificato per qualunque frequenza dovrà essere:

$$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$$

e quindi, per lo zero nel ponte, separatamente:

$$S_1 = S_2, S_3 = S_4.$$

Per avere la massima sensibilità conviene che il ponte congiunga il nodo dei lati di massima impedenza con quello dei lati di minima: ciò non è compatibile colle condizioni precedenti se le 4 impedenze non sono uguali fra loro, e ne indicheremo con S il valore comune.

Inoltre, sempre per raggiungere la massima sensibilità, occorrerà che l'impedenza dello strumento di misura posto nel ponte sia uguale a quella di ciascun lato.

Trattandosi di correnti rapidamente alternate traversanti dei solenoidi, le resistenze ed autoinduzioni da introdurre nei nostri calcoli non avranno gli stessi valori che possono essere determinati con correnti continue o lentamente variabili. Le correzioni da introdurre nella resistenza pei rocchetti non contenenti nucleo ci saranno indicate dalle formule del Picciati ¹⁾ o da quelle del Sommerfeld ²⁾, nelle quali si tiene conto del passo dell'elica, od infine da quelle del Cohen ³⁾. Per l'auto-

1) *Nuovo Cimento*, 1906, 12°, p. 351. Mi sia lecito mandare un saluto alla memoria di Giuseppe Picciati, compianto amico ed uomo di scienza.

2) *Ann. der Phys.*, 1907, 24°, p. 609.

3) *Bull. Bur. Stand.*, 1908, 4°, p. 161.

induzione, sulla quale minor effetto viene a produrre la rapidità delle alternanze, se sarà il caso, potremo ricorrere ai risultati di quest' ultimo Fisico.

Maggior importanza delle precedenti hanno le correzioni relative al rocchetto contenente il nucleo ed in separata Nota ¹⁾ dò l' espressione della resistenza ed autoinduzione *effettive* di un solenoide contenente un nucleo magnetico conduttore. Se il nucleo è costituito da un fascio di fili tutti uguali, disposti parallelamente all' asse della bobina, dette r e λ la resistenza e la reattanza senza nucleo ed r' e λ' quelle *effettive*, si ha :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} r' = r + \lambda \beta \\ \lambda' = \lambda + \lambda \alpha \end{array} \right.$$

dove

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = h(\mu a - 1) \\ \beta = h \mu b \end{array} \right.$$

con μ permeabilità ed h rapporto fra la sezione occupata dal nucleo e quella del solenoide. In quanto ad a e b di essi nella

nota citata se ne danno i valori in funzione di $q = \varrho \sqrt{\frac{4 \pi \mu \omega}{\sigma}}$

con ϱ = raggio di ciascun filo del nucleo

σ = resistenza specifica » »

ω = frequenza, in 2π , delle oscillazioni.

Per q molto piccolo, in modo da poter trascurare $2 \left(\frac{q}{4}\right)^2$ in confronto dell' unità, viene :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{q}{4}\right)^2 \\ b = 2 \left(\frac{q}{4}\right)^2 \left\{ 1 + 2 \left(\frac{q}{4}\right)^2 \right\} \end{array} \right.$$

4. — Nelle considerazioni, che faremo in seguito, ammetteremo che la corrente alternata impiegata sia sinusoidale. In commercio si trovano degli apparecchi che, viene garantito,

1) *Atti A. E. I.*, 1908, 12°, p. 497.

producono correnti seguenti tal legge, ma in ogni modo, se non si possedessero o si avesse qualche dubbio sulla garanzia, è possibile attenuare l'intensità degli armonici in rapporto a quella della nota fondamentale.

Il Wien ¹⁾, usando la sua sirena come alternatore, riuscì nell'intento per mezzo della *risonanza*, ponendo in serie nel circuito un condensatore di capacità scelta in modo che il circuito stesso fosse *accordato* colla corrente fondamentale. In tal modo riuscì a ridurre ad $\frac{1}{100}$ l'intensità dell'ottava che, senza risonanza, rappresentava i $\frac{1}{100}$ dell'intensità totale.

5. — Il silenzio del telefono, quando sia stato introdotto in una delle eliche il ferro e posta in derivazione la impedenza S'' , verrà a dirci che è verificata in *ogni istante* la condizione :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S'} + \frac{1}{S''}$$

ossia :

$$(4) \quad \frac{1}{r + i\lambda} = \frac{1}{r' + i\lambda'} + \frac{1}{R - i\Lambda}$$

avendo posto :

$$S = r + i\lambda$$

$$S' = r' + i\lambda'$$

$$S'' = R - i\Lambda$$

dove R e $\Lambda = \frac{1}{\omega c}$ sono la resistenza effettiva e la reattanza di capacità della impedenza compensatrice, essendo c la capacità del condensatore aggiunto.

È da notare che dovendo la (4) essere verificata in ogni istante del periodo, ed essendo S e S'' costanti, dovrà esserlo anche $S' = r' + i\lambda'$ ossia, separatamente, r' e λ' . Ciò non è possibile se non lo è μ . Il silenzio dunque del telefono ci proverà la costanza di μ durante il periodo e quindi l'esser verificata la condizione richiesta nella tecnica telefonica.

Se nella (4) uguagliamo separatamente le parti reali e le immaginarie otteniamo :

1) *Ann. der Phys.*, 1901, 4°, p. 425.

$$(5) \quad \begin{cases} R = \frac{r' (r'^2 + \lambda'^2) - r^2 (r^2 + \lambda^2)}{(r - r')^2 + (\lambda - \lambda')^2} \\ \Lambda = \frac{\lambda' (r^2 + \lambda^2) - \lambda (r'^2 + \lambda'^2)}{(r - r')^2 + (\lambda - \lambda')^2} \end{cases}$$

le quali danno, al limite, come conferma della loro esattezza, per un nucleo dielettrico di permeabilità unitaria:

$$R = \infty, \quad \Lambda = \frac{1}{\omega c} = \infty \quad \text{ossia } c = 0.$$

Se nelle (5) introduciamo le (1) abbiamo

$$(6) \quad R - r = \frac{2 r \lambda \alpha + (r^2 - \lambda^2) \beta}{\lambda (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$(7) \quad \Lambda + \lambda = \frac{(r^2 - \lambda^2) \alpha - 2 r \lambda \beta}{\lambda (\alpha^2 + \beta^2)}.$$

Se q è tanto piccolo da poter trascurare $2 \left(\frac{q}{4}\right)^2$ in confronto dell'unità sarà:

$$a = 1, \quad b = 2 \left(\frac{q}{4}\right)^2$$

e potendo trascurare, sempre in confronto dell'unità, anche il doppio della quantità precedente, e quindi β^2 in confronto di α^2 , ciascuna delle (6) e (7) verrà a costituire una equazione di 2° grado in μ . Se q è molto grande sarà:

$$a = b = \frac{\sqrt{2}}{q}$$

e ciascuna delle (6) e (7) sarà di 2° grado in $\sqrt{\mu}$ mentre, dividendole l'una per l'altra, daranno una equazione di 1° grado.

Nella prima ipotesi (q piccolo) sostituendo nella (6) e nella (7) ad α e β i loro valori si ottengono per calcolare μ le equazioni:

$$(8) \quad \left\{ 2 h \lambda (R - r) - \frac{\pi \epsilon^2 \omega}{\sigma} (r^2 - \lambda^2) \right\} \mu^2 - \\ - 4 \lambda \{ h (R - r) + r \} \mu + 2 \lambda \{ h (R - r) + 2 r \} = 0$$

$$(9) \quad \lambda \{ h (\Lambda + \lambda) + \frac{\pi \epsilon^2 \omega}{\sigma} r \} \mu^2 - \\ - \{ 2 h \lambda (\Lambda + \lambda) + r^2 - \lambda^2 \} \mu + h \lambda (\Lambda + \lambda) + r^2 - \lambda^2 = 0$$

nelle quali i termini moltiplicati per $\frac{\pi \ell^2 \omega}{\sigma}$ indicando la influenza delle correnti di Foucault sui risultati.

Nelle (8) e (9) la soluzione dove il radicale compare col segno negativo va esclusa per ragione di continuità. Infatti essa darebbe $\mu = 1$ per $\sigma = \infty$ nel qual caso non sarebbero state legittime le operazioni per ottenere queste equazioni dalle (6) e (7).

Le equazioni ricavate dalla (6) richiedono la conoscenza di R che, usando le solite cassette di resistenza, non è bene nota poichè non si ha il modo di calcolare il suo valore *effettivo* non conoscendo ordinariamente le condizioni geometriche del conduttore. Le equazioni ricavate dalla (7) saranno quindi preferibili poichè in esse non entra R ma Δ , meglio determinabile di quella.

Quando sia trascurabile l'azione delle correnti di Foucault risolvendo la (9) si ottiene:

$$(10) \quad \mu = 1 + \frac{r^2}{hL} \Theta c$$

con

$$(11) \quad \Theta = \frac{1 - \frac{L^2 \omega^2}{r^2}}{1 + Lc\omega^2}$$

6. — Il campo magnetico al quale è sottoposto il ferro è facile valutarlo poichè la corrente j' che passa per l'elica contenente il ferro, quando nel ponte non passa corrente, sarà conosciuta quando si misuri, come si fa, l'intensità j della corrente nel circuito principale. Infatti essa sarà una frazione di questa data da:

$$(12) \quad X = \frac{1}{2} \frac{S}{S'} = \frac{1}{2} \frac{r + i\lambda}{r' + i\lambda'}$$

poichè S , quando il telefono tace, è la impedenza complessiva del fascio, nel ramo del quale, d'impedenza S' , si trova il ferro. Poichè, nella valutazione del campo, non è la fase ma l'ampiezza che interessa, così basterà tener conto del *modulo*.

È da osservare che se lo strumento che misura la corrente principale ne dà il valore *efficace* bisognerà, nell'ipotesi sinu-

soidale, moltiplicarla per $\sqrt{2}$ per aver dei risultati magnetici paragonabili con quelli che si possono ottenere con correnti continue, come ha fatto notare lo Schames ¹⁾).

Disposizione pratica.

7. *Bobine.* — Le 4 bobine uguali sono costituite ciascuna da uno strato di filo di rame, ricoperto di seta, del diametro a nudo di cm. 0,01, avvolto su vetro.

Lunghezza di ciascuna elica cm. 50.

Diametro corrispondente all'asse del filo cm. 0,75.

Spire per cm. $n_1 = 61, 66$.

Per evitare l'azione del ferro posto in una delle eliche sulle 3 che non lo contengono, queste sono disposte parallele fra loro, come nella figura 2, e la 4^a, col ferro, è disposta normale alle precedenti in modo che ogni estremo del fascio esercita azioni uguali e contrarie sui due estremi di ciascuna elica che lo contiene. Per evitare l'azione del campo magnetico terrestre l'elica col ferro è posta normalmente al meridiano magnetico.

L'identità delle eliche è constatata, *una volta per sempre*, osservando un galvanometro ed un telefono posti nel ponte, combinando in vario modo le eliche, e mandando nel sistema rispettivamente corrente continua od alternata. Le piccole differenze sono compensate con pochi centimetri dello stesso filo impiegato per le eliche, avvolto in modo opportuno, e con una resistenza non induttiva a corsoio.

Ciascuna elica compensata presenta per le correnti continue la resistenza

$$r_0 = \text{ohm } 140,60$$

e colla corrente alternata di 42 periodi per l' una autoinduzione di

$$L = \text{henry } 0,00105$$

misurata col confronto di una capacità in mica argentata della casa Elliot.

1) *Phys. Zeit.*, 1908, p. 817.

Per le frequenze impiegate nelle ricerche che saranno descritte, e cioè, fino a 1710 per l", l'autoinduzione, quando non vi sia il nucleo, si può ritenere che non sia modificata.

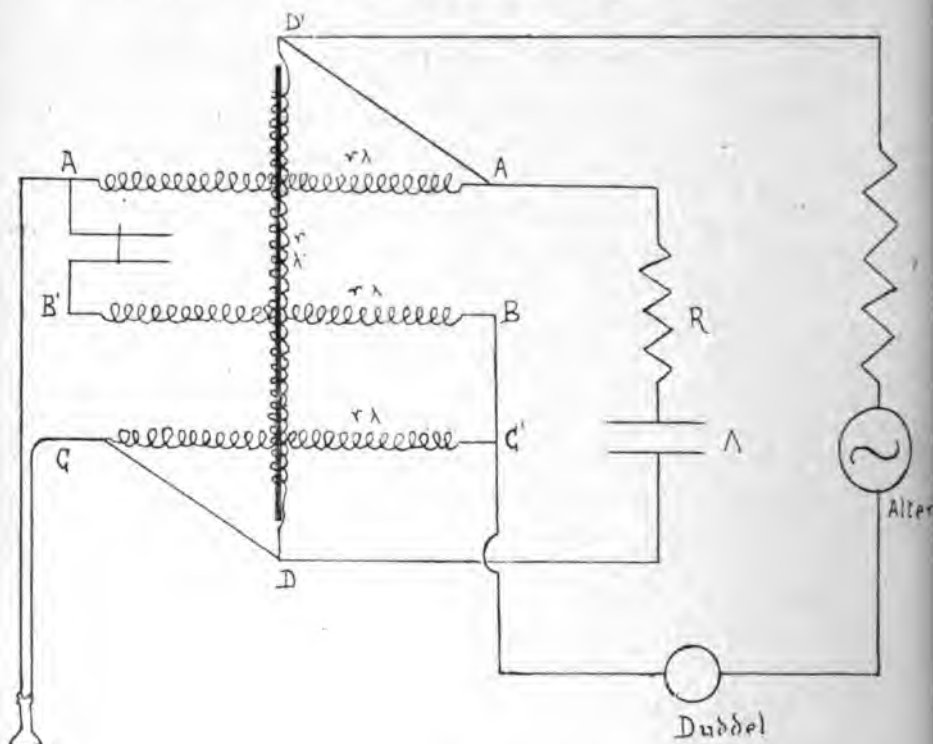


Fig. 2.

In quanto alla resistenza, possiamo notare che la formula (30) del Sommerfeld ¹⁾ per correnti lentamente alternate, che colle nostre notazioni può scriversi:

$$\frac{r}{r_0} = 1 + \frac{q^2}{64} \left\{ \frac{1}{3} + \left(\frac{2\pi\epsilon}{\epsilon} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{2\pi\epsilon}{\epsilon} \right)^4 + \frac{1}{5184000} \left(\frac{2\pi\epsilon}{\epsilon} \right)^6 \dots \right\}$$

dove ϵ è il passo dell'elica, vale in quanto siano trascurabili le potenze superiori di q^2 dove $q = \epsilon \sqrt{\frac{4\pi\mu\omega}{\sigma}}$. E noi siamo

1) l. c.

appunto in questo caso perchè $q^* \geq 10^{-3}$ essendo il filo ($2\varrho =$ cm. 0,01) di rame ($\mu = 1$, $\sigma = 1670$) e venendo traversato da corrente alternata di frequenza che al più raggiunge 1710 per l". Nelle nostre eliche si hanno 61,66 spire per cm. e quindi:

$$\varepsilon = \frac{1}{61,66} \text{ ossia } \frac{2\pi\varrho}{\varepsilon} = 1,93$$

per cui:

$$\frac{r}{r_0} = 1 + 0,06 q^*$$

ossia sensebilmente:

$$r = r_0.$$

Il campo magnetico nell'interno dell'elica contenente il ferro dipenderà oltre che dagli ampère-giri anche dal punto che si considera rispetto agli estremi dell'elica stessa ed a quelli del nucleo. Volendo un campo uniforme bisognerebbe piegare l'elica ed il ferro a toro in modo da far coincidere gli estremi, ma in questo caso bisognerebbe avvolgere le spire sul ferro e non si potrebbe constatare la simmetria della disposizione a vuoto, condizione questa essenziale per il metodo di misura descritto. Però è facile vedere, partendo dalla espressione generale del campo nell'interno di un'elica cilindrica, che il valore medio del campo parallelo all'asse in una sezione normale, trattandosi di un'elica lunga 67 diametri ($\frac{50}{0,75} = 67$), si può ritenere dovunque uguale a quello che si avrebbe se gli estremi fossero infinitamente lontani e ciò commettendo un errore inferiore a 10^{-4} del campo stesso. Quindi:

$$(13) \quad H_{\text{egs.}} = 0,4 \pi n_1 j'_{\text{amp.}} = 77,43 j'_{\text{amp.}}$$

In quanto agli estremi del nucleo bisognerà distinguere l'azione dovuta alla complicata distribuzione del magnetismo nelle parti vicine ad essi, in quanto queste possano essere abbracciate dall'elica, da quella esercitata nel diminuire il campo risultante al quale il nucleo è sottoposto. Per la prima azione, abbiamo cercato, per tentativi, sperimentando su fasci di lunghezze differenti, quale lunghezza dovesse prendersi per poter

prescindere dalla distribuzione non uniforme, e s'è trovato essere sufficienti cm. 54 quando il fascio era costituito da 300 fili del diametro ciascuno di cm. 0,02. Per la seconda bisognerà tener conto del fattore *smagnetizzante* del fascio. Prendendo per fattore di un fascio cilindrico quello di un cilindro di ugual sezione metallica e lunghezza, come ha dimostrato l'Ascoli ¹⁾ potersi sensibilmente fare, avremo nel nostro caso una lunghezza di diametri 156 e però un fattore smagnetizzante ²⁾ che non arriverà a 0,002. Il rapporto fra il campo magnetico risultante e quello esterno ³⁾ differirà quindi dalla unità per meno di $\frac{1}{628}$, quando la permeabilità sia inferiore a 10^3 , come troveremo essere nelle nostre condizioni. In tal modo l'effetto degli estremi del nucleo, lontano da essi, sarà trascurabile.

8. *Impedenza compensatrice*. — È costituita da :

a) una cassetta ordinaria di resistenze sensibilmente non induttive. Il valore di tali resistenze, per correnti rapidamente alternate, non sarà lo stesso di quello indicato, ma di tale valore non dovremo tener conto come s'è detto.

b) dei seguenti condensatori :

- | | |
|------|---|
| 1 | mf. non frazionato in mica argentata, N. 669 della casa Elliott |
| 1 | » frazionato a 0,05 » » N. 107 della casa Elliott |
| 0,2 | » frazionato a 0,01 in carta paraffinata |
| 0,05 | » » a 0,0025 » » » |

La capacità dei condensatori usati con correnti alternate è, come è noto, influenzata dalla frequenza di queste. Ora è da notare che Hill ⁴⁾ ha trovato che la capacità di un condensatore a mica varia appena del 0,4 % quando la frequenza sale da 125 a 2945 per l", e che condensatori a carta, subendo pur variazioni maggiori, non danno differenze oltrepassanti il

1) *Elettrecista*, 1898, pp. 188, 201.

2) Du Bois — *The Magnetic Circuit*, London, 1896, pag. 41.

3) Ewing — *Magnetic Induction in Iron*, 1900, p. 32.

4) *Phys. Rev.*, 1903, 26°, p. 400.

2,55 %. Se si considera che i limiti fra i quali varia la frequenza nelle misure che andremo a fare sono più ristretti di quelli di Hill e che la massima parte della capacità compensatrice è data dai condensatori a mica e solo per meno di 0,05 m. f. si ricorre a quelli a carta, si vede chiaramente come dalla variazione della capacità colla frequenza si possa prescindere, entro i limiti delle nostre approssimazioni.

9. *Strumenti di misura.* — La corrente principale è misurata con un galvanometro termico di Duddel. Col *riscaldatore* della resistenza di ohm 3,5 e colla scala a metri 1,80 la intensità in ampère è data da :

$$(14) \quad j = 0,0004 \sqrt{\delta}$$

quando la deviazione δ sia espressa in cm.

Nel ponte trovasi un telefono Ader della resistenza di 134,70 ohm e dell'auto di 0,038 henry, misurata ¹⁾ col confronto di una capacità.

10. *Alternatore.* — Le correnti rapidamente alternate sono ottenute con un alternatore tipo Tesla ²⁾ costruito dall'ingegnere Santarelli dietro disegni del prof. Majorana. La particolarità per cui si differenzia dai comuni alternatori dello stesso tipo sta nel fatto che il filo percorso dalla corrente continua che produce il campo, dopo aver girato intorno ai nuclei induttori, rifà più volte il suo cammino facendo capo, per ogni giro, ad apposito serrat filo. In tal modo si può variare entro limiti assai estesi, il campo induttore. Questo consta di 224 nuclei, alternativamente di nome contrario.

L'indotto è diviso in due metà unite in superficie ed è fatto rotare da un motore elettrico, a velocità costante, unito a quello per mezzo di cinghie. La velocità angolare dell'indotto è mutata combinando in differenti modi le puleggie fissate agli alberi del motore e dall'alternatore.

Le correnti che si ottengono hanno, in generale, forma molto complicata per la reazione che esse esercitano sul ferro dell'alternatore, il quale ferro in tal modo viene sottoposto a

1) Roiti — 2.^o, 1908, § 486.

2) Tesla's *Untersuchungen über Mehrphasenströme*, Halle 1895, p. 382.

campo magnetico variabile ed interviene quindi con permeabilità magnetica pure variabile. In tale condizione non si riuscirà a far tacere il telefono del ponte.

Abbiamo visto come si possa, per es. coll'artificio del Wien, attenuare grandemente gli armonici rinforzando la fondamentale, ma nel nostro caso potremo dispensarci dal farlo. Infatti, per ottenere campi magnetici quali si hanno nella pratica telefonica e che impiegheremo nelle misure, l'intensità della corrente che richiederemo all'alternatore sarà molto bassa, quindi piccola l'influenza della reazione di essa, ed il ferro potrà ritenersi sottoposto a campo magnetico costante.

Che questa supposizione sia giusta lo dimostra il fatto che, con correnti dell'ordine di quelle indicate, si riesce molto nettamente ad annullare il suono nel telefono e solo per correnti più intense all'annullarsi del suono fondamentale si ode quasi pura, la terza armonica che si è tratti a ritenere dovuta piuttosto al ferro sottoposto ad esame che a quello dell'alternatore. Aumentando ulteriormente la corrente non si riesce ad avere nel telefono che minimi di intensità sonora, ma non mai, nè silenzio, nè annullamento della fondamentale.

Misure.

11. — Come esempio pratico di applicazione della disposizione descritta, diamo alcune misure fatte sopra un campione di ferro dolce, ricotto alcuni anni or sono. È un fascio di 300 fili del diametro ciascuno $2\varrho = \text{cm. } 0,02$, col rapporto quindi:

$$h = 0,214$$

fra la sezione sua e quella dell'elica che lo contiene.

Esperienze preliminari hanno mostrato che l'ossidazione alla superficie non era sufficiente ad assicurare un buon isolamento fra filo e filo: perciò prima di tagliar i singoli pezzi, il filo è stato passato nella paraffina fusa.

La resistenza $\frac{\sigma}{\pi \varrho^2}$ dell'unità di lunghezza del filo esaminato fu misurata direttamente e trovata:

$$\frac{\sigma}{\pi \varrho^2} = 0,0401 \text{ ohm per cm.}$$

ossia di 401.10^8 ohm per *quadrante*, adottando le unità *industriali* anche per le lunghezze.

In quanto a μ le misure che andremo a fare ci diranno che il suo ordine di grandezza è inferiore a 10^4 per cui, per la frequenza più alta impiegata ($\omega = 2\pi 1710$), avremo che l'ordine di grandezza di $q^2 = e^2 \frac{4\pi\mu\omega}{\sigma}$ sarà inferiore di 10^{-1} .

In tal modo l'ordine di grandezza di $4\left(\frac{q}{4}\right)^2$ sarà inferiore ad $1.5.10^{-4}$ e però potremo ritenere di essere in quelle condizioni nelle quali è applicabile la (9).

Per essere sicuri di cimentare il campione sempre nelle stesse condizioni, prima di ogni serie di misure con una data frequenza esso veniva sottoposto ad un campo alternato della stessa frequenza, e molto intenso, che veniva fatto decrescere uniformemente fino a zero, seguendo i criteri e le precauzioni recentemente indicate dal Burrows ¹⁾.

Durante le misure la temperatura è stata intorno a 20° C., con delle differenze inferiori ad 1° . Questa circostanza va notata, poichè l'autore ultimamente citato ha trovato, in un campione di ferro, degli aumenti nell'induzione che andavano crescendo col diminuire del campo e raggiungevano, per campi di 0,5 cgs, fino il 0,23 %, per grado, fra 8° e 48° .

Nel caso delle attuali misure il termine dipendente dalle correnti di Foucault nella (9) è molto piccolo, anche per le frequenze più elevate, in confronto a quello al quale è aggiunto; infatti:

$$\frac{\pi e^2 \omega r}{\sigma h \left(\frac{1}{c} + \omega^2 L \right)}$$

che non raggiunge $0,06.10^{-3}$ per $N = 210$, è ancora inferiore a 2.10^{-3} per $N = 1710$. Trascurandolo, potremo applicare la (10) e calcolare in tal modo il valore della permeabilità che risulterà data da:

$$(15) \quad \mu = 1 + 88.10^8 \Theta c.$$

1) *Bull. Bur. of Stand.*, 1908, v. 4.^a, p. 205.

Il campo magnetico efficace, al quale è sottoposto il ferro, potrà essere espresso, per le (12), (13), (14) in funzione della deviazione δ del Duddel da :

$$(16) \quad H = 77,43. 0,0004 \text{ (mod. X)} \sqrt{\delta}.$$

Ora, per l'ordine di grandezza di q , anche colle frequenze più elevate, colla solita approssimazione potrà scriversi :

$$4 \text{ (mod. X)}^2 = \frac{r^2 + \lambda^2}{r'^2 + \lambda'^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{h L \mu \omega}{r} \right)^2}$$

ed infine, introducendo al posto di h , L ed r i loro valori :

$$(17) \quad H = \frac{0,0155}{\sqrt{1 + (1,6 \cdot 10^{-6} \mu \omega)^2}} \sqrt{\delta}.$$

Raccogliamo nella seguente tavola i risultati delle misure fatte.

δ	N per 1"	c 10^{-4}	% c	Osservazioni	θ	μ	$\frac{H}{V\delta}$	II	δ	N per 1"	c 10^{-4}	% c	Osservazioni	θ	μ	$\frac{H}{V\delta}$	H
18.2	210	1.00	2	Silenzio non molto netto	1.00	84.6	0.0153	0.0242	58.2		1.055	0.5	Silenzio	0.98	84.5	0.0103	0.0280
4.9		0.97	>						46.6		1.045	>					
2.5		0.95	>						23.7		1.035	>					
1.2			>	3 ^a armonica					7.1		1.020	>					
30.0	405	0.995	1						2.0		1.020	1					
21.3		0.990	>						0.7		1.020	>					
7.3		0.980	>	Silenzio	0.99	84.6	0.0146	0.0240	99.2	1370	1.070	1	Silenzio	0.92	85.2	0.0101	0.0207
6.4		0.970	>						49.9		1.050	>					
5.8		0.970	>						25.5		1.045	>					
2.9		0.960	>						4.2		1.040	>					
1.8		0.960	>						2.3		1.040	>					
0.5		0.960	>						1.0		1.040	>					
19.5	743	0.990	0.5	Silenzio	0.98	84.2	0.0181	0.0171	70.0	1510	1.080	1	Silenzio	0.91	85.1	0.0095	0.0165
9.8		0.975	>						48.1		1.075	>					
1.7		0.965	>						30.8		1.070	>					
0.2		0.955	>						18.4		1.065	>					
10.2	1100	1.015	0.5						3.0		1.050	>					
5.8		1.010	>						1.8		1.050	>					
3.0		1.000	>	Silenzio	0.95	84.2	0.0113	0.0101	0.6		1.050	2					
0.8		0.995	1						0.2		1.050	>					
0.2		0.995	>						87.5	1710	1.105	1					
0.1		0.995	>	Intens. min. 3 ^a armonica					22.2		1.090	>	Silenzio	0.88	84.6	0.0088	0.0217
90.0	1280	1.065	1						6.2		1.080	>					
78.0		1.060	>						1.5		1.080	>					

 Valore medio $\mu = 84,6$

Nella tavola i vari numeri hanno il significato che qui si specifica :

δ = deviazione del termo-galvanometro Duddel ;

N = alternanze per 1° ;

c = capacità, espressa in m. f., che si mette in derivazione per ottenere il silenzio o, quando questo non si ottenga, la terza armonica od un minimo dell'intensità sonora, secondo quanto è indicato nella quinta colonna;

$\% c$ = variazione percentuale di c che, aggiunta o tolta a c , rompe nettamente l'equilibrio del ponte facendo ricomparire il suono ; ossia errore massimo nella misura di c . Risulta che con 743 alternanze si ebbe la massima approssimazione ;

Θ = valore dato dalla (11) del coefficiente della equazione (15) ;

μ = permeabilità calcolata introducendo nella (15) i dati delle precedenti colonne. Il calcolo viene fatto solo per valori limiti di c . Il silenzio ottenuto al telefono stà a provare la sensibile costanza di μ durante ogni alternanza.

È da osservare che, mentre per le frequenze più basse qui impiegate, la permeabilità viene calcolata colla stessa approssimazione colla quale si determina c , per le frequenze più elevate questa approssimazione leggermente aumenta. Si vede che gli scarti di μ dal suo valore medio 84.6 sono dell'ordine di grandezza degli errori di osservazione ;

$\frac{H}{\sqrt{\delta}}$ = campo corrispondente alla deviazione di 1 cm. del Duddel ;

H = campo calcolato colla (17) introducendo i valori di μ corrispondenti ai vari casi ed i relativi valori limiti di μ già precedentemente calcolati.

Naturalmente non può indicarsi un valore limite del campo tale che, per i valori superiori ad esso, μ sia variabile e, per inferiori, sia costante ; ma l'ispezione della tavola ci permette di dire che per campi efficaci al di sotto di 0,02 cgs la costanza della permeabilità risulta accertata.

In quanto alla resistenza R , posta in serie con c per ottenere la compensazione, non se ne sono dati i valori nella Tavola non potendo applicare ad essi le correzioni necessarie. Basterà dire che R è andato diminuendo coll'aumentare delle alternanze da un massimo *indicato* di 165 ohm ad un minimo *indicato* di 162. Nelle condizioni più favorevoli la variazione, anche di solo qualche decimo di ohm, rompeva l'equilibrio del ponte. D'altra parte, della conoscenza di R ne possiamo fare a meno, come s'è notato, avendola eliminata dai calcoli.

Conclusioni.

12. — In generale si può dire che il metodo descritto in questa Nota per la misura della permeabilità del ferro in campi deboli alternati, dell'ordine di quelli impiegati nella telefonia, si presta bene allo scopo permettendo di raggiungere sufficiente approssimazione nei risultati. In quanto alle misure realmente eseguite esse ci permettono di concludere, limitatamente almeno al campione studiato, che:

1.° al diminuire del campo magnetico la permeabilità tende ad un valore minimo costante che nel campione esaminato è di 84,6, a meno dell'1%. Tale valore è certamente raggiunto per un campo efficace dell'ordine di 0,02 cgs e quindi di un campo massimo 0.028;

2.° Il valore limite della permeabilità è indipendente dalla frequenza fra 210 e 1710 alternanze per l';

3.° il materiale esaminato servirebbe bene per aumentare la induttanza distribuita in cavi telefonici di costruzione analoga a quella de' cavi citati in principio di questa Nota.

Due osservazioni prima di finire.

Ordinariamente nella misura dell'autoinduzione di un cavo a induttanza distribuita, ottenuta mediante ferro, non ci si preoccupa della intensità della corrente che serve nella misura stessa. È chiaro che, ove questa corrente venisse a produrre un campo magnetico superiore a quello pel quale è lecito ritenere costante la permeabilità del materiale impiegato, la misura cesserebbe di avere alcun significato pratico. Che

talvolta si superi questo limite ho motivo di ritenerlo dal fatto che più sperimentatori dicono di non riuscire ad ottenere il silenzio perfetto nel telefono, nelle solite disposizioni a ponte, pur usando correnti sinusoidali.

Fu proposto ¹⁾ di mandare nel cavo una corrente continua permanente per portar la permeabilità del ferro al suo valore massimo, molto più elevato di quello corrispondente allo stato neutro. Quando si rifletta che, a parte gravi difficoltà magnetiche, per ottenere lo scopo, in cavi dei tipi comunemente adottati, occorrerebbero correnti di alcuni ampère, si vede che la proposta non è attuabile. Ma se ciò non è praticamente possibile, può invece essere consigliabile un *opportuno* trattamento magnetico del ferro, a cavo costruito.

1) Yeatman — *Elettricista*, 1908, p. 40. Soleri — *Atti A. E. I.*, 1908, p. 181.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Joly M. Sur le mouvement Brownien. *Rev. Scient.* (5), 10, p. 43, 1908.
- Siedig M. Ueber die Messung der Temperaturabhängigkeit der Brownschen Molekularbewegung. *Phys. Zeit.* 9, p. 465, 1908.
- Henri V. Influence du milieu sur les mouvements browniens. *Compt. Rend.* 147, p. 62, 1908.
- Despax A. Explication mécanique des propriétés de la Matière. 356 p. Paris, 1908.
- Brüsch W. Beschreibung der Lehrzimmer für Physik und Chemie des Johanneums in Lübeck. Lübeck, 1908.
- Féry C. Sur quelques modes électriques d'entretien du pendule. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 520, 1908.
- Boutroux P. Les origines du calcul des probabilités. *Rev. du Mois.* 3, 10 Giugno 1908.
- Sapozhnikoff A. Sur la dureté des alliages métalliques. *Journ. de la Soc. Phys.-Chim. Russe.* 40, 20 Maggio 1908.
- Hansen C. T. J. La réforme des calculs physiques et chimiques. *Chem. News.* 97, 19 Giugno 1908.
- Mabery C. F. and Mathews J. H. Viscosità e lubrificazione. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* 30, N. 6, 1908.
- Alberts H. Das Uratom als hydrokinetisches Element der Materie. 122 p. Leipzig. H. G. Walmann, 1907.
- Hargreaves R. Integral forms and their connection with physical equations. *Phil. Soc. Cambridge.* 18 Mag. 1908.
- Siedig M. Ueber die sogenannte Brownsche Bewegung und deren Abhängigkeit von der Temperatur. *Naturw. Rundsch.* 23, p. 377, 1908.
- Walker M. Symbols for physical Quantities. *Nature.* 78, p. 271, 1908.
- Lodge O. Leben und Materie. XI+150 p. Berlin. K. Curtius, 1908.
- Charlier C. V. L. Weiteres über das Fehlergesetz. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 13, 1908.

2. Densità.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Sanielsvici M. Sur l'équation aux dérivées partielles des membranes vibrantes. *Compt. Rend.* 146, p. 1387, 1908.
- Galitzin B. Ueber die Bestimmung der Konstanten von stark gedämpften Horizontalpendeln. *Bull. de P'etersburg.* p. 743, 1908.
- Stephenson A. On a new type of dynamical stability. *Mem. Manchester Soc.* 52, 2, 1908.

- Wilson E. B. L'équilibre d'une chaîne homogène lourde dans un plan de rotation uniforme. *Ann. of Mathem.* 9, Aprile 1908.
- Mayer B. Sur le calcul des tensions dans les systèmes articulés à trois dimensions. *Compt. Rend.* 147, p. 183, 1908.
- Jathe A. Untersuchungen zur Statik des Stabpolygons, insbesondere die Gestaltsbestimmung betreffend. *Zeit. f. Mat. und. Phys.* 56, p. 188, 1908.
- Charlier C. V. L. Eine Transformationstheorem in der Mechanik. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 2, 1908.
- Charlier C. V. L. Eine neue Methode zur Behandlung des Rotationsproblems. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 4, 1908.
- Charlier C. V. L. Partikuläre Integrale des Rotationsproblems. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 12, 1908.
- Tolle M. Zur keplerschen Bewegung. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 56, p. 113, 1908.
- de Brun F. Rotation kring fix punkt. *Arkiv. for. Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 5, 1908.
- Olesen O. Ett integralt enskildt fall af fasta Kroppers rotation kring en fast punkt. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 7, 1908.
- Stanton T. E. and Baird L. On the resistance of iron and steel to reversals of direct stress. *Coll. Resear. Nat. Phys. Lab.* 3, p. 13, 1908.
- Grauers H. Transversella stötar. *Arkiv. for Mat. Astron. och. Fys.* 4, N. 10, 1908.
- Grauers H. Bidrag til teorien om stråfoors hållfasthet. *Arkiv. for Mat. Astron. och. Fys.* 4, N. 11, 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Whittaker T. E. On the theory of Capillarity. *Roy. Soc. London.* 28 Maggio 1908.
- Sureau R. Sur le poids utile des aéroplanes. *Compt. Rend.* 147, p. 34, 1908.
- Révillie J. Etude de mouvement relatif d'une molécule liquide sur une surface helicoidale. Paris. Chaplot. 1907.
- Girtler R. Ueber die Beziehung der Schmelz- und Sublimationswärme zur Theorie der Capillarität. *Ak. d. Wiss. Wien.* 11 Giugno 1908.
- Popovici M. Sur les points d'équilibre d'un fluide en mouvement. *Compt. Rend.* 147, p. 177, 1908.
- Oseen C. W. Om några olikheter i hydrodynamiken. *Arkiv. for Mat. Astron. och. Fys.* 4, N. 8, 1908.
- Oseen C. W. Zur Theorie der Bewegung einer reibenden Flüssigkeit. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fys.* 4, N. 9, 1908.
- Sjöts K. F. Ueber den molekularen Druck und die Oberflächenspannung geschmolzener Metalle. *Acta Soc. Fenn.* 35, N. 8, 1908.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Dehm W. H. Simple Demonstrations of the Gas Laws. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 30, p. 78, 1908.

6. Apparecchi.

- Jacob M. Nouvel intégromètre. *Compt. Rend.* 147, p. 33, 1908.
- Davis G. T. Nuovo strumento per ridurre i volumi gassosi alle condizioni normali. *Journ. cf. Amer. Chem. Soc.* 30, (Giugno) 1908.

B. Fisica chimica.**1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.**

- Stark J. Die Valenzlehre auf atomistisch elektrischer Basis. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 124, 1908.
- Morse M. H. Pressione osmotica delle soluzioni di zucchero di canna a 10^6 . *Amer. Chem. Journ.* **39**, (Giugno 1908).
- Besse E. Sull'equilibrio fra i metalli e le soluzioni di sali metallici. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, N. 23, 1908.
- Declaux J. Pression osmotique et mouvement brownien. *Compt. Rend.* **147**, p. 131, 1908.
- Richarz F. Die Theorie des Gesetzes von Dulong und Petit. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **58**, p. 356, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Friedrich und Leroux A. Zur Kenntniss der Schmelzdiagramme der binären Systeme Pt-Sb und Bi-Sb. *Metallurgie.* **5**, p. 148, 1908.
- Friedrich K. Das Schmelzdiagramm der Co-Sb. Legierungen. *Metallurgie.* **5**, p. 150, 1908.
- Munger W. P. The « permanent phase ». *Science.* **27**, p. 830, 1908.
- Cigler M. La méthode optique de détermination de la dureté relative des éléments contigus de structure des alliages. *Journ. de la Soc. Phys. Chim.-Russe.* **40**, 20 Maggio 1908.
- Prisarevitchy L. et Kapp E. Relations entre la constante de diffusion, le frottement interne et la conductibilité. *Journ. de la Soc. Phys.-Chim. Russe.* **40**, 20 Maggio 1908.
- Clack S. W. On the Coefficient of Diffusion. *Phys. Soc. London.* 22 Maggio 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Kohlrausch F. und Weber R. H. Elektrochemisches Aequivalent und Temperatur. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 409, 1908.
- Kohlrausch F. Ueber das von F. und W. Kohlrausch bestimmte elektrochemische Aequivalent des Silbers, insbesondere mit Rücksicht auf die sogenannte Anodenflüssigkeit. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 581, 1908.
- Kepfermann F. Ueber die Elektrolyse des Glases. Diss. Münster. 1908.
- Heschus N. A. La différence de potentiel entre électrode et électrolyte. *Journ. de Phys.* (4), **7**, 1908.
- Schulze G. Sui raddrizzatori elettrolitici. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, N. 23, 1908.
- Lesanitsch S. M. Die Sauerstoffabsorption der elektrocondensierten Körper. *Ak. d. Wiss. Wien.* 11 Giugno 1908.
- Lundén H. Amphoteric electrolytes. *Nobel Institut.* **1**, N. 11, 1908.
- Kauffer F. Zur Erklärung der Ueberspannung. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 321, 1908.

4. Fotochimica.

- Bancroft W. D. The electrochemistry of light. II. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 318, 1908.

Fewler G. J. Some observations on the chemical effect of tropical sunlight. *Manchester. Soc.* 28 Apr. 1908.

Trautz M. Beiträge zur Photochemie. *Zeit. f. wiss. Phot.* 6, p. 270, 1908.

Ciamiciola G. und Silber P. Chemische Lichtwirkungen. XIII. *Chem. Ber.* 41, p. 1928,

5. Termochimica.

Mounier J. Sur la combustion des gaz par incandescence et sur quelques faits de cohésion gazeuse. *Bull. Soc. Chim.* (4), 8, p. 569, 1908.

Redgrave H. S. On the calculation of thermo-chemical constants. III. *Chem. News.* 97, p. 258, 266, 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

Haag F. Bemerkungen zum Komplikationssatze. *Zeit. f. Krist.* 45, p. 63, 1908.

Carpenter H. C. H. On the structural changes in Ni-wire at high temperatures. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* 3, p. 259, 1908.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Zehnder L. Zur Richtungsbestimmung unterseeischer Schallsignale. *Phys. Zeit.* 9, p. 519, 1908.

2. Acustica fisiologica.

3. Acustica musicale.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Amagat É. H. Sur l'extension du théorème de Clausius. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 33, 1908.

Trevelyan J. E. A commentary on the first law of thermodynamics. *Journ. Phys. Chem.* 12, p. 297, 1908.

Sjötte K. F. Ueber den II Hauptsatz der Thermodynamik und die absolute Temperatur. *Öfvers. Finsk. Vetensk. Soc. Förh.* 50, N. 8, 1908.

Sjötte K. F. Thermodynamische Behandlung eines innerhalb der Elastizitätsgrenze tordierten prismatischen oder zylindrischen Körpers. *Acta Soc. Fenn.* 85, N. 4, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

Wessendonk K. Bemerkungen zu der Erklärung der kritischen Opaleszenzerscheinungen aus der kinetischen Gastheorie. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 483, 1908.

Svedberg T. Ueber die Bedeutung der Eigenbewegung der Teilchen in kolloidalen Lösungen für die Beurteilung der Gültigkeitsgrenzen des II. Hauptsatzes der Thermodynamik. *Arkiv. för Kem. Min. och Geol.* 3, N. 3, 1908.

Follett C. W. Energy accelerations and partitions of energy. *Roy. Soc. Edinburgh.* Luglio 1908.

3. Dilatazione e termometria.

Thürner W. Apparat zur Bestimmung des Ausdehnungsvermögens von Oelen und anderen über 100° siedenden Flüssigkeiten. *Zeit. f. Chem. Apparatenkunde*. **3**, p. 165, 1908.

4. Calorimetria.

Koch P. P. Ueber das Verhältnis der spezifischen Wärmen in trockener kohlensäurefreier atmosphärischer Luft als Funktion des Druckes bei den Temperaturen 0° und 79°3. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 551, 1908.

Dickinson H. C. and Müller E. F. The specific heat of some calcium chloride solutions. *Phys. Rev.* **26**, p. 519, 1908.

White W. P. Specific Heats at high temperatures. *Phys. Rev.* **26**, p. 536, 1908.

Hudson C. S. and Brown. F. C. Calori di soluzione delle tre forme del lattosio. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, (luglio) 1908.

Brisker C. Die latente Schmelzwärme des reinen Eisens. *Metallurgie*. **5**, p. 183, 1908.

Oberhoffer P. und Meuthen A. Zur spezifischen Wärme der Eisen-Kohlenstoff-Legierungen. *Metallurgie*. **5**, p. 173, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gaz.

Moss A. S. General law for vapor pressures. Vapor Pressure of CO_2 . *Phys. Rev.* **26**, p. 439, 1908.

Bradley W. P. Browne A. W. and Hale C. F. Effect of mechanical vibration upon CO_2 near the critical temperature. *Phys. Rev.* **26**, p. 470, 1908.

Ruff O. und Graf H. Tensione di vapore del Zolfo a basse temperature. *Zeit. für Anorg. Chemie*. **58**, 25 Maggio 1903.

Blackmann P. Su un nuovo metodo per determinare la densità dei vapori. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **41**, 23 Maggio 1908.

Kornatz E. Untersuchungen über die Dampfdichte des Wassers. 43 p. Berlin. Trenkel R. 1908.

Fliegner A. Zur Thermodynamik der vollkommenen Gase. *Vierteljahrsh. Naturf. Ges. Zürich*. **53**, 1908.

Kourbatow V. L'état solide. *Journ. Chim. Phys.* **6**, p. 337, 1908.

Ter Gazarian G. Sur les densités orthobares des liquides homologues. *Journ. Chim. Phys.* **6**, p. 492, 1908.

Peddie W. Inversion temperatures and the form of equation of state. *Roy. Soc. Edinburgh*. 7 Luglio 1908.

6. Sorgenti di calore.**7. Conducibilità termica.**

Holmgren E. Sur l'équation de la propagation de la chaleur. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fys.* **4**, N. 14, 1908.

Barlow T. M. Wärmeleitung von Eisenkernen. *Electr. Rev.* **52**, p. 178, 1908.

8. Calore radiante.**9. Apparecchi ed applicazioni termiche.**

E. Ottica.**1. Teoria. Generalità.**

- Lummer O. und Pringsheim E. Ueber die Jeans-Lorentzsche Strahlungsformel. *Phys. Zeit.* **9**, p. 449, 1908.
- Lodge O. The ether of space. *Chem. News.* **97**, p. 255, 269, 1908.
- v. Hirsch R. Ueber den Lichtdruck auf bewegte Flächen und die Mitführung des Lichts. *Phys. Zeit.* **9**, p. 495, 1908.
- Garbasso A. Ueber Strahlbahnen und Wellenflächen des Lichtes in geschichteten Medien. *Arch. f. Opt.* **1**, p. 201, 1908.
- Harting H. Zur Theorie der Prismenfernrohrobjektive. *Zeit. f. Instr. kunde.* **28**, p. 165, 1908.
- Rinok M. Ein vierfacher Spektralspalt. *Zeit. f. Instr. kunde.* **28**, p. 169, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

- Rubens H. Ueber die Dispersion von Steinsalz und Sylvin für lange Wellen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 615, 1908.
- Spence B. J. Optical properties of colloidal solutions and turbid media in the infra-red. *Phys. Rev.* **26**, p. 521, 1908.
- Morse L. B. Additional observations on the selective reflection of salts on Oxygen acids. *Phys. Rev.* **26**, p. 524, 1908.
- Trowbridge A. On diffuse reflection of infra-red energy. *Phys. Rev.* **26**, p. 539, 1908.
- Trowbridge A. The infra-red absorption and reflection of collodion. *Phys. Rev.* **26**, p. 539, 1908.
- Nyswander R. E. The absorption and reflection of calcite and aragonite for infra-red rays as dependent upon the plane of polarisation. *Phys. Rev.* **26**, p. 539, 1908.
- Schön F. Zur anomalen Dispersion der Metaldämpfe. *Phys. Rev. Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 434, 1908.
- Herrmann K. Ueber die Brechung und Dispersion des Heliums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 476, 1908.

3. Spettroscopia.

- Hemsalech G. A. et de Watteville C. Sur l'existence de raies d'étincelle (enhanced lines) dans les flammes de diverses températures et sur les modifications qu'elles y éprouvent. *Compt. Rend.* **146**, p. 1389, 1908.
- Anderson J. A. Absortion Spectrum of Neodymium in mixed solvents. *Phys. Rev.* **26**, p. 520, 1908.
- Nichols E. F. and Day W. S. New Groups of residual Rays in the Long-wave spectrum. *Phys. Rev.* **26**, p. 526, 1908.
- Wood R. W. Resonance spectra of Na-Vapor. *Compt. Rend.* **146**, p. 537, 1907.
- Pfund A. H. Metallic arcs for spectroscopic investigations. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 296, 1908.
- Duffield W. G. The spectrum near the poles of an Iron arc. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 260, 1908.
- Hartley W. N. The absortion Spectrum of Camphor. *Chem. Soc. London.* 7 Maggio 1908.

Melsenbach C. F. O. Untersuchungen über den roten Teil des mit Calciumchlorid erzeugten Rogenspektrums. *Zeit. f. wiss. Phot.* **6**, p. 258, 1908.

Pellock J. H. On the quantitative spark spectra of Titanium, Uranium and Vanadium. *Roy. Dublin Soc.* 16 Giugno 1908.

Hartley W. N. An investigation of the connection between band and line spectra of the same metallic elements. *Roy. Dublin Soc.* 16 Giugno 1908.

Hensaleool G. A. et de Wetteville C. Sur les spectres de flamme du calcium. *Compt. Rend.* **147**, p. 188, 1908.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

Drysdale C. V. Sur le rendement lumineux et l'équivalent mécanique de la lumière. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 27, 1908.

5. Luminescenza.

Lavy L. A. The fluorescence of platinocyanides. *Chem. Soc.* 18 Giugno 1908.

Wood R. W. Die Resonanzspektren des Na-dampfes. *Phys. Zeit.* **9**, p. 450, 1908.

Pierce C. A. Studies on thermo-luminescence. *Phys. Rev.* **26**, p. 454, 1908.

Trowbridge C. C. A Photometer for the measurement of the rate of decay of gas phosphorescence. *Phys. Rev.* **26**, p. 515, 1908.

Gernoz D. Sur la triboluminescence des composés racémiques. *Compt. Rend.* **147**, p. 11, 1908.

Stark J. und Steubing W. Fluoreszenz und lichtelektrische Empfindlichkeit organischer Substanzen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 481, 1908.

6. Fotografia.

Ives E. H. Experiments with the Lippmann Color Photograph. *Phys. Rev.* **26**, p. 517, 1908.

Villard P. Phénomènes pseudo-photographiques. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 506, 1908.

Rothé E. Variations des franges des photochromies du spectre. *Compt. Rend.* **147**, p. 190, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

Chamberlain C. W. A new form of interferometer. *Phys. Rev.* **26**, p. 514, 1908.

Rothé E. Franges d'interférences produites par les photographies en couleurs. *Compt. Rend.* **147**, p. 43, 1908.

Wood R. W. Interference of Light in chlorate of K laminae. *Phys. Rev.* **26**, p. 538, 1908.

Lehr E. Stehende Lichtwellen und Beugungsgitter. *Wien. Ber.* **117**, p. 299, 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Schmutzer J. Ueber die schiefe Auslöschung rhombischer Kristalle. *Versl. Amsterdam.* **16**, p. 362, 1907.

Tutton A. E. H. The optical constants of Gypsum at different temperatures and the Mitscherlich experiment. *Roy. Soc. London.* 12 Marzo 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Chardin D. Relations entre le pouvoir rotatoire des substances actives et leur structure chimique. *Journ. de la Soc. Phys. Chim. Russe.* **40**, 20 Maggio 1908.

Donau J. Essais polarimétriques avec de petites quantités de liquides. *Monatshefte. für Chemie.* 29, N. 4, 1908.

Darmois E. Sur un cas de dispersion rotatoire anormale. *Compt. Rend.* 147, p. 196, 1908.

10. Ottica fisiologica.

Frazer J. Visual illusion and fixation. *Journ. of Psych.* Jan, 1908.

11. Apparecchi.

Dekulll T. Die stereophotogrammetrischen Instrumente der Firma Carl Zeiss in Jena. *Mechaniker.* 16, p. 121, 1908.

Pfund A. H. A new mercury lamp. *Astrophys. Journ.* 27, p. 299, 1908.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Cotton A. et Menton H. Sur l'orientation des cristaux par le champ magnétique. *Compt. Rend.* 147, p. 51, 1908.

Weiss P. Molekulares Feld und Ferromagnetismus. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* 5, p. 212, 1908.

2. Misura. Apparecchi.

Shukoff J. Sur les oxydes magnétiques du chrome. *Compt. Rend.* 146, p. 1796, 1908.

Weiss P. et Planer V. Hystérèse dans les champs tournants. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 5, 1908.

Tobusch H. Ueber elastische und magnetische Nachwirkung. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 439, 1908.

Pascal P. Sur une relation entre les propriétés magnétiques et les propriétés chimiques de sels complexes dérivés du fer. *Compt. Rend.* 147, p. 56, 1908.

Lloyd M. G. The effect of wave form upon magnetic Hysteresis. *Phys. Rev.* 26, p. 523, 1908.

Planer V. Experimentelle Untersuchung der alternativen und rotierenden Hysteresis bei Eisen, Stahl, Nickel und elektrolytischen Eisen. *Mitt. Phys. Ges. Zürich.* N. 13, p. 5, 1908.

Maurain C. Action de cycles de tension sur l'aimantation du fer. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 497, 1907.

Bragstad O. S. und Liska J. Bestimmung des Magnetisierungsstromes bei Wechselstrom. *Elektr. Zeit.* 29, p. 713, 1908.

Peddie W. Magnetic quality in the most open cubic arrangement of molecular magnets. *Roy. Soc. Edinburgh.* 7 Luglio 1908.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Julius W. H. Energie-transport in der Elektronenwelt. *Phys. Zeit.* 9, p. 469, 1908.

Einstein A. und Lanb J. Elektromagnetische Grundgleichungen für bewegte Körper. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 582, 1908.

- Einstein A. und Laub J. Ueber die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 541, 1908.
- Gruner P. Die Wandlung in den Anschauungen über das Wesen der Elektrizität. 26 p. Hamburg. Schlossmann G. 1908.
- Hasenöhrl. Zur Berechnung der elektromagnetischen Masse des Elektrons. *Ak. d. Wiss. Wien* 9 Aprile 1908.
- Becquerel J. Sur les électrons positifs. *Compt. Rend.* **147**, p. 121, 1908.
- Gruner P. Ueber eine Erweiterung der Lorentz'schen Elektronentheorie der Metalle. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 509, 1908.
- Bjerknes V. Versuch einer mechanischen Deutung der Maxwell'schen Gleichungen. *Arkiv. f. Mat. Astron. och Fys.* **4**, N. 3, 1908.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

- Heubhelm E. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Helium. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 437, 1908.
- Stewart A. W. The relation between dielectric constant and chemical Constitution I. *Chem. Soc. London.* 7 Mag. 1908.
- Stewart A. W. An apparatus for determining the specific inductive capacity of organic liquids. *Chem. Soc. London.* 7 Mag. 1908.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Zeleny J. The influence of humidity upon the electrical discharge from point in air. *Phys. Rev.* **26**, p. 448.
- Perkins H. A. A rectification effect in a vacuum tube. *Sill. Journ.* (4), **25**, p. 485, 1908.
- Esch M. Ueber den Vorprozess und die Verzögerung bei der Funkenentladung. Diss. München, 1908.
- Almy J. E. Minimum Funkenpotentiale. *Phys. Zeit.* **9**, p. 498, 1908.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Couy M. Mesures électrocapillaires par la méthode des larges gouttes. *Compt. Rend.* **146**, p. 1347, 1908.
- Minchin G. M. Seleno-Aluminium Bridges. *Roy. Soc. London.* 7 Maggio 1908.
- Jeauet R. Influence de la température sur la force électromotrice des élément au cadmium. *Compt. Rend.* **147**, p. 42, 1908.
- Gaillaume E. Les phénomènes de Bose et les lois de l'électrisation de contact. *Compt. Rend.* **147**, p. 55, 1908.
- Hodge P. A Study of photoelectric cells containing a fluorescent electrolyte. *Phys. Rev.* **26**, p. 510, 1908.
- Hermann K. Beiträge zum Hallwachs effekt. Diss. Berlin, 1908.
- Grimm C. Die chemischen Stromquellen der Elektrizität. München, 1908.

5. Conductibilità. Resistenza.

- Nie G. Sättigungsstrom und Stromkurve einer schlecht leitenden Flüssigkeit. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 597, 1908.
- Cohen L. An electrodeless method for measuring the conductivity of electrolytes. *Phys. Rev.* **26**, p. 584, 1908.

- Clay J. De galvanische Weerstand van Metallen on Legooringen bij lage Temperaturen. Diss. Leiden. 1908.
- Jäger G. Zur Theorie des Wiedemann-Franz'schen Gesetzes. *Akad. d. Wiss. Wien.* 11 Giugno 1908.
- Wigand A. Die elektrische Leitfähigkeit des flüssigen Schwefels. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 495, 1908.
- Minchin G. M. Seleno-Aluminium Bridges. *Roy. Soc. London.* 7 Maggio 1908.

6. Fenomeni termici.

- Cermak P. Thermoelektrische Kraft und Peltiereffekt beim Uebergange vom festen zum flüssigen Aggregatzustande. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 521, 1908.
- White W. P. What is the most important portion of a Thermoelement. *Phys. Rev.* 26, p. 535, 1908.
- Roy L. Recherches théoriques et expérimentales sur l'échauffement des conducteurs par le courant. *Lum. Électr.* (2), 3, p. 99, 1908.

7. Fenomeni luminosi.

- Lyman T. The relation of light of very short wave-length to some vacuum tube phenomena. *Phys. Rev.* 26, p. 515, 1908.
- Guye C. E. et Bron A. La stabilité de l'arc alternatif, fonction du poids atomique des métaux électrodes. *Compt. Rend.* 147, p. 49, 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

- Clifford O. C. Determination of the susceptibility of copper and tin and their alloys. *Phys. Rev.* 26, p. 424, 1908.

9. Elettrodinamica e induzione.

- Zahn H. Stand der experimentelle Forschung über galvanomagnetische und thermomagnetische Effekte. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* 5, p. 166, 1908.

10. Oscillazioni elettriche.

- Tissot C. Sur l'emploi de détecteurs sensibles d'oscillations électriques basés sur les phénomènes thermo-électriques. *Compt. Rend.* 147, p. 37, 1908.
- Dieselhorst. Frequenzmessung und Analyse elektrischer Schwingungen für drahtlose Telegraphie. *Elektr. Zeit.* 29, p. 703, 1908.
- Glatzel B. Das Verhalten der Hg-funkenstrecke bei verschiedenen Entladespannungen und Koppelungen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 464, 1908.
- Walter L. H. A Tantalum wave-detector, and its application in Wireless Telegraphy and Telephony. *Roy. Soc. London.* 7 Maggio 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

- v. Bayer O. und Gehroke E. Ueber den Zeemaneffekt in schwachen Magnetfeldern. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 423, 1908.
- du Bois H. und Elias G. J. Der Einfluss von Temperatur und Magnetisierung bei selektive Absorptions- und Fluoreszenzspektren. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 429, 1908.

Cotton A. et Mouton H. Biréfrangence magnétique et électrique de la nitrobenzine: variation avec la longueur d'onde. *Compt. Rend.* **147**, p. 193, 1908.

Chandler J. Sur les propriétés électro-optiques des liqueurs mixtes. Thèse. 118 p. Paris. Gauthier-Villars. 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Reichenheim O. Rayons anodiques. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 40, 1908.

Righi A. Sur quelques phénomènes dus aux rencontres entre électrons, ions, atomes et molécules. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 47, 1908.

Barkla C. G. and Sadler C. A. Absorption of X Rays. *Nature*. **78**, p. 245, 1908.

Bragg W. H. The nature of the γ and X-rays. *Nature*. **78**, p. 271, 293, 1903.

Franch J. und Pohl R. Zur Frage nach der Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 489, 1903.

13. Radioattività e ionizzazione.

Rutherford E. and Roysds T. Spectrum of the Radium Emanation. *Nature*. **78**, p. 220, 1908.

Eagler W. Ueber den Einfluss der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 483, 1908.

Allen S. J. Radioactivity of a smoke laden atmosphere. *Phys. Rev.* **26**, p. 483, 1908.

Biano A. Recherches sur les gas ionisés. *Compt. Rend.* **26**, p. 483, 1903.

Strong W. W. Variation of the penetrating radiation. *Phys. Rev.* **26**, p. 518, 1908.

Mc Leman J. C. Note on the radioactivity of ordinary metals and on the penetrating radiation from the Earth. *Phys. Rev.* **26**, p. 526, 1908.

Rutherford E. Der Ursprung des Radiums. *Jahr. d. Radiokt. und Elektron.* **5**, p. 115, 1908.

Boltwood B. B. On the Life of Radium. *Sill. Journ.* (4), **25**, p. 493, 1908.

Ramsay W. Die radioaktiven Gase und ihre Beziehung zu den edlen Gasen der Atmosphäre. *Pharm. Post.* **41**, p. 371, 1908.

Cameron T. A. and Ramsay W. The chemical Action of Radium emanation. III and IV. *Chem. Soc. London.* 21 Mag. 1903.

Morckwald W. Conférence sur la radioactivité. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **41**, 23 Maggio 1908.

Richardson O. W. The kinetic energy of Ions emitted by hot Bodies. *Nature*. **78**, p. 245, 1908.

Campbell N. R. Radioactivity of solutions of K-salts. *Phil. Soc. Cambridge.* 18 Maggio 1908.

Boltwood B. B. Ueber die Lebensdauer des Radiums. *Phys. Zeit.* **9**, p. 502, 1908.

Mc Leman J. C. Ueber die Radioaktivität von Kalium und anderen Alkalimetallen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 510, 1908.

Hackett F. E. The secondary β -radiation excited by γ rays. *Roy. Dublin. Soc.* 16 Giugno 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Limb C. Machines dynamo-électrique génératrices sans collecteur. *Compt. Rend.* **147**, p. 48, 1908.

- Cohen L. The influence of terminal apparatus on telephonic transmission. *Phys. Rev.* **26**, p. 531, 1908.
- Peukert W. Der Wechselstrom-Lichtbogen als Frequenzwandler. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 562, 1908.
- Ponder H. Une méthode de travail minimum pour la solution des problèmes de courant alternatif. *Proc. Amer. Inst. of Electr. Eng.* **27**, Giugno 1908.
- Armagnat H. La Téléphonie sans fil. *Rev. Scient. (5)*, **10**, p. 65, 1908.
- Wagner K. W. Freie Schwingungen in langen Leitungen. *Elektr. Zeit.* **29** p. 707, 1908.
- Branly E. Appareil de sécurité contre des étincelles perturbatrices ininterrompues en télémechanique sans fil. *Compt. Rend.* **147**, p. 185, 1908.

15. Unità.

- Wolff F. A. The principles involved in the selection and definition of the fundamental electrical units to be proposed for international adoption. *Phys. Rev.* **26**, p. 641, 1908.

16. Misura. Apparecchi.

- Abraham H. et Carpentier J. Sur un nouveau rhéographe destiné à la projection des courbes de courants alternatifs. *Compt. Rend.* **146**, p. 1371, 1908.
- Simpson G. C. Ueber eine neue Form der Zambonischen Säule. *Phys. Zeit.* **9**, p. 463, 1908.
- Taylor A. H. and Williams E. H. Distributed capacity in resistance boxes. *Phys. Rev.* p. 417, 1908.
- Guillet A. Autobalistique répéteur. *Compt. Rend.* **147**, p. 45, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Hooker R. H. An elementary explanation of correction, illustrated by rainfall and depth of water in a well. *Roy. Met. Soc.* 17 Giugno 1908.

2. Geodesia, Misure geodetiche e di gravità.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

- v. Bemmelen W. The starting impulse of magnetic Disturbances. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 773, 1908.

4. Studio dell'alta atmosfera.

- Caron C. Température et mouvement des couches supérieures de l'atmosphère. 81 p. Paris. Chapelot. 1907.
- Goutereau C. Mesure de la hauteur des nuages à l'aide du réflecteur. *Ann. Soc. Mété. de France.* **56**, p. 84, 1903.
- Teissereno de Bort L. Recherches sur la présence des gas rares dans l'atmosphère à diverses hauteurs. *Compt. Rend.* **147**, p. 219, 1908.
- Chree C. The isothermal Layer of the Atmosphere. *Nature.* **78**, p. 293, 1908.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

6. Ottica dell'atmosfera.

- Nichols E. L. Theories of the color of the sky. *Phys. Rev.* **26**, p. 497, 1908.
- Esciagno F. Sur les variations de la durée du crépuscule. *Compt. Rend.* **147**, p. 27, 1908.
- Rozet C. Fliegende Schatten bei Sonnenfinsternissen vor und nach der Totalität. *Naturw. Rund.* **23**, p. 259, 1908.
- Samec M. Zur Kenntniss der Lichtintensitäten in grossen Seeshöhen. *Ak. d. Wiss. Wien.* 11. Giugno 1908.

7. Elettività Atmosferica.

- Costanzo G. und Negro C. Ueber einige durch Schnee hervorgerufene Jonisationserscheinungen. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 120, 1908.
- Thomas P. H. Etat actuel du problème de la foudre. *Electr. World.* **51**, 6 Giugno 1908.

8. Temperatura del suolo.**9. Terremoti e Vulcani.**

- Bergat A. Über den Vulkanismus. *Aus. der Natur.* p. 1, 1907.
- Bergat A. Die Stübelsche Vulkantheorie. *Geogr. Zeit.* **10**, p. 225, 1907.

10. Climatologia.

- Burchard C. Sur le climat de l'époque jurassique. *Mem. Antonio Alzate Mexico.* **25**, p. 45, 1907.
- Hann J. Zur Meteorologie der Adria. *Ak. d. Wiss. Wien.* 11. Giugno 1908.

11. Calore solare e irraggiamento.

- Besson L. Sur les relations entre l'insolation e la nébulosité. *Ann. Soc. Mété. de France.* **56**, p. 73, 1908.

12. Apparecchi.

- Chrystal. The theory of the microbarograph, and on some observations with the Dines-Shaw instrument. *Roy. Soc. Edinburgh.* 15 Giugno 1908.
- Steffens O. Ein neuer Windrichtungs-Autograph. *Ann. d. Hydr.* **36**, p. 208, 1908.
- Knech K. Die Entwicklung unserer Kenntnis des Windschutzes bei der Aufstellung der Regenmesser. *Wetter.* **25**, p. 97, 1908.

L. Storia della fisica.

- Dankworth O. Die älteren Apparate der physikalischen Sammlung des Realgymnasium in Magdeburg. Magdeburg, 1908.
- Seals B. N. The mechanical, physical, and chemical theories of the ancient Hindus I. *Asiat. Soc. of Bengal.* 8 Giugno 1908.
- Diels. Ueber alte und neue Kämpfe um die Freiheit der Wissenschaft. *Akads. d. Wiss. Berlin.* 2 Luglio 1908.
- Jacobs E. Das Berliner Exemplar von Guericke's Luftpumpe. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 473, 1908.

- Wiedemann E. Ueber Lampen und Uhren. *Sitzber. Phys. Med. Soc. Erlangen*. 39, p. 200, 1908.
- Wiedemann E. Ueber eine Schrift von Ibn al Haitam: Ueber die Beschaffenheit der Schatten. *Sitzber. Phys. Med. Soc. Erlangen*. 39, p. 226, 1908.
- Wiedemann E. Ueber das Goldmachen und die Verfälschung der Perlen nach al Gaubarl. Erlangen, 1908.
- Meldrum A. N. The Discovery of the Weight of the Air. *Nature*. 78, p. 294, 1908.

M. Trattati.

- Busemann L. und Richter. Physik für Lehrerbildungsanstalten I. 135 p. Leipzig. Dürr. 1908.
- Viale G. Problemi di fisica. p. 150. Livorno, R. Giusti, 1908.
- Gruner P. Die Welt des unendlich Kleinen. 32 p. Hamburg. Schlossmann, 1908.
- Richardson S. S. Magnetism and electricity, and the principles of electrical measurement. p. 604. Blackie. 1908.
- Berg E. J. Electrical Energy. Spon. 1908.
- Elbs K. Die Akkumulatoren. Leipzig. J. A. Barth. 1908.
- Jouguet E. Lectures de mécanique. X+210 p. Paris. Gauthier-Villars. 1908.
- Rinkel R. Einführung in die Elektrotechnik. VI-464 p. Leipzig. B. G. Teubner. 1908.
- Willard P. Les rayons cathodique. 107 p. Paris. Gauthier-Villars. 1908.

A. POZZETTINO.

NOTIZIARIO

— È morto il Prof. H. Becquerel, segretario perpetuo della « Académie des Sciences ».

— È morto il Prof. E. Mascart, ex-Direttore dell' Ufficio centrale Meteorologico francese.

— È morto il Prof. K. von Than di chimica all'Università di Budapest.

— È morto l'Ing. R. Panhard, il celebre costruttore di motori per automobili.

— Il Prof. Wüllner di Acquisgrana ha festeggiato il suo 50^{mo} anno di dottorato.

— Il Prof. Liveing di chimica dell' Università di Cambridge si è ritirato a riposo.

— Il Sig. Smith è stato nominato professore di Chimica applicata all' Università di Londra.

— Il Dott. Nansen è stato eletto professore di Oceanografia all' Università di Christiania.

— S. M. la regina madre d' Italia è stata nominata membro d' onore della Società fisico-medica di Erlangen.

— Il Prof. Cardani dell' Università di Parma è stato eletto membro corrispondente della R. Accademia dei Lincei.

— Al Prof. H. A. Lorentz di Leida è stato conferito il grado di cavaliere dell' ordine Prussiano « pour le mérite » per le scienze.

— Sir G. H. Darwin è stato eletto membro corrispondente dell' Accademia delle Scienze in Berlino.

— Il Prof. Bouchard e il Prof. Picard sono stati rispettivamente eletti Presidente e Vice-Presidente dell' Accademia delle Scienze di Parigi.

— Al principe di Monaco è stata conferita la medaglia d' oro della Società geografica di Londra per i suoi lavori oceanografici.

— La medaglia d'oro Grashof della Società degli ingegneri tedeschi è stata conferita al Prof. Stodola del Politecnico di Zurigo, ben noto per i suoi studi di ingegneria idraulica.

— La grande medaglia Liebig del Verein deutscher Chemiker è stata concessa al Dott. Schönherr per i suoi lavori sull'ossidazione dell'azoto atmosferico.

— La nuova medaglia d'oro della Associazione francese per l'avanzamento delle Scienze, cui va unito un premio di 2000 lire, è stata conferita all'illustre chimico Sir W. Ramsay.

— L'Accademia di Bologna ha bandito un concorso a premio (medaglia d'oro da 1000 lire) sul tema: Elettricità animale (il concorso scade il 26 Maggio 1909). L'accademia di Napoli ha bandito un concorso a premio (medaglia d'oro da 500 lire) pel miglior lavoro sulla mineralogia del Vesuvio (scadenza: 30 Giugno 1909).

— La Società Geografica italiana offre un premio di 5000 lire per il miglior lavoro sulla geografia economica dell'Italia.

— La « Compagnie des drapiers » di Londra ha donato all'Università di Oxford 22,000 sterline per i laboratori.

— La Technische Hochschule di Aachen ha ricevuto dal Circolo degli industriali della regione un dono di 320,000 Mar-
chi per la creazione di borse di studio.

— Per l'estensione dell'Università di Oxford si sono raccolte finora 100,000 sterline.

— L'Institut de France ha dato 9500 franchi sulla fondazione Debrousse all'Accademia delle scienze per la costruzione di un apparecchio per liquefare l'idrogeno.

— Il 15 Settembre si aprirà il nuovo Collegio tecnico municipale di Portsmouth, fondato con una donazione di 100,000 sterline.

— Sir W. Ramsay ha scritto al principe Lichtenstein invitandolo a promuovere la costituzione da parte del Governo Austriaco di un Istituto Radiologico a Vienna; avendo lo Stato Austriaco la proprietà delle cave di Joachimsthal donde si estraggono le sole quantità notevoli di radio finora prodotte.

— Un anonimo ha offerto al governo Austriaco la somma di 500,000 corone per l'erezione in Vienna di un istituto destinato alle ricerche di radioattività.

— L'Accademia delle scienze di Parigi ha concesso fra gli altri i seguenti sussidi sul fondo dato dal principe Rolando Bonaparte per aiutare delle ricerche scientifiche: L. 2000 al Sig. Estanave per fornirgli i mezzi di continuare le sue ricerche sul rilievo in proiezione a visione diretta; L. 2500 ai Proff. Fabry e Buisson dell'Università di Marsiglia perchè possano continuare le ricerche, cominciate da parecchi anni, sullo stabilimento di un sistema di repères di lunghezze d'onda luminose; L. 5000 al Sig. Gonnessiat, Direttore dell'Osservatorio di Algeri per l'acquisto di uno strumento meridiano sistema Gautier; L. 2000 al Sig. Loisel dell'Osservatorio di Juvisy per permettergli di continuare le sue ricerche attinometriche; L. 2500 al Sig. Perot dell'Osservatorio di Meudon acciocchè possa intraprendere lo studio spettroscopico della luce solare col metodo interferenziale a lamine argentate; L. 2000 al Prof. Matignon del Collège de France per la determinazione dei calori specifici a temperatura elevata; L. 3000 al P. Colin, Direttore dell'Osservatorio di Tananarive per la pubblicazione di una carta dell'Imerina Sud.

— L'Accademia delle Scienze di Lipsia ha accordato un sussidio di 1100 Marchi per aiutare ricerche di elettricità atmosferica.

— La Cassa di risparmio di Bologna ha deliberato di istituire i seguenti premi « Cesare Zucchini »: uno annuale, consistente in una medaglia del valore di L. 250 con diploma da conferirsi ai laureati della R. Scuola superiore di agraria in Bologna, e uno quadriennale di L. 15000, cui saranno uniti una medaglia d'oro e un diploma da assegnarsi a quel cittadino italiano o a quell'ente morale che presenti la migliore opera inedita diretta al conseguimento degli scopi pei quali fu fondata la R. Scuola agraria superiore di Bologna.

— Un congresso internazionale sulle Unità elettriche si terrà a Londra il 1° Ottobre 1908.

— Il consiglio comunale di Urbino ha stanziato un premio di 100,000 lire per quell'industriale che impianti nel comune uno stabilimento capace di occupare continuamente non meno di 300 operai.

— Si è costituita in Francia una Società degli Osservatori del M. Bianco sotto l'alto patronato della Accademia delle Scienze. I due Osservatori Janssen e Vallot sono ora riusciti sotto la direzione del Sig. J. Vallot.

La Società s'incarica della manutenzione e dell'organizzazione dei due celebri Osservatori.

— Il 7 Luglio il comandante Peary è partito col « Roosevelt » per la sua nuova spedizione al polo Nord.

— In dieci anni la casa Westinghouse ha costruito 493 turbine a vapore per una potenza complessiva di 930,000 H. P.

— La più grande macchina a gas sembra sia quella della Castner Kellner Alkali C^o, Runcorn, della potenza di 1000 H. P.

— Il nuovo motore leggero N. A. G. della Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft è a 6 cilindri, a 1200 giri sviluppa 100 H. P. Pesa circa 3 Kg. per cavallo.

— L'8 Giugno il monoplano Esnault-Pelterie poté innalzarsi a quasi 40 m. per un volo di 1500 metri.

— Il premio di 10,000 franchi offerto da Armengaud al primo aeroplano capace di rimanere in aria per un quarto d'ora è stato vinto da Farman che è potuto rimanere in aria per 20^m.20^s.

— Il Sig. Deutsch de la Meurthe ha offerto un nuovo premio di L. 25,000 a quell'apparecchio di navigazione aerea che riuscirà a passare la Manica.

— Il conte Zeppelin ha potuto compiere un notevole volo colla sua aeronave. Partito al 1° Luglio da Friedrichshafen alle 8,30, dopo diverse evoluzioni sul lago di Costanza alle 12,30 era sopra Lucerna; tornando indietro alle 14,20 era su Zurigo e alle 20,30 ritornava nel suo hangar. Altezza massima raggiunta = 750 m. velocità massima 15,3 m. al secondo.

— Il conte Zeppelin partì il 4 Agosto da Friedrichshafen col suo dirigibile e dopo 8 ore raggiunge Mannheim; poi scese in vicinanza di Oppenheim ove dimorò 4 ore. Nel viaggio di ritorno, durante una fermata, un temporale distrusse completamente l'aeronave.

— Il nuovo dirigibile francese « Republique » ha raggiunto la velocità media di $58 \frac{\text{Km.}}{\text{ora}}$.

— Una nuova stazione per i sondaggi nell'alta atmosfera è stata costruita a Friedrichshafen sul lago di Costanza.

— Il Sig. Hochheim ha determinato la costante dielettrica dell'Helium. Il valore da lui trovato, $D = 1,000074 \pm 0,000004$ è in buon accordo colla relazione di Maxwell $D = n^2$, infatti ecco i valori di n^2 per l'Helium finora trovati: 1,0000842 (Rayleigh); 1,0000724 (Ramsay-Travers); 1,0000662 (Scheel-Schmidt).

— Secondo le recenti ricerche di Landau sull'effetto magnetico-ottico Faraday nel salgemma, spato d'Islanda, acqua e alcool la teoria elettromagnetica rende bene conto di tutti i fenomeni osservati, ma conviene introdurre nei calcoli anche gli elettroni positivi.

— Secondo Chanoz l'annerimento di una lastra fotografica sotto l'azione dei raggi X non cresce colla durata dell'irraggiamento; per certe durate di esposizione le parti coperte possono essere più scure che le scoperte.

— Grazie alle generosità dell'Accademia delle Scienze in Vienna, che ha posto a loro disposizione 250 mmgr. di radio, i Sigg. Rutherford e Royds hanno potuto determinare lo spettro dell'Emanazione del radio. Le linee principali corrispondono a $\lambda = 5589$ (visibilità 8); 4801,3 (10); 4681,1 (10); 4644,7 (10); 4625,8 (8); 4609,9 (7); 4578,7 (7); 4509 (9); 4460 (10); 4435,7 (8); 4350,3 (15); 4203,7 (10); 4166,6 (20); 4114,9 (10); 4018 (15); 3912 (12); 3853,6 (10); 3664,6 (10).

— Il Sig. Hermann si è recentemente occupato di determinare l'indice di rifrazione assoluto di alcuni gas a 0° e 760 mm. di pressione. Eccone i risultati.

	Aria	Idrogeno
n_D	1,0002939	1,0001384
n_T	1,0002959	1,0001399
n_0	1,0002929	1,0001378

— Secondo le recenti ricerche del Sig. Clifford la suscettibilità magnetica del bismuto sarebbe: $-14,03,10^{-6}$, quella dello stagno: $+0,31,10^{-6}$, quella del rame $-1,22,10^{-6}$. La suscettibilità delle leghe di rame e stagno non è una funzione lineare del % di stagno, ma cresce con questo fino a un massimo e poi decresce.

— Il Sig. L. Saudino (Elettricista, pag. 203, 1908) ha inventato un nuovo dispositivo della pila Daniell che le conferisce una grande costanza: invece del solito vaso poroso egli pone un sistema di due vasi porosi concentrici (intercapedine di 10 mm.) contenenti nell'interstizi una pasta di perossido di piombo.

La f. e. m. di questo elemento oscilla fra 1,05 e 1,10 Volta, la resistenza interna fra 1,3 e 5 Ohm. Questo elemento chiuso su una resistenza di 13 Ohm per circa 1000 ore non diede variazioni di f. e. m. superiori al $\frac{1}{100}$ di volta.

— Secondo i recenti studi di Nichols il colore bleu del cielo non può essere spiegato colla teoria di Rayleigh; l'esame spettrofotometrico della luce riflessa dal cielo mostra dovervi essere qualche altra causa dotata però di una grande variabilità.

— Il Sig. F. W. Clarke, chimico, del « United States geological Survey » pubblica una statistica geochimica dei componenti la Terra. Egli divide la terra in: atmosfera, oceani, litosfera, ed esprime la composizione in peso delle parti conosciute della Terra così: atmosfera 0,03%; oceani 7,08%; litosfera 92,89%. La litosfera comprenderebbe 95% di rocce ignee; 4% di schisti; 0,75% di grès; 0,25% di calcari. L'esame di migliaia e migliaia di queste rocce e la nozione che si possiede della loro distribuzione nella crosta terrestre conduce alla seguente composizione percentuale: O, 47,07%; Si, 28,06; Al, 7,90; Fe, 4,43; Ca, 3,44; Mg, 2,40; Na, 2,48; K, 2,45; Ti, 0,40; H, 0,22; C, 0,20; Ph, 0,11; S, 0,11; Ba, 0,09; Cl, 0,07; Mn, 0,07; Sr, 0,03; Fl, 0,02; altri elementi 0,50. Nell'oceano invece si avrebbe: O, 85,79; H, 10,67; Cl, 2,07; Na, 1,14; Mg, 0,14; S, 0,09; Ca, 0,05; K, 0,04; Br, 0,008; Ca, 0,002.

— Il Sig. W. Schweydar è giunto alla conclusione che il coefficiente di rigidità della Terra sarebbe $6,00 \times 10^{11}$ (C.G.S.), se si considerano nucleo e crosta come aventi la stessa rigidità; se si considerano nucleo e crosta separatamente si ha per il primo: $20,2 \times 10^{11}$; e per la seconda $0,9 \times 10^{11}$.

— Il Sig. Burbank deduce, dalle sue misure di elettricità atmosferica nel Labrador che là la corrente verticale elettrica oscilla fra 37×10^{-16} e 12×10^{-16} ampères per centimetro quadrato.

— Sir James Dewar propone un nuovo metodo per determinare la densità dei vapori e dei gas. Il volume di questi è determinato al modo solito in una provetta connessa a un piccolo recipiente in vetro contenente carbone, preventivamente pesato e vuotato d'aria. Si raffredda quindi questo recipiente nell'aria liquida e lo si mette in comunicazione colla provetta; il gas o il vapore sono totalmente assorbiti e l'aumento del peso dà il peso del gas o vapore misurato.

— Il Sig. A. Brun ha potuto ottenere della silice cristallizzata esponendo la silice fusa all'azione di un miscuglio di vapori di cloruro di Na e di cloruro di K fuori del contatto dell'aria e alla pressione ordinaria. Se la temperatura è di $700-750^\circ$ la massa si trasforma in cristalli di quarzo in circa 40 ore. In tre o quattro giorni di azione continuata si può ottenere dei cristalli fino a 3 millimetri di lunghezza, otticamente omogenei. Se l'esperienza si compie a una temperatura superiore agli 800° , senza raggiungere però i 1000° , e usando silice amorfa in 11 ore si ottengono cristalli esagonali di tridimite.

— Il Sig. Frasch ha ideato un nuovo metodo per estrarre sali solubili dalle miniere; mediante un sistema di tubi si lancia nella miniera l'acqua destinata a sciogliere il sale; la soluzione viene poi fatta risalire mediante un iniettore a vapore, e poi fatta evaporare.

— È noto che l'acciaio al 36 % di nichelio, o acciaio « Invar » ha un coefficiente di dilatazione sensibilmente nullo. Esso non è magnetico ed è quasi inossidabile. Un acciaio della stessa serie, ma a tenore di nichelio inferiore ha lo stesso

coefficiente di dilatazione del vetro e quindi ha potuto sostituire il platino nelle lampade a incandescenza.

— Dagli ultimi studi di Noyes e Weber risulterebbe che il peso atomico dell'idrogeno (ossigeno = 16) sarebbe $1,00775 \pm 0,00002$; quello del cloro 35,457.

— Il Sig. Ostromyslensky ha trovato nel decaciclene ($C^{10}H^{18}$) un solvente della grafite. Il decaciclene fonde a 420° ; in 11 grammi di questo idrocarburo, alla temperatura di 485° , in 5 ore, si sciolsero grammi 1,232 di grafite dando una soluzione completamente opaca e nera.

— Il Dott. Heinecke di Berlino è riuscito a comporre una specie di porcellana refrattaria senza silice mediante un miscuglio di allumina e magnesia pura, unite con un agglomerante organico, che scompare alla cottura. Questa terra refrattaria resisterebbe molto bene all'azione degli alcali.

— Secondo il Sig. Franck si può ottenere direttamente il 50% di SO_2 bruciando lo zolfo in un atmosfera di ossigeno alla pressione di 50 atmosfere. Si può raggiungere il rendimento teorico bruciando un miscuglio di SO_2 e di ossigeno alla pressione di 100 atmosfere.

— Il Sig. Kreusler è riuscito ad ottenere del ferro quasi completamente puro non contenendo esso che 50-100,000 volte meno zolfo che il miglior ferro da dinamo e forse 0,001% di manganese. Il metallo è molto duttile e malleabile, poco attaccabile dall'acido cloridrico. Presenta un'isteresi magnetica molto maggiore che non il ferro da dinamo, quindi l'isteresi non sarebbe generata da impurità. La resistenza elettrica è a $0^\circ C = 0,094,10^{-4}$, il coefficiente medio di temperatura 0,055.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

ENRICO BECQUEREL

La notizia della immatura fine di Enrico Becquerel avvenuta il 25 dello scorso mese di Agosto, a Croisic, in Bretagna, ha destato un senso di doloroso stupore nel mondo scientifico; l'illustre fisico francese aveva difatti dato prova negli ultimi mesi di una grande attività, oltre che nelle indagini scientifiche, alle quali si dedicava sempre con amorosa cura, anche nell'adempimento dei doveri inerenti alla carica di Segretario perpetuo della Classe di Scienze fisiche e matematiche dell'Accademia delle Scienze di Parigi, carica alla quale era stato eletto da sole sei settimane, in sostituzione del compianto geologo de Lapparent.

Enrico Becquerel, come già Pietro Curie, viene a sparire nel pieno vigore dell'età, nel più bel periodo della sua attività scientifica, a soli 56 anni!

Egli apparteneva a quella famiglia di fisici illustri che oramai da tre generazioni si succedono all'*Institut*.

Il nonno, Antonio Cesare Becquerel, aveva lasciato fama di abile investigatore per le sue ricerche nel campo dell'elettricità e specialmente dei fenomeni elettrochimici.

Il figlio di questi, Edmondo, pure essendosi occupato di varie questioni interessanti, come ad esempio degli effetti termo-elettrici, è principalmente noto per le sue ricerche sui fenomeni di fosforescenza, sino ad allora così poco studiati, e per il suo classico trattato: *La Lumière*.

Da lui nacque il 15 Dicembre 1852, Enrico Becquerel.

Dopo aver compiuti gli studi secondari al Liceo *Louis-le-Grand* di Parigi, ed avere ottenuto il diploma d'ingegnere nella Scuola politecnica, Enrico Becquerel fece per alcuni anni parte dell'amministrazione dei *ponts et chaussées*.

Nel 1878, alla morte del nonno, Antonio Cesare Becquerel, suo padre Edmondo passò ad occupare la cattedra di fisica al *Muséum d' Histoire Naturelle*, ed il giovine Enrico venne chiamato ad occupare il posto d' assistente, fino allora tenuto dal padre. Nel 1892, in seguito alla morte di quest'ultimo, egli fu invitato ad assumerne la cattedra, che poi conservò per tutta la vita, malgrado che nel 1894 egli venisse nominato Ingegnere capo dei *Ponts et Chaussées* e nel 1895 professore di fisica all'*Ecole Polytechnique*.

Le prime ricerche di Enrico Becquerel datano dal 1875; in quell'anno, e nei seguenti, egli pubblicò varie memorie sulla polarizzazione rotatoria magnetica e sull'influenza che ha sul fenomeno la lunghezza dell'onda luminosa, ricerche queste che lo condussero alla scoperta dell'influenza del campo magnetico terrestre sul piano di polarizzazione della luce, e quindi della rotazione del piano di polarizzazione della luce solare per azione di questo campo.

Successivamente venivano da lui studiati altri problemi ed eseguite esperienze sul potere rotatorio magneto-ottico del vetro, sulle proprietà magnetiche del nikel e del cobalto, su quelle dell'ozono. Egli durante quei primi anni della sua vita scientifica collaborò anche col padre, trattando il problema della temperatura della crosta terrestre, ricerche queste in cui vennero adoperati metodi termoelettrici per la determinazione delle temperature a varie profondità, nel suolo.

Più tardi si occupò anche dell'assorbimento della luce nei cristalli, studiando le anomalie che presenta tale assorbimento al variare della direzione del raggio luminoso.

I fenomeni di fosforescenza, sui quali già da tempo il nonno aveva richiamato l'attenzione, e che erano poi stati minutamente studiati da suo padre, fornirono ad Enrico Becquerel un largo campo a nuove, feconde indagini. La sua geniale applicazione di tali fenomeni allo studio della regione ultrarossa dello spettro, mostra quale fosse l'acume sperimentale del giovane fisico francese, e merita di essere qui ricordata; è noto che la durata della fosforescenza di una sostanza viene notevolmente diminuita allorquando questa, dopo aver subito l'azione eccitatrice della luce, viene esposta all'azione

di un fascio di raggi di grande lunghezza d'onda: a Becquerel venne un giorno in mente che si potesse adoperare tale proprietà dei raggi ultrarossi per istudiare quella regione dello spettro, sino ad allora assai mal conosciuta a causa della poca delicatezza dei metodi d'investigazione conosciuti. Ed egli infatti poté vedere, esponendo sul cammino dei raggi ultrarossi uno schermo ricoperto di un solfuro alcalino-terroso, previamente eccitato, disegnarsi gradatamente su di un fondo più oscuro un gruppo di linee e di bande luminose, corrispondenti evidentemente a delle linee e a delle bande esistenti nella regione ultrarossa: com'è noto tali risultati sono stati in seguito confermati e completati dal Langley mediante quello strumento delicatissimo che è il bolometro.

In quell'epoca, in cui per lo studio dei suddetti problemi egli adoperava i medesimi preparati di cui aveva in passato fatto uso suo padre per istudiare le leggi fondamentali della fosforescenza, Enrico Becquerel non immaginava certo che ad uno di quegli stessi prodotti sarebbe andato debitore di una scoperta fra le più importanti che siano state fatte nel campo della fisica.

L'annuncio dato da Roentgen, sullo scorcio dell'anno 1895, dell'esistenza di una nuova specie di radiazioni emesse dal tubo di Crookes, mise il Becquerel sulla strada di quella grande scoperta per cui il suo nome, accanto a quello di Curie, rimarrà immortale, fra i nomi degli uomini che maggiormente hanno contribuito al progresso della Scienza.

Il Roentgen, e quelli che avevano ripetute le sue esperienze, avevano notato che i raggi penetranti emessi dall'ampolla di Crookes sembravano scaturire da quella parte del tubo di vetro che diventava luminosa sotto l'azione dei raggi catodici, ed a vari fisici, tra gli altri al Poincaré, era sorto il dubbio che l'emissione dei nuovi raggi potesse essere strettamente legata a tale fenomeno di fluorescenza, e che perciò la fosforescenza e la fluorescenza prodotte anche da altre cause potessero essere accompagnate da una emissione di raggi consimili a quelli segnalati da Roentgen.

A Becquerel toccò l'onore, tentando l'esperienza, di scoprire il fatto nuovo che doveva rendere il suo nome universalmente noto.

Il primo annunzio della importante scoperta venne da lui comunicato all'Accademia delle Scienze di Parigi il 24 Febbraio 1896, in una nota dal titolo: *Sur les radiations émises par phosphorescence*. In questa nota era descritta l'esperienza fondamentale sopra cui si è poi andato edificando quel mirabile edificio che costituisce ormai uno dei più importanti capitoli della fisica: i cristalli di solfato doppio d'uranio e potassio emettevano delle radiazioni capaci d'impressionare una lastra fotografica attraverso ad uno schermo opaco per la luce ordinaria. Questo il fatto fondamentale, che aprì la via al nuovo e fecondo campo di studi ch'è la radioattività.

Non starò a rifare ora la storia di questa nuova scienza. A tutti è noto come la scoperta di Becquerel sia stata l'origine di estesissime ricerche, tra le quali sono da citare in prima linea quei mirabili lavori dei coniugi Curie che hanno condotto alla scoperta del radio.

Ma Becquerel non ha soltanto segnalato un fenomeno del tutto insospettato, aprendo così la via agli altri; egli stesso ha proseguito le investigazioni, dando ripetutamente prova di quell'abilità sperimentale che caratterizza anche le sue ricerche anteriori. Dopo aver dimostrato che la radioattività, come egli stesso ebbe a chiamarla, era una proprietà dell'elemento uranio, indipendente dallo stato di combinazione di quest'ultimo, ed indipendente anche da qualsiasi causa eccitatrice esterna nota, egli, servendosi dei prodotti radiferi preparati da Curie, sottopone ad accurato esame la radiazione, e, avendo osservato l'azione su di questa dei campi elettrico e magnetico, dimostra, in una serie di esperienze oltremodo eleganti, la complessità della radiazione stessa.

L'insieme delle ricerche compiute dal Becquerel sino al 1903 sono contenute in un volume delle Memorie della *Académie des Sciences*, dal titolo: « *Recherches sur une propriété nouvelle de la matière: activité radiante spontanée ou radioactivité* ».

Da cotesta opera, in cui è ordinato in un tutto armonico l'insieme delle sue ricerche, appare tutto il merito scientifico di Enrico Becquerel.

Accanto alle soddisfazioni intime che procura l'indagine scientifica e la scoperta di fenomeni nuovi, accanto a quella che Moissan chiamava *l'âpre volupté de la recherche*, non mancarono a Becquerel, sino dai primi anni della sua brillante carriera scientifica, gli onori giustamente resi ai suoi meriti eccezionali. Infatti, nel 1889, e cioè a soli 37 anni, egli veniva eletto membro dell'*Académie des Sciences* al posto di Berthelot, che ne era stato allora nominato Segretario perpetuo; è da notare che in quell'epoca viveva ancora Edmondo Becquerel, anche lui membro della medesima assemblea.

Nel 1897 Enrico Becquerel venne nominato Presidente della Società Francese di Fisica, e nel 1900 ebbe dalla *Royal Society* di Londra la medaglia Rumford. Il premio Nobel del 1903 venne, come tutti ricorderanno, diviso fra lui e i coniugi Curie.

L'anno scorso poi gli era stata assegnata dalla *National Academy* degli Stati Uniti la medaglia Burnard e dalla Accademia di Berlino la medaglia Helmholtz.

Era stato inoltre nominato Vice-Presidente della *Académie des Sciences* della quale poi recentemente era stato chiamato alla carica di Segretario perpetuo.

Membro onorario di molte Società Scientifiche, francesi ed estere, (l'Accademia dei Lincei lo annoverava tra i propri soci), dottore « *honoris causa* » delle università di Gottinga, Cambridge, Oxford, Manchester ed Aberdeen, da tutti gli scienziati venne onorato e considerato come un sommo.

Egli lascia un figlio, Giovanni Becquerel, il quale sembra si apparessi a seguire le tradizioni glosiose della sua famiglia. I suoi recenti lavori, che gettano una luce del tutto nuova su ciò che designamo col nome di elettricità positiva, costituiscono più che una promessa; da soli bastano ad aggiungere nuovo lustro al nome, già così benemerito della Scienza, dei Becquerel.

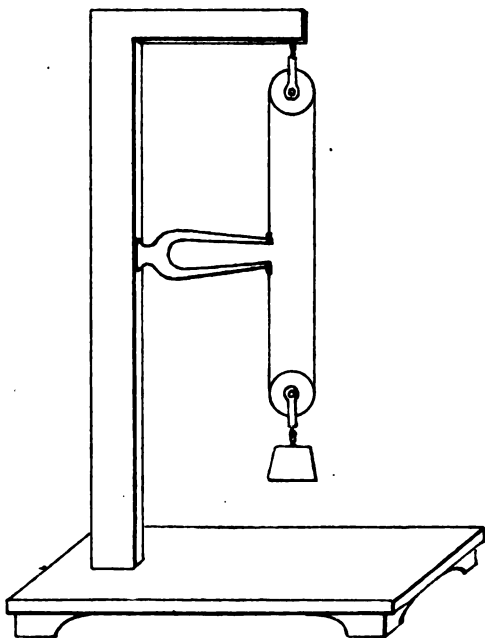
G. A. BLANC.

SUL METODO DI CAMPIONAMENTO DEI DIAPASON COI PESI.

RETTIFICAZIONE

di A. STEFANINI.

Nella esposizione della parte teorica del nuovo metodo di campionamento dei diapason coi pesi ¹⁾, per un' inesplicabile disavvertenza è incorsa una svista, che non ha influenza sul metodo, ma che è necessario rettificare.



Quando pensai di adoprare un peso per eccitare la vibrazione dei diapason, immaginai la disposizione rappresentata qui sopra; e fu con tale disposizione, che il prof. Gradenigo

1) A. Stefanini e G. Gradenigo; N. Cim. (5), vol. 15, p. 181, 1908.

cominciò le esperienze nell'ottobre del 1907. Fino da quel tempo io compilai tutta la parte teorica, che ha per fondamento la formola (1) della Nota citata. È chiaro che con la disposizione sopra indicata, su ciascuna delle branche del diapason viene ad agire effettivamente la forza $\frac{P}{2}$, se P è la somma del peso della carrucola mobile, e di quello che vi è attaccato.

Per render più agevole la manipolazione, e soprattutto per evitare di dover tener conto del peso della carrucola mobile, adoprando la quale mal si poteva sperimentare con piccoli pesi, ricorsi poi alla disposizione delle due carrucole fisse, rappresentata nella figura 1 della Nota citata.

Con quella nuova disposizione il valore della forza agente su ciascuna branca del diapason dipende dal peso attaccato al filo verticale, e dall'angolo che fanno fra loro i due fili passanti sopra le carrucole. Però mantenendo costante tale angolo, ossia adoprando sempre lo stesso filo e la medesima distanza fra le carrucole, anche con questa disposizione la forza che agisce su ciascuna branca del diapason è proporzionale al peso che si adopera. Ma non si può dire che essa sia uguale a $\frac{P}{2}$, com'era nel caso della carrucola mobile; e non so rendermi conto come io abbia potuto dimenticarmi di avvertir tutto ciò, allorchè nella prima relazione della Nota introdussi quel cambiamento.

È vero bensì che, dicendo che per liberare il diapason dal peso il filo si deve bruciare nel tratto verticale, la condizione necessaria affinchè il metodo delle carrucole fisse sia esatto è di per sè verificata; ma sarebbe stato pur sempre necessario avvertire esplicitamente che la lunghezza del filo e la distanza delle carrucole debbono rimaner costanti, e che il valore di K nella (1) dipende anche dall'angolo che fanno i fili cui è attaccato il peso.

Con questa avvertenza, anche l'uso delle due carrucole fisse conduce a risultati esatti, com'è confermato dal fatto che per i campionamenti eseguiti con quel metodo, la rappresen-

tazione della durata del suono in funzione del logaritmo del peso adoprato, fornisce una retta come vuole la teoria.

Ma poichè può accadere che qualche volta il filo si strappi, o venga bruciato, è necessario tener conto della sua lunghezza, affinchè nelle successive applicazioni le condizioni sperimentali sieno sempre le medesime.

**SU LE FIGURE DI EQUILIBRIO, DERIVATE DALLE ELLISSOIDICHE,
IN UN CORPO FLUIDO, OMOGENEO ED INCOMPRESSIBILE, DOTATO DI MOTO ROTATORIO
UNIFORME.**

UMBERTO CRUDELI.

I.

Le figure di equilibrio derivate dalle ellissoidiche.

Dallo studio delle figure di equilibrio di un corpo fluido, omogeneo ed incompressibile, rotante uniformemente, sappiamo come, supposto che gli elementi del detto corpo si attraggano mutuamente secondo la formula Newtoniana, e non siano assoggettati ad altre forze di massa prestabilite, esiste un limite superiore ω^* (raggiungibile) delle velocità angolari, oltre il quale non sono possibili figure di equilibrio ellissoidiche. L'ellissoide corrispondente alla velocità ω^* è la così detta forma di biforcazione. Si domanda:

Per valori $\omega^* \pm \varepsilon$ della velocità angolare di rotazione del supposto moto uniforme, dove ε può suppersi piccola quanto ci piace, esistono figure di equilibrio, le quali, per $\varepsilon = 0$, si dovrebbero confondere con l'ellissoide di biforcazione e che dovrebbero variare con continuità, facendo con continuità variare ε ? È la domanda che fu rivolta da Tchebychef al sig. Liapounoff e ad altri scienziati russi ¹⁾.

Fra le figure di equilibrio del Liapounoff non vi sono forme poco diverse dall'ellissoide di biforcazione ²⁾. In altre parole, fra le figure medesime, non vi sono, per usare una

1) Liapounoff — Sur un problème de Tchebychef. Mémoires de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, VIII série, classe phys. math., vol. XVII, N. 3, 1905.

2) Liapounoff — Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoïdes d'une masse Equide homogène douée d'un mouvement de rotation (première partie), pag. 201.

denominazione del sig. Poincaré ¹⁾, figure di equilibrio derivate dal detto ellissoide. Ma possono esistere figure di equilibrio derivate dall'ellissoide di biforcazione? Le figure del Liapounoff sono tutte, e sole, le figure di equilibrio derivate dalle ellissoidiche?

La domanda di Tchebychef non ha avuto ancora una risposta.

Ad ogni modo, in una trattazione più generale, la stessa domanda può essere fatta a proposito di un altro qualsiasi degli ellissoidi di equilibrio. Ed il sig. Liapounoff perviene, nel lavoro su ricordato, ad un notevole teorema di esistenza ²⁾.

Una prima approssimazione fu studiata dal Liapounoff stesso fino dal 1884, in una memoria comparsa in russo e tradotta nel 1884 negli « Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse ». Una prima approssimazione fu pure, successivamente, trovata dal sig. Poincaré ³⁾. Ma, da questi primi studi, non si poteva dedurre l'esistenza di figure d'equilibrio, quantunque il Poincaré stesso, nella memoria ricordata, annunciava di avere scoperto un'infinità di nuove figure di equilibrio. Egli, con generalizzazione per analogia, estendeva, al caso di un liquido, certe considerazioni relative ad un sistema materiale, di cui la posizione sia definita da un numero finito di parametri. E faceva notare che « il y aurait bien des objections à faire, mais on ne saurait exiger en mécanique la même rigueur qu'en analyse pure pour ce qui concerne l'infini ». Ma, come osserva, in proposito, il signor Liauponoff « s'il est permis parfois de se servir de considérations vagues, lorsqu'on veut établir un nouveau principe, qui ne résulte pas logiquement de ce qu'on a déjà admis et qui, par sa nature, ne peut être en contradiction avec d'autres principes de la Science, il n'est plus permis de le faire, dès qu'on a à résoudre un problème déterminé (qu'il soit de la Mécanique ou de la Physique) qui est posé d'une manière entièrement précise au point de vue mathématique. Ce devient

1) Poincaré — Figures d'équilibre d'une masse fluide. (Leçons professées à la Sorbonne en 1900).

2) Ibid., pag. 217.

3) Compt. Rend., 1885.

alors un problème de l'Analyse pure et l'on doit le traiter comme un tel ».

Dal campo delle approssimazioni, siamo ora entrati in quello rigoroso dei problemi d'inversione, generati da equazioni integrali.

Nello studio delle figure d'equilibrio di un corpo fluido eterogeneo, e, precisamente, nello stabilire l'impossibilità di certe stratificazioni, il prof. Volterra ¹⁾ ebbe a trattare un problema d'inversione, generato da equazione integrale, nel quale uno dei limiti dell'integrale, sotto cui figura la funzione incognita, è variabile. Il problema in discorso, quantunque non risolubile col metodo usato dallo stesso prof. Volterra per la sua equazione integrale, condusse alla nota proposizione sull'impossibilità delle stratificazioni costituite da quadriche omotetiche e concentriche o da quadriche omofocali, imponendo alla densità la sola condizione di essere una funzione integrabile. Era questo il primo caso, in cui un problema d'inversione conduceva ad un teorema d'indole così generale nello studio delle figure di equilibrio.

La soluzione di un nuovo problema d'inversione viene ora a stabilire l'esistenza di certe figure di equilibrio, nel caso dei fluidi omogenei. Come si vede, dunque, le equazioni integrali vanno presentandosi anche nella meccanica celeste, ove conducono a soluzioni di questioni importantissime. Però, a motivo di condizioni meno restrittive, i metodi usati dal Volterra e dal Fredholm, per risolvere le loro equazioni integrali, non figurano nella trattazione di quelle questioni.

Io mostrerò come lo studio dell'equazione integrale del Liapounoff può collegarsi con quello di una equazione del Fredholm di seconda specie, nella quale la funzione caratteristica (nucleo) sia finita.

Tchebichef, nel proporre il suo problema, espresse l'opinione che il metodo delle approssimazioni successive avrebbe dovuto condurre alla soluzione. Speriamo che l'equazione integrale del Fredholm possa servire anche a dare una risposta alla domanda dell'illustre geometra.

1) Volterra — Sur la stratification d'une masse fluide en équilibre, Acta Math., 27, 1903, pag. 105.

II.

L'equazione integrale del Liapounoff.

Se indichiamo con f la costante della gravitazione universale, con k la densità del fluido e con ω la velocità angolare di rotazione, è noto come, assumendo l'asse di rotazione come asse z , la nota condizione di equilibrio deve scriversi, per usare le stesse notazioni del Liapounoff, come segue

$$\pi f k U + \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) = \text{costante sulla superficie del fluido,}$$
avendo posto

$$U = \frac{1}{\pi} \int \frac{d\tau}{r}.$$

È noto il significato dei simboli x, y, τ ed r .

Ponendo $\frac{\omega^2}{2\pi f k} = \Omega$, avremo in superficie

$$(1) \quad U + \Omega (x^2 + y^2) = \text{cost.}$$

Indichiamo con Ω_0 il valore di Ω corrispondente ad una delle figure ellissoidiche di equilibrio, figura che indicheremo con E_0 , e, scegliendo convenientemente l'unità di lunghezza, indichiamo con

$$\sqrt{q+1}, \sqrt{q}, \sqrt{q}$$

i semiassi della figura ellissoidale in discorso, essendo q e q due numeri positivi. Allora, le coordinate di un punto della nostra superficie potranno scriversi come segue

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{q+1} \sin \theta \cos \psi \\ y = \sqrt{q+q} \sin \theta \sin \psi \\ z = \sqrt{q} \cos \theta \end{array} \right.$$

essendo θ e ψ due angoli variabili, compresi rispettivamente fra 0 e π e fra 0 e 2π . Supporremo $q \leq 1$; talchè $\sqrt{q+q}$ sarà la grandezza del semiasse medio di E_0 , se tale ellissoide non è di rivoluzione.

Ora, supponiamo che esista una serie di figure di equilibrio poco diverse dall'ellissoide E_0 , per le quali le coordinate di un punto della superficie siano espresse da

$$(2) \quad \begin{cases} x = \sqrt{\varrho + \zeta + 1} \operatorname{sen} \theta \cos \psi \\ y = \sqrt{\varrho + \zeta + q} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi \\ z = \sqrt{\varrho + \zeta} \cos \theta . \end{cases}$$

Le figure in discorso siano corrispondenti ai valori $\Omega_0 + \eta$ di Ω , essendo η una funzione di un parametro α , la quale tende a zero con lo svanire di α ed è nulla per $\alpha = 0$, e ζ sia una funzione di θ e ψ , della quale tutti i valori possono essere supposti piccoli quanto ci piace, corrispondentemente ad un valore convenientemente piccolo di $|\alpha|$.

L'equazione (1) prenderà la forma seguente

$$(3) \quad U + (\Omega_0 + \eta)(\varrho + \cos^2 \psi + q \operatorname{sen}^2 \psi + \zeta) \operatorname{sen}^2 \theta = \text{cost.}$$

Le coordinate x_τ, y_τ, z_τ di un punto dell'elemento di volume $d\tau$ potranno, evidentemente, scriversi come segue

$$(4) \quad \begin{cases} x_\tau = \sqrt{\varrho + \xi + 1} \operatorname{sen} \theta_\tau \cos \psi_\tau \\ y_\tau = \sqrt{\varrho + \xi + q} \operatorname{sen} \theta_\tau \operatorname{sen} \psi_\tau \\ z_\tau = \sqrt{\varrho + \xi} \cos \theta_\tau , \end{cases}$$

supponendo

$$\xi \geq -\varrho .$$

ed avendo indicato con θ_τ e ψ_τ i noti angoli corrispondenti al punto (x_τ, y_τ, z_τ) .

Allora ponendo

$$\begin{aligned} & \varrho(\varrho + q) \operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \psi + \varrho(\varrho + 1) \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \psi + \\ & + (\varrho + 1)(\varrho + q) \cos^2 \theta = H(\varrho, \theta, \psi) \\ & \sqrt{\varrho(\varrho + 1)(\varrho + q)} = \Delta(\varrho) , \end{aligned}$$

resulterà ¹⁾)

$$(5) \quad U = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} d\sigma \int_{-\rho}^{\zeta_{\sigma}} \frac{H(\varrho + \xi, \theta_{\tau}, \psi_{\tau})}{r \Delta(\varrho + \xi)} d\xi,$$

σ essendo la superficie sferica di raggio unitario, avente per centro l'origine delle coordinate, e ζ_{σ} ciò che diventa ζ , quando al posto di θ e ψ , si ponga rispettivamente θ_{τ} e ψ_{τ} . Come si vede, H , Δ ed r sono quantità essenzialmente positive. Indicando con $D(\varrho, \varrho_{\tau})$ la distanza fra i punti aventi per coordinate rettangolari rispettivamente

$$\begin{aligned} & \sqrt{\varrho + 1} \sin \theta \cos \psi, \quad \sqrt{\varrho + q} \sin \theta \sin \psi, \quad \sqrt{\varrho} \cos \theta \\ & \sqrt{\varrho_{\tau} + 1} \sin \theta_{\tau} \cos \psi_{\tau}, \quad \sqrt{\varrho_{\tau} + q} \sin \theta_{\tau} \sin \psi_{\tau}, \quad \sqrt{\varrho_{\tau}} \cos \theta_{\tau}, \end{aligned}$$

sarà

$$U = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} d\sigma \int_{-\rho}^{\zeta_{\sigma}} \frac{H(\varrho + \xi, \theta_{\tau}, \psi_{\tau})}{D(\varrho + \xi, \varrho_{\tau} + \xi) \Delta(\varrho + \xi)} d\xi.$$

Sia ϕ l'angolo compreso fra i due raggi (θ, ψ) e $(\theta_{\tau}, \psi_{\tau})$.

Supponendo che si possano assegnare due numeri positivi l e g , in modo che resulti

$$(6) \quad \left| \frac{\zeta}{\varrho} \right| < l$$

$$(7) \quad \frac{|\zeta_{\sigma} - \zeta|}{2\varrho \sqrt{2(1 - \cos \phi)}} < g$$

per tutti i valori di θ e ψ e di θ_{τ} , ψ_{τ} e supponendo, inoltre, i suddetti numeri sufficientemente piccoli, il sig. Liapounoff perviene ²⁾) a mostrare, mediante sviluppi in serie e con l'uso di funzioni maggioranti, che l'equazione (3) può porsi sotto la forma seguente

$$(8) \quad R H \zeta - \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} \zeta_{\sigma} d\sigma}{D} = \frac{\Delta}{2} W + \text{cost.},$$

1) Ibd., pag. 6.

2) Ibd., pag. 22.

dove H_σ e ζ_σ sono ciò che diventano rispettivamente H e ζ , quando, al posto di θ e ψ , si sostituiscono le variabili d'integrazione θ_σ e ψ_σ , e dove D è la distanza fra i punti dell'ellissoide di riferimento che hanno rispettivamente per coordinate rettangolari

$$\sqrt{\varrho+1} \sin \theta \cos \psi, \quad \sqrt{\varrho+q} \sin \theta \sin \psi, \quad \sqrt{\varrho} \cos \theta$$

$$\sqrt{\varrho+1} \sin \theta_\sigma \cos \psi_\sigma, \quad \sqrt{\varrho+q} \sin \theta_\sigma \sin \psi_\sigma, \quad \sqrt{\varrho} \cos \theta_\sigma.$$

Inoltre

$$R = \frac{1}{2} \varrho \int_p^\infty \frac{dt}{t \Delta(t)}$$

$$W = \eta (\varrho + \cos^2 \psi + q \sin^2 \psi + \zeta) \sin^2 \theta + U_1 + U_2 + \dots + U_n + \dots$$

essendo

$$U = U_0 + U_1 + \dots + U_n + \dots,$$

serie convergente assolutamente ed uniformemente per rapporto a θ e ψ . U_n è un certo polinomio rispetto a ζ .

A proposito della condizione (7), il sig. Liapounoff così si esprime a pag. 201 del suo libro « sur les figures d'équilibre etc. » :

« Dans le cas $m=2$, $k=0$ ¹⁾, il n'existe point de figures d'équilibre non ellipsoïdales, qui puissent être assez peu différentes de l'ellipsoïde E_0 , en ce sens que les plus grandes valeurs absolues des fonctions

$$\zeta, \quad \frac{|\zeta_\sigma - \zeta|}{\sqrt{1 - \cos \phi}}$$

soient assez petites.

..... Mais on peut se demander, n'y a-t-il pas alors de certaines autres figures d'équilibre, qui puissent être aussi peu différentes de l'ellipsoïde E_0 qu'on veut.

Si, par les figures peu différentes de l'ellipsoïde E_0 , on entend celles pour lesquelles les plus grandes valeurs absolues des deux fonctions

1) Ellissoide di biforcazione.

$$\zeta = \frac{\zeta_\sigma \bullet \zeta}{\sqrt{1 - \cos \phi}}$$

sont petites, la réponse, d'après ce que nous venons de voir, est négative. Mais, en concevant la question d'une façon générale, on ne doit faire aucune hypothèse au sujet de la seconde fonction, et l'on peut seulement supposer que la plus grande valeur absolue de la fonction ζ puisse être rendue aussi petite qu'on veut, en faisant la vitesse angulaire assez voisine de son maximum pour les figures ellipsoïdales.

Sous cette forme générale, la question ne peut être résolue d'après l'analyse précédente.

Elle demande alors de nouvelles recherches, et nous nous proposons de nous en occuper dans un autre travail ».

E torniamo, senz'altro, all'equazione (8).

Il sig. Liapounoff¹⁾, nel ricercare se ζ può porsi sotto la forma

$$(9) \quad \zeta = \zeta_{10} \alpha + \zeta_{01} \eta + \zeta_{20} \alpha^2 + \zeta_{11} \alpha \eta + \zeta_{02} \eta^2 + \dots = \sum_{rs} \alpha^r \eta^s,$$

viene condotto a sostituire alla equazione (8) una serie infinita di equazioni della forma seguente

$$R H \zeta_n - \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} \zeta_n \cdot \sigma d\sigma}{D} = S_n + \text{cost.}$$

$$(n = 1, 2, 3 \dots),$$

avendo posto

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_n + \dots,$$

dove ζ_n rappresenta la somma dei termini di grado n rispetto ad α e η , che compariscono nella (9). S_1 è una funzione nota di ϑ e ψ , e le altre S_i dipendono tutte dalle ζ_s , per le quali l'indice s è inferiore ad i . Talchè, supponendo calcolate $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{n-1}$, la funzione S_n sarà una funzione nota di ϑ e ψ . Dunque, l'equazione generica sarà la seguente:

$$(10) \quad R H z - \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} z_{\sigma} d\sigma}{D} = Z + C,$$

1) Ibid., pag. 176.

dove z è la funzione incognita, Z è una funzione data di θ e ψ , e C è una costante.

Supponendo dato il valore dell'

$$\int_{\sigma} H z d\sigma,$$

resulta¹⁾ fissata la costante C .

Infatti, nella nota terna di coordinate ellittiche, indichiamo con μ e ν quelle che sono legate a θ e ψ dalle equazioni

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\nu^2} = \sqrt{1-q} \sin \theta \cos \psi \\ \sqrt{q-\mu^2} \sqrt{\nu^2-q} = \sqrt{q(1-q)} \sin \theta \sin \psi \\ \mu \nu = \sqrt{q} \cos \theta, \end{array} \right.$$

e consideriamo le funzioni di Lamé degli argomenti μ e ν . Indicando con

$$E_{n,0}(\xi), E_{n,1}(\xi), \dots, E_{n,n}(\xi)$$

le $2n+1$ funzioni di Lamé dell'argomento generico reale ξ , poniamo

$$F_{n,s}(\xi) = (2n+1) E_{n,s}(\xi) \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{[E_{n,s}(\xi)]^2 \sqrt{(\xi^2-1)(\xi^2-q)}}$$

(che rappresenta, secondo la denominazione di Heine, una funzione di Lamé di seconda specie).

Poniamo, inoltre, u essendo positivo,

$$E_{n,s}(\sqrt{u}\sqrt{-1}) = E_{n,s}(u)$$

$$F_{n,s}(u) = \frac{2n+1}{2} E_{n,s}(u) \int_u^{\infty} \frac{du}{[E_{n,s}(u)]^2 \sqrt{u(u+1)(u+q)}}$$

Allora le note formule di Liouville si scriveranno come segue

$$\int_{\sigma} \frac{E_{n,s}(\mu\sigma) E_{n,s}(\nu\sigma)}{D(u, v)} d\sigma = \frac{4\pi}{2n+1} E_{n,s}(u) F_{n,s}(v) E_{n,s}(u) E_{n,s}(v)$$

per $u \leq v$,

1) Ibid., pag. 51.

$$\int_{\sigma} \frac{E_{n,s}(\mu_{\sigma}) E_{n,s}(\nu_{\sigma})}{D(u, v)} d\sigma = \frac{4\pi}{2n+1} E_{n,s}(v) F_{n,s}(u) E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu)$$

per $u \geq v$,

avendo indicato con μ_{σ} e ν_{σ} ciò che diventano μ e ν , quando nelle (11) si sostituisce θ e ψ con θ_{σ} e ψ_{σ} (coordinate polari di un punto dell'elemento $d\sigma$).

Ciò posto, moltiplicando i due membri della (10) per $d\sigma$ ed integrando su tutta la superficie sferica σ , risulterà

$$(R - E_{0,0} F_{0,0}) \int_{\sigma} H z d\sigma = \int_{\sigma} Z d\sigma + 4\pi C,$$

avendo indicato $E_{0,0}(\varrho)$ ed $F_{0,0}(\varrho)$ semplicemente con $E_{0,0}$ ed $F_{0,0}$.

Da cui si vede, appunto, come, supposto dato il valore dello

$$\int_{\sigma} H z d\sigma \text{ risulta fissata la costante } C$$

Ora, ponendo nella (10) $z + \frac{a}{H}$ al posto di z , essendo a una costante convenientemente scelta, si potrà ridurre la stessa equazione (10) alla seguente

$$(I) \quad R H z - \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} z_{\sigma} d\sigma}{D} = Z,$$

intendendo di prendere

$$a = \frac{C}{R - E_{0,0} F_{0,0}},$$

dove il denominatore non può esser nullo, giacchè

$$R = \frac{1}{2} \varrho \int_p^{\infty} \frac{dt}{t \Delta(t)}$$

ed

$$E_{0,0} F_{0,0} = \frac{1}{2} \int_p^{\infty} \frac{dt}{\Delta(t)}.$$

La (I) rappresenta l'equazione integrale del Liapounoff.

Così il Liapounoff è pervenuto ad un'equazione integrale, in cui la funzione caratteristica (nucleo) presenta un punto di infinito nel campo d'integrazione.

Vedremo in seguito come egli rivolse l'equazione (I), senza ricorrere a formule risolutive d'indole generale, basandosi su certe proprietà relative alle funzioni di Lamé. Ora è mio intento di venire a studiare l'equazione più generale, di cui la (I) è un caso specifico, cioè la equazione integrale del Fredholm, nel caso che la funzione caratteristica abbia punti d'infinito.

III.

Studio di un'equazione integrale, nel caso che la funzione caratteristica abbia punti d'infinito.

Il sig. Fredholm ha trattato, nella sua memoria fondamentale, « Sur une classe d'équations fonctionnelles »¹⁾, il caso in cui la funzione caratteristica $F(x, y)$, che compare nella equazione integrale

$$\phi(x) + \int_0^1 F(x, y) \phi(y) dy = \psi(x),$$

diventi infinita in modo che $(x-y)^\alpha \cdot F(x, y)$, essendo $0 < \alpha < 1$, rimanga finita, ed ha esteso il caso medesimo all'altro più generale dell'equazione

$$\begin{aligned} \phi(x_1, x_2, \dots, x_n) + \int_0^1 \dots \int_0^1 i(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_n) dy_1, \dots, dy_n = \\ = \psi(x_1, \dots, x_n), \end{aligned}$$

nella quale si suppone che la funzione caratteristica $i(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_n)$ divenga infinita in modo che $r^\alpha i(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_n)$ rimanga finita, essendo $0 < \alpha < n$, dove α è un numero con-

1) Acta mathematica, t. XXVII (1908), pag. 384.

venientemente scelto ed r la distanza fra i punti aventi per coordinate cartesiane rispettivamente x_1, \dots, x_n ed y_1, \dots, y_n .

Il sig. Plemelj ¹⁾ considera il caso generico di un'equazione integrale del Fredholm, della quale $f(s, \theta)$ e $\chi(\theta)$ siano le funzioni note. Egli suppone che la funzione caratteristica $f(s, \theta)$ abbia punti d'infinito e sia tale che, considerando le funzioni

$$f_1(s, t), f_2(s, t), f_3(s, t), \dots$$

dove

$$f_n(s, t) = \int f_{n-1}(s, \theta) f(\theta, t) d\theta$$

$$f_1(s, t) = f(s, t),$$

la funzione $f_n(s, t)$ sia finita, per un certo valore di n .

Come osserva il sig. Picard ²⁾, considerando, p. es., l'equazione integrale

$$(1) \quad \phi(x) + \mu \int_0^1 f(x, s) \phi(s) ds = \psi(x)$$

(dove μ è una costante ausiliaria) se, sotto il segno d'integrazione, sostituiamo a $\phi(s)$ il valore

$$\psi(s) - \mu \int_0^1 f(s, s') \phi(s') ds',$$

si ha l'equazione

$$(2) \quad \phi(x) - \mu^2 \int_0^1 f_1(x, s') \phi(s') ds' = \psi(x) - \mu \int_0^1 f(x, s) \psi(s) ds,$$

avendo posto

$$f_1(x, s') = \int_0^1 f(x, s) f(s, s') ds.$$

1) I. Plemelj — Monatshefte für Math. und Phys., 1904, pag. 123.

2) E. Picard — Rend. del Circ. Mat. di Palermo, 1906, pag. 242.

L'equazione (2) è del tipo ordinario. Potrà darsi che $f_1(x, s')$ sia finita, ed allora avremo da trattare un'equazione integrale avente la funzione caratteristica finita, equazione che il signor Picard dice equivalente alla (1). Poichè tale denominazione, supposto che la (1) ammetta soluzione, risulta giustificata soltanto per i valori non singolari del parametro μ^2 della (2).

Se, poi, la $f_1(x, s')$ non risulterà finita, si potrà ripetere per la (2) l'operazione già eseguita per la (1), etc. Così viene, portato in considerazione l'aggregato di funzioni

$$f(x, s), f_1(x, s), \dots, f_n(x, s), \dots$$

dove

$$f_n(x, s) = \int_0^1 f_{n-1}(x, s') f(s', s) ds'.$$

Come osserva ancora il sig. Picard, la funzione $f_n(x, s)$ risulterà, nelle applicazioni più usuali, finita, e, in tal caso, la riduzione, desiderata sarà effettuata dopo n operazioni. Così, supponendo che $f(x, s)$ divenga infinita soltanto per $x = s$, ed infinita come $\frac{1}{(x-s)^\alpha}$, dove $(0 < \alpha < 1)$, si vede facilmente che $f_n(x, s)$ sarà finita per un certo valore di n .

Questi risultati si possono, poi, generalizzare, nel caso che la funzione incognita sia funzione di più variabili. Così, p. es., quando si ha l'equazione

$$\phi(x, y) + \mu \int_{\sigma} f(x, y; u, v) \phi(u, v) du dv = \psi(x, y),$$

l'integrale doppio essendo esteso a tutta l'area piana σ . Particolarmente interessante, per la teoria del potenziale, è il caso in cui $f(x, y; u, v)$ è infinita, per $x = u$ ed $y = v$, come

$$\frac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}}.$$

In tal caso la funzione $f_2(x, y; u, v)$ risulta finita.

Il metodo, testè esposto, consiste, come si vede, nel cercare di ridursi alla trattazione di una nuova equazione integrale di 2ª specie, in cui la funzione caratteristica sia finita.

$$D_r(\mu) = 1 + \mu \int_c F(\lambda_1, \lambda_1) d\lambda_1 + \dots + \\ + \frac{\mu^n}{n!} \int_c \dots \int_c F \left(\begin{smallmatrix} \lambda_1, \dots, \lambda_n \\ \lambda_1, \dots, \lambda_n \end{smallmatrix} \right) d\lambda_1 \dots d\lambda_n + \dots,$$

con le quali, costruita la funzione

$$\frac{D_r(t, \lambda)}{D_r(\mu)},$$

si otteneva, nel caso della caratteristica finita, l'inversione proposta, fatta eccezione per i valori di μ radici della $D_r(\mu) = 0^1$.

Il sig. Hilbert²⁾, considerando la equazione

$$\phi(x) + \mu \int_0^1 F(x, y) \phi(y) dy = f(x),$$

nella quale $F(x, y)$ divenga infinita soltanto per $x = y$ ed infinita come $\frac{1}{(x-y)^\alpha}$, con $\alpha < \frac{1}{2}$, ha mostrato come si possa, in questo caso, conservare la soluzione del Fredholm, purchè si sostituiscano, in tutti i determinanti, i termini della diagonale principale con altrettanti zeri. Come si vede, però, si tratta di un caso particolarissimo.

E ora vengo ad esporre un metodo generale, col quale mi riduco alla trattazione di un'equazione integrale di 1^a specie, lasciando, come vedremo, una certa arbitrarietà nella riduzione stessa. E ciò nella speranza che cotesta trattazione, anche se non condurrà ad un metodo pratico per risolvere l'equazione data, possa riuscire utile per certe deduzioni che ne trarrò e che sarà mia cura di mettere in evidenza.

Ritorniamo all'equazione

$$(4) \quad \phi(t) + \int_c F(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = f(t),$$

1) Fredholm — loc. cit.

2) Göttinger Nach.; Math. Phys. Klasse, 1904, pag. 81.

dove la funzione caratteristica può supporre avere punti d'infinito nel campo d'integrazione.

Moltiplico ambo i membri della equazione stessa per una funzione ausiliaria $\psi(t, t')$, che, dalla trattazione, risulterà con quali criteri deve essere scelta e suppongo, poi, che siano lecite le seguenti operazioni d'integrazione estese al campo C .

$$(5) \quad \int_C \psi(t, t') \phi(t') dt' + \int_C \psi(t, t') dt' \int_C F(t', \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = \\ = \int_C \psi(t, t') f(t') dt'$$

$$(6) \quad \int_C \psi(t, t') \phi(t') dt' + \int_C \phi(\lambda) d\lambda \int_C \psi(t, t') F(t', \lambda) dt' = \\ = \int_C \psi(t, t') f(t') dt'$$

Pongo

$$\int_C \psi(t, t') f(t') dt' = H(t)$$

$$\int_C \psi(t, t') F(t', \lambda) dt' = K(t, \lambda)$$

Allora avremo

$$\int_C \psi(t, t') \phi(t') dt' + \int_C K(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = H(t)$$

Ovvero

$$\int_C [\psi(t, \lambda) + K(t, \lambda)] \phi(\lambda) d\lambda = H(t)$$

E, ponendo

$$\psi(t, \lambda) + K(t, \lambda) = S(t, \lambda)$$

avremo

$$(7) \quad \int_G S(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = H(t)^1).$$

In particolare, se

$$\int_G \psi(t, t') F(t', \lambda) d t' = 0,$$

la (7) diventerà

$$\int_G \psi(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = H(t).$$

E, se sarà anche

$$\int_G \psi(t, t') f(t') d t' = 0,$$

risulterà

$$\int_G \psi(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = 0.$$

Dunque :

Se $\phi(\lambda)$ è una soluzione della equazione integrale

$$\phi(t) + \int_G F(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = f(t),$$

sarà

$$\int_G \psi(t, \lambda) \phi(\lambda) d\lambda = 0,$$

nell'ipotesi che $\psi(t, \lambda)$ sia una funzione non chiusa²⁾, per la quale si abbia contemporaneamente e identicamente,

1) Siamo così pervenuti ad un'equazione integrale di prima specie, nella quale la funzione S sarà finita dappertutto, supposte finite la ψ e la K .

2) Hilbert, nella trattazione dell'equazione integrale

$$\phi(x) + \int_0^1 F(x, y) \phi(y) dy = f(x),$$

definisce chiusa la funzione F , quando

$$\int_0^1 F(x, y) g(x) dx,$$

dove $g(x)$ è arbitraria, risulta identicamente nullo soltanto per $g(x)$ identicamente nulla.

$$\int_0 \psi(t, t') F(t', \lambda) dt' = 0$$

$$\int_0 \psi(t, t') f(t') dt' = 0 ,$$

supposte lecite le operazioni d'integrazione (5) e (6).

Ciò posto, noi avremmo, qui, due metodi per ridurre la trattazione della (4) a quella di un'equazione integrale, avente la funzione caratteristica finita in tutto il campo d'integrazione. Il primo consiste nel ridursi ad un'equazione integrale di 2^a specie, supposto che, nel noto aggregato di funzioni, la f_n resulti finita, per un certo valore di n . L'altro metodo, da me qui dato, consiste nel ridursi ad un'equazione integrale di 1^a specie, e conduce, perciò, al problema dell'inversione di un integrale definito.

IV.

La soluzione dell'equazione integrale del Liapounoff.

Riprendiamo l'equazione integrale (I) del capitolo (II):

$$(I) \quad R H z - \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} z_{\sigma}}{D} d\sigma = Z .$$

E vediamo come il sig. Liapounoff¹⁾ risolve l'equazione medesima.

Moltiplicando ambo i membri della (I) per $E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma$ ed integrando su tutta la superficie σ , si ha, per le formule di Liouville già ricordate,

$$(2) \quad T_{n,s} \int_{\sigma} H z E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma = \int_{\sigma} Z E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma ,$$

dove

$$T_{n,s} = R - \frac{E_{n,s} F_{n,s}}{2n+1} .$$

1) Sur les figures etc., pag. 52.

La (2) mostra come il nostro problema non sarà possibile se

$$\int_{\sigma} Z E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma,$$

corrispondentemente a tutte le coppie di valori di n e di s , per le quali $T_{n,s} = 0$, non risulterà nullo. Indicando con m ed r i valori di n e di s , corrispondenti a tali coppie, dovrà essere

$$\int_{\sigma} Z E_{m,r}(\mu) E_{m,r}(\nu) d\sigma = 0.$$

Allora gl' integrali della forma

$$(3) \quad \int_{\sigma} H z E_{m,r}(\mu) E_{m,r}(\nu) d\sigma$$

saranno a nostro arbitrio e tutti gli altri integrali della forma

$$(4) \quad \int_{\sigma} H z E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma$$

saranno noti. Talchè, supponendo preventivamente fissati i singoli valori degl' integrali (3), risulteranno noti tutti gli integrali (4).

Ora, noi sappiamo ¹⁾ come, z dovendo essere funzione monodroma, finita e continua, del punto della superficie sferica unitaria, la funzione stessa risulterà nota, quando siano noti gl' integrali della forma

$$\int_{\sigma} z Y_{n,s} d\sigma,$$

che si ottengono col dare alla coppia (n, s) tutti i valori che essa è suscettibile di avere, essendo

$$Y_{n,0}, Y_{n,1}, \dots, Y_{n,2n}$$

funzioni sferiche fra loro linearmente indipendenti. Ma noi sappiamo pure che il prodotto di Lamé $E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu)$, consi-

1) Liapounoff — ibd., pag. 87.

derato come funzione di θ e ψ , è una funzione sferica. Dunque sotto la condizione

$$\int_{\sigma} Z E_{m,r}(\mu) E_{m,r}(\nu) d\sigma = 0 ,$$

l'equazione (I) può ritenersi risolta, essendo noti tutti gl'integrali della forma

$$\int_{\sigma} H z E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu) d\sigma .$$

Il sig. Liapounoff trova, così, la soluzione più generale espressa per i prodotii di Lamé $E_{n,s}(\mu) E_{n,s}(\nu)$.

Ora vengo a mostrare come lo studio dell'equazione integrale del Liapounoff può collegarsi con quello di un'equazione integrale del Fredholm, di 2^a specie, nella quale la funzione caratteristica sia finita.

Ricordiamo le funzioni $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$, che sono comparse nel metodo esposto per la riduzione dell'equazione (1) del capitolo precedente. Nel caso del metodo stesso, generalizzato per la trattazione della equazione integrale (3) dello stesso capitolo, useremo le notazioni

$$F_1(t, \lambda) = \int_{\sigma} F(t, \lambda_1) F(\lambda_1, \lambda) d\lambda_1$$

$$F_2(t, \lambda) = \int_{\sigma} F_1(t, \lambda_2) F(\lambda_2, \lambda) d\lambda_2$$

.

$$F_n(t, \lambda) = \int_{\sigma} F_{n-1}(t, \lambda_n) F(\lambda_n, \lambda) d\lambda_n$$

.

Mostrerò, anzitutto, come, nel caso del Liapounoff, la funzione

$$F_1(t, \lambda) = \int_{\sigma} F_1(t, \lambda_2) F(\lambda_2, \lambda) d\lambda_2$$

resulta finita e continua dei punti t e λ . (Con σ viene indicata la superficie sferica, avente raggio unitario, alla quale è esteso l'integrale che figura nella equazione del Liapounoff).

Osserviamo, perciò, come, nel caso in discorso, l'equazione è la seguente

$$H z - \frac{1}{4 \pi R} \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} z_{\sigma}}{D} d\sigma = \frac{Z}{R} .$$

Talchè, usando le variabili (θ, ψ) e (θ', ψ') , introdotte nel capitolo II, le quali stanno ad individuare rispettivamente i punti t e λ , sarà

$$F(\theta, \psi; \theta', \psi') = \frac{1}{D(\theta, \psi; \theta', \psi')} ,$$

θ' e ψ' essendo le variabili d'integrazione. Per cui

$$F_1(\theta, \psi; \theta_2, \psi_2) = \int_{\sigma} \frac{1}{D(\theta, \psi; \theta_1, \psi_1)} \cdot \frac{1}{D(\theta_1, \psi_1; \theta_2, \psi_2)} d\sigma ,$$

dove θ_1 e ψ_1 sono le variabili d'integrazione; e

$$F_2(\theta, \psi; \theta', \psi') = \int_{\sigma} F_1(\theta, \psi; \theta_2, \psi_2) F(\theta_2, \psi_2; \theta', \psi') d\sigma ,$$

dove θ_2 e ψ_2 sono le variabili d'integrazione.

Poniamo

$$D(\theta, \psi; \theta_1, \psi_1) = D_{01} , \quad D(\theta_1, \psi_1; \theta_2, \psi_2) = D_{12} .$$

Come è noto, D_{01} e D_{12} rappresentano le distanze del punto, avente per coordinate cartesiane

$$x = \sqrt{\varrho^2 + 1} \sin \theta_1 \cos \psi_1 , \quad y = \sqrt{\varrho^2 + q} \sin \theta_1 \sin \psi_1 ,$$

$$z = \sqrt{\varrho} \cos \theta_1$$

rispettivamente dai punti aventi per coordinate

$$\sqrt{\varrho^2 + 1} \sin \theta \cos \psi , \quad \sqrt{\varrho^2 + q} \sin \theta \sin \psi , \quad \sqrt{\varrho} \cos \theta$$

$$\sqrt{\varrho^2 + 1} \sin \theta_2 \cos \psi_2 , \quad \sqrt{\varrho^2 + q} \sin \theta_2 \sin \psi_2 , \quad \sqrt{\varrho} \cos \theta_2 .$$

Indichiamo rispettivamente con [0], [1], [2] questi tre punti dell'ellissoide di riferimento. Imaginiamo due curve chiuse sul detto ellissoide, delle quali una racchiuda il punto [0] e l'altra il punto [2], scelte in modo che, per i punti dell'area σ_0 racchiusa dalla prima, sia $D_{01} < D_{12}$ e, per i punti dell'area σ_2 racchiusa dall'altra sia $D_{01} > D_{12}$. Indichiamo, inoltre, con σ_1 la rimanente area dell'ellissoide in discorso. Sarà

$$\int_{\sigma} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}} = \int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}} + \int_{\sigma_1} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}} + \int_{\sigma_2} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}}.$$

Siccome $\int_{\sigma_1} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}}$ è, evidentemente, una funzione finita e continua, vengo a considerare

$$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}}.$$

Analoghe considerazioni si potranno, poi, fare per

$$\int_{\sigma_2} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}}.$$

Anzi, poichè, per tutti i punti di σ_0 , $D_{01} < D_{12}$, considererò, invece dell'

$$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01} \cdot D_{12}},$$

l'

$$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01}^2}.$$

$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01}^2}$ ed $\int_{\sigma_2} \frac{d\sigma}{D_{12}^2}$ non risulteranno propri¹⁾, ma $F_2(\theta, \psi; \theta', \psi')$

risulterà un integrale proprio.

1) In seguito, sarà manifesto il significato che noi diamo alle parole "integrale proprio".

Consideriamo, dunque,

$$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01}^2}.$$

Indichiamo con $[0]', [1]', [2]'$ i punti della superficie sferica unitaria, concentrica al dato ellissoide, i quali sono rispettivamente le proiezioni, fatte sulla medesima dal suo centro, dei punti $[0], [1], [2]$ e consideriamo il piano tangente alla detta sfera nel punto $[0]'$. Indichiamo, inoltre, con r_1 la grandezza della distanza del segmento $[0]' [1]'$, e come r' quella della sua proiezione ortogonale sul piano tangente suddetto. Vengo a mostrare, anzitutto, che il rapporto

$$\frac{r_1}{D_{01}}$$

si mantiene inferiore ad un certo numero finito, quando il punto $[1]$, rimanendo sull'ellissoide, si avvicina indefinitamente al punto $[0]$. Perciò, osservo come, imaginando, entro l'ellissoide in questione, una sfera concentrica all'ellissoide medesimo, ed indicando con r la grandezza della distanza fra i punti, ove la sfera in discorso incontra i raggi $[0][0]'$ ed $[1][1]'$, sarà, manifestamente,

$$\frac{r}{D_{01}} < 1,$$

talchè

$$\frac{r_1}{D_{01}} \cdot \frac{r}{r_1} < 1.$$

Ma, evidentemente,

$$\frac{r}{r_1} = \text{cost.},$$

dunque

$\frac{r_1}{D_{01}}$ si mantiene inferiore, come volevo dimostrare, ad un certo numero finito, quando il punto $[1]$ dell'ellissoide si avvicina indefinitamente al punto $[0]$, rimanendo sull'ellissoide medesimo. E così, pure, sarà di $\frac{r'}{D_{01}}$, giacchè, indicando con ω

l'angolo che il suddetto piano tangente fa con la retta $[0] [1]$, si ha

$$r' = r_1 \cos \omega.$$

Ora (facendo uso di un procedimento analogo a quello usato dal sig. Poincaré ¹⁾ per dimostrare la convergenza dell'integrale che rappresenta il potenziale Newtoniano di una superficie attraente in un punto della superficie stessa) consideriamo il piano tangente alla sfera unitaria nel punto $[1]$, ed indichiamo con ϕ l'angolo ch'esso forma col piano tangente alla stessa sfera nel punto $[0]$. Assumiamo in quest'ultimo piano un sistema ortogonale di assi cartesiani (x', y') , con l'origine nel punto $[0]$. Avremo

$$d\sigma = \frac{dx' dy'}{\cos \phi}.$$

Talchè

$$\int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{D_{01}^2} = \int_{\sigma'_0} \frac{dx' dy'}{D_{01}^2 \cos \phi},$$

dove σ'_0 rappresenta la proiezione ortogonale di σ_0 sul piano tangente nel punto $[0]$ alla sfera unitaria, piano che indicheremo con T. Così, ci siamo ridotti alla considerazione di un integrale esteso ad un'area piana. Ora, immaginiamo nel piano T due circonferenze concentriche, col centro in $[0]$, ed indichiamo con C l'area della corona circolare da esse racchiusa.

Consideriamo l'

$$\int_C \frac{dx' dy'}{D_{01}^2 \cos \phi},$$

che possiamo anche scrivere

$$\int_C \frac{\left(\frac{r'}{D_{01}}\right)^2 \frac{1}{\cos \phi}}{r'^2} dx' dy'.$$

1) Poincaré — Théorie du potentiel newtonien, pag. 75.

Per quanto abbiamo veduto, $\left(\frac{r^1}{D_{01}}\right)^2$ è minore di un certo numero finito, ed $\frac{1}{\cos \phi}$ è pure finito, avendo supposto che il punto [1], sia convenientemente vicino al punto [0]'. Perciò anche

$$\left(\frac{r^1}{D_{01}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\cos \phi} < K ,$$

dove K è un certo numero finito. Talchè

$$\int_0 \frac{\left(\frac{r^1}{D_{01}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\cos \phi}}{r^{12}} dx^1 dy^1 < K \int_0 \frac{dx^1 dy^1}{r^{12}} .$$

Per le nostre considerazioni, basterà, dunque, tener parola dell'

$$\int_0 \frac{dx^1 dy^1}{r^{12}} .$$

Indicando rispettivamente con R^1 ed R'_0 il raggio esterno ed interno di una corona interna e concentrica alla suddetta, sarà

$$\int_{C_R^1} \frac{dx^1 dy^1}{r^{12}} = 2\pi [\log R^1 - \log R'_0] .$$

Ma, intendendo R^1 variabile ed indicando con R^1 , ed R'_0 , rispettivamente il raggio esterno ed interno della corona C, si ha

$$\int_0 \frac{\log R^1}{R^1} dx^1 dy^1 = 2\pi [R^1 \log R^1 - R'_0 \log R'_0 + R'_0 - R^1] .$$

Per cui si vede che, col tendere a zero di R'_0 e di R^1 ,

$$\int_0 \frac{\log R^1}{R^1} dx^1 dy^1 ,$$

tende a zero.

E, se consideriamo, entro la corona C, due curve qualsiasi racchiudenti il punto [0]' ed indichiamo con C' l'area compresa fra di esse, dovrà tendere a zero anche

$$\int_{c'} \frac{\log R'}{R'} dx' dy' ,$$

con lo svanire di C' verso il punto [0]'. Ma da ciò, come è noto, si deduce che l'

$$\int_{\sigma'} \frac{\log R'}{R'} dx' dy'$$

è proprio.

Dunque, finalmente, tornando alla funzione

$$F_2(\theta, \psi; \theta', \psi') ,$$

ne viene come anche l'integrale, che rappresenta questa funzione medesima, sia proprio.

E, così, risulta dimostrato l'asserto, giacchè, ora, è manifesto come la funzione $F_2(\theta, \psi; \theta', \psi')$ sia finita e continua.

Resta far vedere che anche

$$\int_{\sigma} \frac{Z(\theta', \psi')}{D(\theta, \psi; \theta', \psi')} d\sigma ,$$

dove θ' e ψ' sono le variabili d'integrazione, è funzione finita e continua. Basterà, in proposito, osservare che, con ragionamenti analoghi a quelli fatti precedentemente, potremmo ridurci alla considerazione di un integrale della forma

$$\int_{\sigma} \frac{dx' dy'}{r^n} ,$$

esteso all'area piana σ' , nel quale i simboli hanno noti significati. E questo è un integrale ben noto nella teoria del potenziale newtoniano.

Per lo studio dell'equazione integrale del Liapounoff, possiamo, dunque, ridurci alla trattazione di un'equazione inte-

grale del Fredholm di 2^a specie, nella quale la funzione caratteristica è finita.

Se ricordiamo quanto è stato detto nel capitolo precedente l'equazione in discorso, alla quale possiamo ridurci, potrà scriversi come segue

$$H z - \mu^3 \int_{\sigma} F_2 H_{\sigma} z_{\sigma} d\sigma = V ,$$

dove V è una certa funzione nota di θ e ψ e gli altri simboli hanno noti significati. Questa equazione, per i valori di μ^3 non singolari, cioè per i valori di μ^3 che non sono radici del determinante del Fredholm ad essa relativo, sarà equivalente alla equazione

$$(5) \quad H z - \mu \int_{\sigma} \frac{H_{\sigma} z_{\sigma}}{D} d\sigma = Z ,$$

nell'ipotesi che, corrispondentemente, questa medesima equazione (5) ammetta soluzione. E, così, lo studio delle figure di equilibrio del Liapounoff viene posto sotto altra forma.

Roma, 22 Marzo 1908.

SULLA POLARIZZAZIONE DELLE FOGLIE E LAMINE D'ORO.

G. ERCOLINI.

1. — Dell'influenza che lo spessore e il volume degli elettrodi esercita sulla produzione e dissipazione della loro polarizzazione si occuparono, in modo speciale, i Prof. Grimaldi e Platania¹⁾ in un bello studio sulla capacità di polarizzazione delle lamine a foglie d'oro.

Recentemente il Rothé²⁾, mediante l'oscillografo Blondel, ha messo in evidenza un piccolo ma netto effetto di volume anche in elettrodi di mercurio e lo ha studiato assai minutamente.

Per quanto sia lecito ritenere che la diffusione dei gas elettrolitici si faccia con più rapidità, se non in maggiore copia, nell'interno del mercurio che nei metalli solidi, pure anche questi, se non sono del tutto impermeabili ai prodotti dell'elettrolisi, possono, in condizioni opportune, manifestare l'influenza esercitata dal loro volume sui fenomeni di polarizzazione che presentano, come risulta dalle prime esperienze ricordate.

Per questa ragione, disponendo, per altre ricerche in corso, di mezzi sufficienti, ho creduto non privo d'interesse lo studiare i fenomeni di assorbimento a corta durata presentati da elettrodi solidi, allo scopo di chiarire se anche questi, nonostante il loro stato di aggregazione, ci permettano, al pari di quelli di mercurio, di scrutare il meccanismo dei fenomeni di polarizzazione che manifestano.

2. — Variare il volume di elettrodi solidi si può sia ricorrendo a strati metallici sottili depositi o per via chimica, o per polverizzazione catodica (ionoplastica), sia, più semplicemente, adottando foglie sottilissime. Queste si prestano allo scopo in

1) Atti d. Acc. Gioenia di Catania. Vol. X, serie 4. 1897.

2) Journal d. Phys., settembre 1904.

diversi modi, se si confrontano, cioè, le polarizzazioni presentate da voltametri

a foglie e a lamine della stessa superficie ;

a foglie libere e a foglie di uguali dimensioni ma che sieno incollate su di una lamina isolante, poichè se le prime presentano, in un elettrolita indefinito, la superficie totale $2s$ sopra un volume $2v$, le seconde avranno, a pari volume, una superficie geometrica s , ed una elettrica certamente inferiore a $2s$;

a foglie aderenti e a lamine ricoperte di mastice sulle faccie lontane.

Fra i comuni metalli assorbenti riducibili in foglie esilissime, la scelta dell'oro s' impone ; purtroppo però sembra impossibile avere foglie di oro puro ¹⁾ ; si ha sempre a che fare con leghe più o meno ricche di oro. I risultati che allora si ottengono con voltametri a foglie sono alquanto variabili e col tempo d' immersione in un dato elettrolita, e con la specie di questo, e da una coppia di foglie all' altra e colla durata della corrente polarizzante.

Nell'acqua acidulata con acido solforico tali complicate variazioni sono però, dopo un certo tempo, molto piccole, e perciò riferirò le esperienze definitive fatte con questo elettrolita, in cui l'effetto di volume cercato si è mostrato nettamente fino dalle prove iniziali.

3. — Per fare uno studio minuto della corrente variabile mi occorreva un interruttore di precisione che permettesse caricare i voltametri anche per dei tempuscoli esattamente conosciuti. Quello che ho usato ha risposto pienamente allo scopo e si è mostrato esatto e di uso semplice e comodo.

Un asse di acciaio A B (fig. 1) lungo 45 cm. e del diametro di 3 cm., è girevole, a perfezione, entro due cuscinetti di bronzo *a*, *a* sostenuti rigidamente da due robustissime mensole, ben murate in un grosso muro. All'estremo A l'asse è del diametro di 5 cm. e porta quattro dischi circolari di ebanite C, D, E, F dello spessore di 1 cm. e del diametro di 25 cm., tenuti a distanza di 1 cm. da tre dischi di legno, più piccoli,

1) Il battiloro afferma che l'oro puro sotto i colpi di martello finisce per istrapparsi.

interposti. Mediante un largo dado G tutti i dischi possono serrarsi strettamente fra di loro e rigidamente fissarsi ad A B in posizione determinata, essendo le diverse superfici in contatto molto scabre, in modo che quando G ruota i dischi restano immobili.

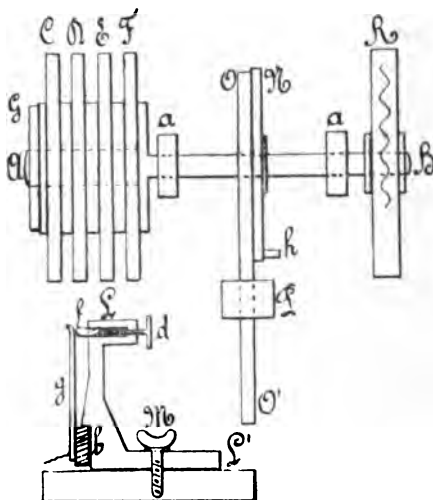


Fig. 1.

Mezza periferia di ciascun pezzo di ebanite è costituita da una striscia, grossa 0,3 cm., di argentana la cui superficie esterna si accorda perfettamente con quella dell'altra metà di ebanite, essendo tutto tornito con gran cura sull'asse A B stesso. Le regioni limiti fra l'ebanite e l'argentana sono state lavorate a perfezione.

Contro l'orlo di ciascun disco di ebanite preme una molla di argentana: le quattro molle sono portate da un robusto pezzo di ottone, rappresentato di profilo in L L', che può fissarsi con viti M ad un sostegno ben collegato colle mensole murate che reggono i cuscinetti a, a.

Ogni molla, larga 1 cm., è tenuta, in basso dal pezzo d'ebanite b e vien portata a perfetto contatto del relativo disco mediante la vite di pressione d, che, attraverso uno strato di caucciù, spinge un cilindro di ebanite f contro l'estremità della

molla: f tocca sempre g con uno spigolo orizzontale, con cui termina, essendo impedito di rotare da una protuberanza, per la quale in L esiste apposita scanalatura.

Le parti metalliche di C e D e quelle di E ed F sono in comunicazione fra di loro mediante fili isolati e saldati all'argentina. I primi due dischi servono, come vedremo, per la carica dei voltametri, gli altri per la scarica.

È chiaro allora che, cambiando opportunamente l'azimut relativo dei quattro dischi, può farsi variare a piacere la durata della carica, quella della scarica e il tempo che intercede fra l'una e l'altra, quando i dischi ruotano, insieme, rapidamente al di sotto delle molle che li toccano.

A questo scopo in mezzo fra i cuscinetti a , a l'asse AB porta una ruota di ferro N a cui è, eccentricamente, raccomandata una striscia OO' di legno lunga 50 cm. sulla quale, a circa 20 cm. dall'asse, è fissata una massa di piombo P di 6 Kg. Alla periferia di N , in una regione adatta, trovasi una sporgenza h . Spostando OO' si porta h a battere sopra il braccio più corto di una leva di ferro, girevole intorno ad un asse verticale fisso, e situata opportunamente: una fune legata all'altro braccio permette, a distanza, di far girar la leva in modo che P cade sempre dalla stessa altezza e porta, da ultimo, l'estremità O' della striscia di legno fra due molle di acciaio a Y che spengono dolcemente il moto di tutto il sistema.

Ove occorra una maggiore velocità di rotazione basta togliere la massa P , portare il sistema alla posizione di arresto in partenza, e tendere un cauciù, o una spirale di acciaio, fra O' e una sbarra murata.

Per misurare i tempi, all'estremità B l'asse AB porta un cilindro R del diametro di 25 cm. al di sopra del quale si trova un diapason scrivente. Qui il modo di procedere è del tutto simile a quello che si usa nell'interruttore Felici. Per avere però, con precisione, i punti in cui i contatti si stabiliscono o cessano si opera nel modo seguente.

Fissato il pezzo LL' in modo che le molle, quando non sono spinte dalle viti di pressione, siano a piccolissima distanza dagli orli dei dischi, si muove la vite d finché la g non preme bene sul disco relativo. Una fune legata ad O' passa su di una

carrucola e fa capo all'estremità d'una vite, girando la quale l'asse A B ruota lentamente e si può cogliere così, con precisione, il momento in cui la molla abbassata apre o chiude il circuito d'una pila attraverso un galvanometro. O lo spostamento laterale del diapason, o la sua vibrazione, spenta poi prima di muovere l'asse A B, segnano sul cilindro R affumicato il punto di apertura o chiusura.

Una volta aggiustato tutto, le durate di un dato contatto restano costanti anche per parecchie operazioni successive, come ho potuto ripetutamente assicurarmi.

Per misurare esattamente le frazioni di senoide che su R son comprese fra due tratti vicini segnati dal diapason in principio, mediante la solita fune, che fa capo ad O' e alla vite, si ruota A B fino a far coincidere i diversi tratti col reticolo d'un microscopio fissato al di sopra di R e leggendo, con cannocchiale e scala, la rotazione d'uno specchio posto sull'asse all'estremità B. Poichè la scala, verticale, è distante circa 3 m. ed è piegata in cerchio dello stesso raggio, le misure riescono molto precise.

Nel caso che i tratti sieno assai lontani fra di loro, col metodo precedente si determinano le frazioni di senoide vicine ai tratti; le altre intere, fra questi interposte, si contano.

Per durate di carica non troppo brevi ho usato un diapason di 128 v. d., per durate brevissime ho adoperato un La_2 .

Le dimensioni dei dischi di ebanite permettono, con la caduta del peso P, di giungere comodamente a interruzioni di circa $0^s, 0008$; per quelle più brevi occorre un caucciù¹⁾.

4. — Poichè, per risolvere la delicata questione propostami, era necessario conoscere la quantità di elettricità che carica un voltmetro e la f. e. m. di polarizzazione che ne nasce, ho, a questo scopo, usato due galvanometri, tipo D'Arsonval resi balistici coll'aggiunta di opportune masse di piombo ai loro equipaggi mobili.

1) Prendendone uno abbastanza robusto e purchè si abbia cura di mettere la leva di arresto verso l'estremità O' della striscia OO', in modo che questa sia molto spostata dalla posizione verticale in basso, si possono produrre tali rotazioni rapide da avere sul cilindro R delle sinusoidi del La_2 che, nel massimo di velocità, in cui si mantengono in buon numero sensibilmente della stessa estensione, son lunghe anche più di 1 cm.

La disposizione generale degli apparecchi è schizzata nella fig. 2. Le parti tratteggiate, *e*, dei dischi C, D, E, F rappresentano le superfici di ebanite; quelle chiare, *c*, l'argentana. 1, 2, 3, 4 son le molle di contatto; *p* la pila di carica, V il voltmetro in istudio, G_1, G_2 i galvanometri e ρ_1, ρ_2 delle resistenze non induttive. Movendo i dischi nel senso della freccia, V si carica attraverso G_1 e si scarica su G_2 .

Dei due galvanometri che dispongo G_1 è il meno sensibile; il periodo di oscillazione del suo telaio essendo di 25 s., si può ammettere che le quantità di elettricità *Q* che passano al più per due decimi di secondo sono proporzionali alle deviazioni d_1 del telaio.

Il periodo di oscillazione di questo in G_2 è di 15 s., cioè sempre grandissimo rispetto alla durata di chiusura del suo circuito, poichè il tempo di scarica è stato sempre costantemente di 0^s,003; un tempo uguale passa tra la fine della carica e il principio della scarica.

La curva del diapason, iscritta ogni volta, permette di assicurarsi che questi tempi rimangano esattamente costanti.

Davanti a G_1 e G_2 , e alla distanza di 2 m., si trovano due scale piegate in cerchio pure di 2 m.; le osservazioni si fanno con due cannocchiali i cui oculari distano 3 o 4 cm.; un obiettivo è a 2 m. da G_2 , l'altro 3 m. da G_1 . La diversità dei periodi dei due telai mobili permette di far comodamente le letture e di registrarle. In ogni caso si osserva la prima, α_1 , e la terza, α_3 , elongazione dalle quali vengon calcolate le deviazioni d . ($d = \alpha_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{4}$).

Le resistenze ρ_1 e ρ_2 son costituite da sottile filo isolato e piegato a zig-zag su telai di legno: ρ_1 è di 187.3 ohm e non venne mai cambiata.

Poichè la resistenza interna di ogni voltmetro, assai piccola di fronte a quella complessiva del circuito di scarica, può ritenersi invariabile durante le esperienze, data la costanza di ρ_2 , del tempo di scarica e la piccolezza di questo, può ammet-

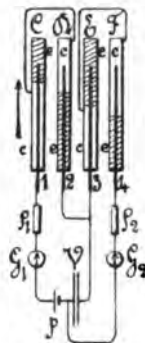


Fig. 2.

tersi che le deviazioni d_2 di G_2 sieno proporzionali alla f. e. m. e di polarizzazione ¹⁾.

E allora, poichè $\frac{Q}{e}$ esprime la capacità C_2 media appa-
rente di carica del voltmetro fra 0 ed e , il rapporto $\frac{d_1}{d_2} = c$
risulta proporzionale a C_2 ; le sue variazioni col tempo di ca-
rica indicheranno i mutamenti a cui va soggetta la C_2 stessa.

La pila p è stata sempre una grande daniell a solfato di zinco. I voltmetri V sono costituiti da bicchieri di vetro suf-
ficientemente ampi e perfettamente isolati come tutti i circuiti.

5. — Le foglie adoperate in queste ricerche sono di oro
del titolo nominale di 23 carati, pari a $\frac{958}{1000}$, e dello spessore,
dedotto, per quanto è possibile, dal peso, variabile da 9×10^{-6}
a $9,8 \times 10^{-6}$ cm.

Quando debbono avere le due faccie scoperte vengon di-
stese su telai di filo di vetro, ai quali si attaccano con del ma-
stice. Un loro prolungamento si posa sulla bacchetta da cui è
tirato il filo del telaio, vien ricoperto con stagnola, legata poi
strettamente con filo di rame argentato, che, saldato ad essa,
serve per prender contatto.

Per avere foglie ad una sola faccia libera si distende a
caldo un sottile ed uniforme strato di mastice su una lastrina
di vetro; quando tutto è raffreddato, vi si adagia al di sopra
la foglia, evitandone ogni ripiegatura, e vi si fa aderire per-
fettamente mediante pressione esercitata su di un pezzo di
carta posto sopra la foglia. Si ricopre un estremo di questa
con una striscia di stagnola, su cui si immasticia una lamina
di vetro e al lembo eccedente della stagnola si salda un filo
di rame. Grattandone le parti superflue, si limita esattamente
la posizione utile della foglia d'oro.

Gli elettrodi di ogni voltmetro sono isolati fra loro con
ebanite e posti sempre alla stessa distanza.

1) Dalla nota formula del galvanometro balistico (Ròiti, Elementi di Fisica, vol. 2
4. ediz.): $i\theta = \frac{\tau}{2\pi} G d_2$ si deduce infatti $e = \frac{\rho \tau}{2\pi \theta} G d_2 = k d_2$; essendo ρ la resistenza
complessiva del circuito di scarica e θ la durata di questa.

Numerosissime prove preliminari mi hanno mostrato che, se dopo una trentina di ore che le foglie sono immerse nell'elettrolita, essendo i voltametri rimasti in corto circuito, si cominciano le misure, i risultati che si ottengono, con una data interruzione di corrente, vanno continuamente alterandosi, nel senso che la capacità diminuisce un po' col tempo. Queste variazioni, presentate dalle foglie che ho adoprato, sono assai celeri ma incostanti nelle soluzioni acquose di acido cloridrico e nitrico; più lente e regolari riescono coll'acqua acidulata con acido solforico: dopo una diecina di giorni cessano quasi del tutto e i risultati riescono sufficientemente concordanti.

L'interpretazione di tali cambiamenti deve forse ricercarsi in sali che i metalli uniti all'oro delle foglie formano lentamente coll'acido solforico. È necessario quindi di aspettare che le condizioni di equilibrio siano raggiunte.

Ma anche con l'acido solforico la polarizzazione residua è per notevoli cariche, molto persistente, sì che non basta tenere in corto circuito un voltmetro a foglie o a lamine per parecchi minuti, in modo che, chiuso poi su di un galvanometro, non provochi subito deviazione alcuna: esso non è spolarizzato, ché basta aspettare un tempo sufficiente per vedere il galvanometro deviare considerevolmente. Nè l'agitazione dell'elettrolita, in qualsivoglia modo operata, basta a far scomparire il persistente residuo; è quindi necessario tenere i voltametri in corto circuito per diverse ore di seguito.

6. — Riporto da prima le misure eseguite sopra due voltametri V_1 e V_2 studiati insieme, l'elettrolita essendo, come per tutti gli altri di cui parlerò, una soluzione in acqua di acido solforico al 10% in peso.

Gli elettrodi di V_1 sono costituiti da due lamine (L) di oro della grossezza di 0,01 cm. colle due faccie scoperte e della superficie, per ogni faccia libera, di 4 cm.² V_2 è formato da due foglie (F) su telai delle stesse dimensioni precedenti. La resistenza ρ_1 è di 90 ohm.

Le misure, come quelle che riferirò in seguito, sono cominciate 10 giorni dopo che i voltametri sono stati in corto circuito, e dopo alcuni altri le ho ripetute, ottenendo sensibilmente gli stessi risultati.

Indico con t il tempo, in secondi, di carica; d_1 è la deviazione, calcolata, di G_1 , d_2 quella di G_2 e c il rapporto $d_1 : d_2$.

t	$V_1 (L)$			$V_2 (F)$			$V_2 - V_1$
	d_1	d_2	c	d_1	d_2	c	
0,00021	6,5	13,0	0,500	7,0	9,0	0,778	0,278
0,00086	24,0	41,0	0,585	26,0	31,0	0,839	0,254
0,00266	54,0	90,0	0,606	70,0	82,5	0,849	0,243
0,00602	105,0	160,0	0,656	125,5	144,0	0,872	0,216
0,0119	160,5	222,5	0,721	169,5	190,0	0,890	0,169
0,0464	257,0	279,5	0,921	265,5	277,0	0,973	0,052
0,0837	320,0	305,5	1,048	328,0	315,5	1,040	-0,008
0,1345	365,5	311,5	1,173	370,0	328,5	1,125	-0,048
0,1823	390,5	315,0	1,240	395,0	335,0	1,178	-0,062

Se nel piano t (ascisse) e $c \times 10^2$ (capacità apparente) si riportano questi risultati, si ottengono le curve 1 (F) e 2 (L) della fig. 3.

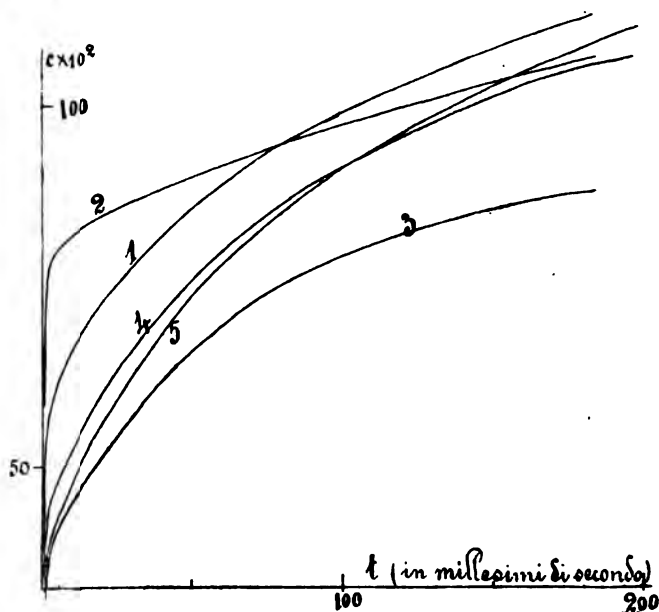


Fig. 3.

Risulta che la capacità iniziale di polarizzazione è più grande per le foglie che per le lamine d'oro e che coll' aumentare di t la capacità apparente di carica delle lamine cresce più rapidamente di quella delle foglie, in modo da raggiungere il valore di questa e sorpassarlo per tempi sufficientemente lunghi.

A queste stesse prime conclusioni pervennero già i Prof. Grimaldi e Platania (l. c.) e non mancarono gli A. di additare la vera causa dei fenomeni.

Avendo le foglie, pel modo stesso come son formate e, in realtà, per l'aspetto che presentano al microscopio, una superficie elettrica maggiore delle lamine, tirate al laminatoio, la minor capacità iniziale di queste deve ascriversi ad effetto di superficie già da tempo segnalato dal Bartoli ¹⁾ che, confrontando la polarizzazione di elettrodi di carbone metallico con quella di altri, di ugual superficie geometrica, fatti con cera ricoperta di grafite, ne dedusse che i primi presentavano una superficie elettrica 200 volte più grande degli altri; mentre invece il vetro platinato, ricoperto cioè da uno strato tanto sottile di platino da esser perfettamente trasparente, presenta una capacità iniziale uguale a quella di una lamina di platino a superficie utile delle stesse dimensioni.

Si può render conto del fatto che, come mostrano le curve e le differenze fra le c della colonna $V_0 - V_\infty$, per tempi sufficientemente lunghi la capacità delle lamine diventa superiore a quella delle foglie, pensando che, come mostrano i fenomeni di polarizzazione residua, un voltmetro ad elettrodi d'oro si comporta come una vera pila secondaria per f. e. m. polarizzanti inferiori a quella che produce l'elettrolisi visibile; gli ioni quindi penetrano nell'interno del metallo. Perdendo la loro carica essi si trasformano in materia, sì che, per mantenere la polarizzazione, nuovi ioni occorrono, e la capacità perciò deve crescere tanto di più, maggiore è la massa assorbente ²⁾.

1) Nuovo Cim., 1880.

2) Risulta quindi che assai prima che il Rothé lo costatasse nel mercurio, i Prof. Grimaldi e Platania avevano realmente messo in evidenza l'effetto di volume nell'oro; le presenti esperienze lo confermano.

Ma qui è necessario osservare che, pel modo con cui le foglie d'oro si fabbricano, esse non sono di grossezza uniforme come si può verificare facilmente guardandole per trasparenza; quindi man mano che, pel crescer di t , la diffusione degli ioni procede, deve diminuire assai rapidamente il volume ancora non invaso da essi, ma occorrerà un tempo assai lungo perchè tutto il volume delle foglie, nelle parti più grosse, sia completamente saturato. Ciò spiega, insieme al fatto della depolarizzazione spontanea per convezione, la forma della curva 2 delle foglie che, dopo la rapida salita dei primi momenti, presenta poi un andamento crescente anche per tempi lunghi.

I risultati variano alquanto se si cambia il valore di ρ_1 . Così riducendola a 45 ohm i due voltametri precedenti hanno dato questi risultati:

$V_s (L)$		$V_s (F)$	$V_s - V_s$
t	c	c	
0,00024	0,625	0,827	0,202
0,00089	0,675	0,853	0,178
0,00266	0,703	0,870	0,167
0,00704	0,749	0,900	0,151
0,01455	0,805	0,921	0,101
0,03191	0,925	0,963	0,038
0,06811	1,083	1,023	— 0,060
0,10346	1,214	1,092	— 0,122
0,14154	1,332	1,150	— 0,182

Anche qui risulta che la capacità iniziale delle foglie è sempre maggiore di quella delle lamine, ma il tempo in capo al quale queste ultime la offrono più grande è assai ridotto, mentre poi cresce se si aumenta il valore di ρ_1 . Facendo questo uguale a 150 ohm, foglie e lamine precedenti hanno la stessa capacità dopo circa 0^s, 17. Se invece si rende ρ_1 inferiore a 45 ohm, non è che per tempi piccolissimi che si constata presentare le foglie una capacità maggiore delle lamine.

Diversi altri voltametri, se hanno dato differenze un po' variabili da coppia a coppia di foglie, qualitativamente hanno presentato un comportamento simile ai precedenti. Dunque, in generale, si ha che, pure essendo la capacità iniziale delle foglie maggiore di quella delle lamine di uguali dimensioni, al crescer della resistenza del circuito di carica aumenta il tempo al quale lamine e foglie presentano una stessa capacità apparente.

Più corto è questo tempo, più presto si riscontrano poi differenze notevoli fra le maggiori capacità apparenti delle lamine e quelle delle foglie, come risulta anche dal confronto fra le colonne $V_a - V_s$ delle tabelle precedenti.

Di più, la intensità della corrente polarizzante ha anche una sensibile influenza sui valori delle capacità iniziali; dai valori riferiti sopra si desume, infatti, che passando da $\rho_i = 90$ a $\rho_i = 45$ ohm, le c crescono in ogni caso e di più per le lamine. Se ne deduce, quindi, che ancora nei primi momenti del passaggio d'una corrente sufficientemente intensa le foglie e le lamine adoperate presentano un sensibile assorbimento di ioni.

La reversibilità dei fenomeni di polarizzazione non può dunque aversi, anche nelle foglie, che per una f. e. m. e e un tempo t infinitamente piccoli.

Pure sulla quantità totale di elettricità che passa in un certo tempo sembra avere sensibile influenza l'intensità iniziale della corrente. Così i voltametri precedenti hanno fornito questi risultati:

t	$V_s (L)$		$V_s (F)$	
	d_i	d_i	d_i	d_i
	$\rho_i = 90$	$\rho_i = 45$	$\rho_i = 90$	$\rho_i = 45$
0,00266	54,0	63,0	70,0	77,5
0,0119	160,5	170,5	169,5	178,0
0,1345	365,5	398,0	370,0	348,0

dai quali si scorge che la quantità totale d'elettricità che passa in un dato tempo è, nel voltmetro a lamine, maggiore quando

più piccola è la resistenza ρ_1 ; per quello a foglie invece avviene il rovescio sol quando la durata di carica è sufficientemente lunga.

Le modificazioni che hanno luogo agli elettrodi non dipendono unicamente dalla quantità di elettricità; esse non seguono, come sembra succedere nel mercurio, le leggi di Faraday, e perciò è lecito pensare che, almeno parzialmente, consistano in semplici occlusioni di ioni negli elettrodi. Sotto questo aspetto i risultati precedenti possono, se non altro qualitativamente, spiegarsi pensando che più celere e abbondante è l'afflusso di ioni agli elettrodi, più rapido e copioso deve essere l'assorbimento di questi, che si avvicineranno prima alla saturazione minore sarà il lor volume.

7. — Un voltmetro V_7 a foglie su vetro (F_7) della superficie libera di 4 cm.², ha dato, per $\rho_1 = 90$ ohm, i seguenti risultati rappresentati dalla curva 3 della fig. 3.

t	$V_7 (F_7)$			$V_6 - V_7$	$V_8 - V_7$
	d_1	d_2	c		
0,00021	7,0	20,5	0,341	0,159	0,437
0,00086	23,5	65,5	0,359	0,226	0,480
0,00266	49,0	132,5	0,370	0,236	0,479
0,00602	70,0	178,5	0,392	0,264	0,480
0,0119	102,5	230,0	0,446	0,275	0,444
0,0464	181,5	268,0	0,677	0,244	0,296
0,0837	229,0	280,5	0,816	0,232	0,224
0,1345	257,0	283,0	0,908	0,265	0,217
0,1823	273,0	284,5	0,960	0,280	0,218

Le differenze segnate nella colonna $V_6 - V_7$ e la curva 3 mostrano che la capacità delle foglie libere è sempre maggiore di quella delle aderenti. L'effetto di superficie è evidente in principio; quello di volume non può esser manifestato che dalla diminuzione che presentano le differenze precedenti col crescere di t . Questa diminuzione diventa più rapida se cresce l'intensità della corrente; così un altro voltmetro uguale a

V_7 , facendo $\rho_1 = 45$ ohm, ha mostrato una differenza di capacità rispetto a V_6 che dal valore di 0,380 per 0^s, 0002 è discesa a 0,112 per 0^s, 18.

Anche qui dunque risulta che l'effetto di volume è più evidente quando maggiore è la corrente polarizzante.

Se poi si confronta il comportamento dei voliametri V_7 (F_v) e V_5 (L) per la stessa corrente ($\rho_1 = 90$ ohm) si vede, dalla colonna $V_5 - V_7$, che le differenze fra le capacità presentate dalle lamine e dalle foglie su vetro crescono coll' aumentare del tempo, cioè l' influenza del volume diventa più cospicua.

8. — Il voltmetro V_{10} a lamine d' oro (L_m) ricoperte di mastice sulle faccie lontane, mentre le vicine sono di 4 cm.², ha dato i seguenti risultati (curva 5 della fig. 3) per $\rho_1 = 90$ ohm :

$V_{10} (L_m)$	
t	c
0,00025	0,305
0,00091	0,325
0,00322	0,340
0,00626	0,421
0,02010	0,568
0,06647	0,891
0,0953	0,982
0,1543	1,140
0,1955	1,226

Il confronto di questi risultati con quelli del voltmetro V_7 (F_v) rivela che la capacità apparente di carica delle foglie attaccate è sempre minore di quella delle lamine di ugual superficie geometrica e la differenza aumenta al crescer di t . L'effetto di volume qui è ora manifesto non soltanto in tempi lunghi, ma anche nei primi istanti; e risultati simili a quelli di V_{10} sono stati offerti da altri voltametri.

Gardando col microscopio una foglia aderente si scorge che la sua superficie è meno scabra di quando essa non è toc-

cata; ciò, sembra, può render ragione del fatto che mentre le foglie libere (V_6) hanno una capacità iniziale maggiore delle lamine (V_8), quelle aderenti (V_7) la presentano minore che le lamine masticiate (V_{10}). Ma potrebbe anche pensarsi che la maggior superficie delle libere deve permettere, anche a principio della carica, una maggiore diffusione di ioni, da cui un aumento della capacità apparente più grande che in quelle attaccate. In tal caso resterebbe confermato che le foglie libere offrono un assorbimento di ioni apprezzabile anche in tempi molto piccoli e più cospicuo di quello delle aderenti.

Il confronto di V_6 (F) e V_{10} (L_m) mostra che la capacità delle lamine masticiate finisce per superare quella delle foglie, ma, com'è naturale, ciò avviene dopo un tempo assai più lungo di quello che vi hanno impiegato le lamine a doppia faccia libera (V_8), avendosi in tal caso una superficie elettrica maggiore e quindi anche una maggiore facilità di diffusione per gli ioni.

9. — Tutti i fenomeni precedenti restano confermati se si confrontano le polarizzazioni di V_6 , V_8 , V_7 con quella di altri voltametri ad elettrodi di superficie più piccola o più grande.

Per brevità riporto solo i seguenti risultati, per $\rho_1 = 90$ ohm, forniti da V_{11} a foglie su vetro della superficie libera di 6 cm.² ognuna, mentre in V_{12} esse la hanno di 8 cm.².

t	V_{11} c	V_{12} c
0,00025	0,398	0,675
0,00091	0,415	0,695
0,00322	0,455	0,715
0,00626	0,495	0,728
0,02010	0,630	0,775
0,06647	0,903	0,942
0,0953	0,985	1,025
0,1543	1,120	1,152
0,1955	1,171	1,214

La curva 4 della fig. 3 corrisponde a V_{11} .

Questi risultati mostrano che, in generale, le capacità iniziali, per una stessa intensità di corrente polarizzante, sono sensibilmente proporzionali alle superfici degli elettrodi, ma con maggiore precisione però per le lamine che per le foglie.

Le molte esperienze eseguite con una ventina di voltametri hanno sempre fornito risultati, coi riferiti, qualitativamente concordanti; quantitativamente però si trovano delle differenze fra coppia e coppia di foglie, nè ciò può meravigliare se si pensa anche che esse sono una lega di oro. Ad ogni modo tutte le differenze nel comportamento delle varie specie di voltametri son riuscite sempre molto nette ed evidenti.

10. — In conclusione mi pare di potere affermare che, almeno con gli elettrodi che ho adoprato, si verifica, come per quelli di mercurio, non solo l'effetto superficiale, ma, con molta chiarezza, anche quello di volume.

Quest'ultimo, a parità di corrente polarizzante, è più conspicuo allorchè maggiore è il volume degli elettrodi e si appalesa dopo un tempo tanto più lungo, se è minore, per un dato volume, la superficie dei medesimi.

Quando la corrente assume valori sufficientemente grandi l'influenza del volume è manifesta anche in tempi piccolissimi, sì che, in ogni caso, la capacità di polarizzazione può avere un senso sperimentalmente ben definito soltanto al limite per valori nulli del tempo di carica e della f. e. m. di polarizzazione che ne nasce.

In complesso i fenomeni osservati trovano plausibile spiegazione ammettendo soltanto una diffusione di ioni negli elettrodi; ma non può escludersi a priori che fra ioni e elettrodi avvengano anche delle vere reazioni chimiche.

E allora anche per l'oro possiamo immaginarci il meccanismo della polarizzazione nel modo seguente.

Se si ammette, come vuole la teoria degli ioni, che nel momento in cui si stabilisce una differenza di potenziale fra gli elettrodi d'oro d'un voltmetro a soluzione solforica, gli ioni si accumulino agli elettrodi, e che al contatto di questi e dell'elettrolita preesista, nel senso di Helmholtz o di Nernst, un doppio strato elettrico, il primo effetto del passaggio della cor-

rente consisterà solo nella modificazione, qualunque essa sia, di questo doppio strato, a condizione che la corrente sia sufficientemente piccola, nel qual caso le cariche non interesseranno, se mai, che uno strato di elettrodi sottilissimo. Si ha così l'effetto di superficie.

Siccome poi l'oro non è impermeabile ai prodotti della elettrolisi, coi quali forma dei composti o delle soluzioni, anche in tempi assai piccoli gli ioni penetrano nell'interno degli elettrodi e perdono la loro carica trasformandosi in materia, sì che per mantenere la polarizzazione ne occorrono dei nuovi. La corrente necessaria a compensare questa azione depolarizzante, esercitata sugli elettrodi dalle modificazioni secondarie a cui essi vanno soggetti, corrisponde all'effetto di volume osservato.

L'influenza del volume degli elettrodi spiega la loro polarizzazione residua che scompare con grande lentezza, sì che la capacità d'un voltmetro ad elettrodi d'oro dipende dalla loro superficie, dal loro stato anteriore, dalla durata della carica e dal tempo pel quale son tenuti in corto circuito.

Le presenti esperienze dimostrano che le lamine sottilissime si prestano assai bene a rivelare la complicazione che tutti gli effetti dovuti al volume di elettrodi, anche non molto assorbenti come quelli di oro, portano nei fenomeni di polarizzazione a corta durata che presentano.

Lo stato liquido degli elettrodi non è quindi condizione essenziale o sola conveniente per l'osservazione minuta di questi fatti.

Sarebbe piuttosto desiderabile che gli strati metallici esili fossero chimicamente puri, allo scopo di chiarire la natura delle modificazioni secondarie a cui vanno soggetti in differenti elettroliti.

R. Liceo " Garibaldi " .
Napoli, agosto 1908.

**LA CONDENSAZIONE DEL VAPOR D'ACQUA NELLE EMANAZIONI DELLA SOLFATARA
DI POZZUOLI.**

Nota del Dott. ANTONINO LO SURDO.

1. — Nella Solfatara di Pozzuoli, il celebre cratere della Regione Flegrea, si suol mostrare un notevole fenomeno di condensazione del vapor d'acqua. Le emanazioni delle fumarole sparse sul suolo dell'ampio cratere si elevano producendo del fumo dovuto alla condensazione del vapor d'acqua di cui esse sono costituite in massima parte: allorquando in vicinanza vengono accese delle fascine o delle torcie resinose avviene un notevolissimo aumento nella grandezza delle colonne di fumo, mentre questo appare più denso, e si nota altresì la formazione di piccoli pennacchi di fumo, che rivelano la presenza di moltissime altre piccole fumarole dalle quali ordinariamente le emanazioni escono senza condensarsi.

Il fenomeno, che da molti è ritenuto come caratteristico di quelle fumarole vulcaniche, si osserva evidentemente in seguito al mescolarsi dei prodotti di combustione colle emanazioni. A chiunque abbia conoscenza dei fondamentali e ben noti lavori di C. R. T. Wilson, J. J. Thomson, Barus ed altri, sulla condensazione del vapor d'acqua in goccioline, vien spontanea l'idea che esso possa aver la sua origine nella presenza di nuclei di condensazione, che sono contenuti in gran copia anche nei prodotti di combustione; tuttavia non si può escludere a priori che non vi concorrano condizioni particolari delle emanazioni.

Quindi per lo studio del fenomeno ho creduto interessante di eseguire alcune esperienze, che qui descrivo brevemente, mediante le quali ho assoggettato le emanazioni all'azione di nuclei aventi note proprietà condensanti, per osservare se gli effetti sono all'ingrosso quali si producono su un semplice getto di vapore.

2. — La condensazione del vapor d'acqua in minute goccioline di nebbia nell'aria priva di pulviscolo, ad una determinata temperatura, avviene ¹⁾ con una soprasaturazione minima di circa otto, cioè con una tensione di vapore otto volte maggiore di quella a cui esso è saturo. Però quando nell'aria si trovano dei nuclei di condensazione, la formazione delle goccioline avviene con tensione minore di quella corrispondente a questa soprasaturazione così alta, ma diversa secondo la specie dei nuclei. Questi si distinguono in tre gruppi ²⁾:

1) Ioni propriamente detti sui quali il vapore si condensa con una soprasaturazione minima di quattro se positivi, e di sei se negativi. Essi hanno una mobilità eccedente un cm. per sec., in un campo elettrico in cui il gradiente di potenziale è di una volta per cm.

2) Ioni grossi o pesanti; sui quali il vapor d'acqua si condensa con piccola soprasaturazione e perfino alla semplice tensione di saturazione; questi hanno generalmente una mobilità di meno che la millesima parte dei precedenti.

3) Nuclei non carichi di elettricità, che si comportano come i grossi ioni poichè condensano il vapore poco o niente soprasaturo.

Le emanazioni vennero assoggettate all'azione di nuclei di queste tre diverse specie, e precisamente degli ioni prodotti coi raggi X e di Becquerel appartenenti al primo gruppo ³⁾; degli ioni che hanno origine nell'ossidazione del fosforo, appartenenti al secondo ⁴⁾; e finalmente dei nuclei prodotti da un filo di platino incandescente ⁵⁾, per il terzo gruppo. In ogni caso si osservava se al momento in cui l'aria provvista dei nuclei veniva a mescolarsi coll'emanazione, si otteneva una maggiore condensazione di vapore. L'effetto era osservato grossolanamente, poichè si giudicava soltanto ad occhio del maggiore annebbiamento che si veniva a produrre: tale modo di

1) C. R. T. Wilson. Phil. Trans. 192; 1899, p. 403. — Id. 189, 1897, p. 265.

2) C. R. T. Wilson. Ann. Rep. Smiths. Inst. 1904, p. 195.

3) Wilson. l. c.

4) Bloch. Ann. de Chimie et de Physique. 8.th s., t. IV, p. 25, 1906.

5) Owen. Phil. Mag., 6, p. 306, 1903.

osservazione però nel nostro caso può ritenersi sufficiente, avendo di mira soltanto di constatare se i nuclei erano la causa di un maggiore annabbimento, come quello che si osservava allo stesso modo, all'accensione delle sostanze resinose, fascine, ecc.

Effetto degli ioni prodotti dai raggi X e di Becquerel. — Le prime esperienze furono fatte con ossido di uranio, il 26 settembre 1906: all'azione ionizzante di questo corpo mi parve in generale non corrispondesse un maggiore annabbimento; rimase dubbioso soltanto un lievissimo effetto su qualcuna delle piccole fumarole.

L'azione dei raggi X fu provata il 24 novembre 1907, mediante una disposizione capace di far funzionare un tubo di Crookes collegato al secondario di un rocchetto di Ruhmkorff da 20 cm. di scintilla. Il tubo si disponeva a piccola distanza dalle fumarole, ed in modo che anche il getto stesso di emanazione fosse investito dai raggi X. Furono provate le più importanti fumarole, ma in quasi tutte non si poté scorgere che per l'azione di raggi X avvenisse una più abbondante condensazione di vapore; solo in alcuna delle più piccole si ebbe un lieve effetto in questo senso, sicuramente avvertito dal parere unanime delle diverse persone che osservavano contemporaneamente ¹⁾).

L'effetto degli ioni prodotti da intense radiazioni Becquerel venne provato il 24 novembre 1907, usando 10 mg. di bromuro di radio. Si ottennero risultati simili a quelli avuti coi raggi X; in alcune piccole fumarole, corrispondentemente alla presenza in vicinanza della cellula di radio si ebbe un annabbimento un po' più marcato ²⁾).

Effetto degli ioni prodotti mediante l'ossidazione del fosforo. — Venne portato sul posto (il 16 gennaio 1908) un piccolo ap-

1) Il dott. Rossi dell'Istituto fisico di Napoli, il dott. Mercogliano dell'Istituto di Fisica terrestre, ed il sig. Ugo Chistoni.

2) Alle esperienze col radio assistettero anche i professori Chistoni e Piutti della Università di Napoli. La sostanza radioattiva venne messa gentilmente a mia disposizione dal prof. Piutti, al quale rinnovo qui i miei ringraziamenti.

parecchio mediante il quale dell'aria veniva fatta passare prima attraverso un essiccatore, poi entro un tubo contenente del fosforo, dove essa si arricchiva di ioni, e finalmente fatta uscire all'esterno; l'apparecchio era in tutto simile a quello di cui si servi Bloch ¹⁾ nello studio delle proprietà di questi ioni. L'aria così ionizzata mescolandosi alle emanazioni delle fumarole provocava una abbondantissima condensazione del vapor d'acqua, paragonabile a quella che si ottiene coi prodotti di combustione: l'effetto fu molto marcato su tutte le fumarole provate.

Effetto dei nuclei di condensazione prodotti da un filo di platino incandescente. — Un filo di platino scaldato produce anche dei nuclei di condensazione i quali richiedono soprassaturazione tanto minore quanto più alta è la temperatura a cui si porta il filo. Al disopra dei 400 gradi si producono dei nuclei capaci di condensare il vapor d'acqua colle più piccole soprassaturazioni; essi, secondo Owen ²⁾, non sono provvisti di carica elettrica. Sulle fumarole della Solfatara l'azione di questi nuclei fu provata il 1° dicembre 1907; con apposita disposizione trasportabile l'aria veniva fatta passare entro un tubo ov'era un filo di platino inserito in un circuito comprendente una batteria di accumulatori ed un reostato. Quando il filo era scaldato al rosso vivo, l'aria passata intorno ad esso produceva una più forte condensazione del vapore nelle emanazioni delle fumarole: effetto simile a quello provocato dai prodotti di combustione e dagli ioni del fosforo, e che veniva a rendersi meno marcato fino ad annullarsi, coll'abbassare l'alta temperatura del filo ³⁾.

3. — I risultati ottenuti nelle diverse esperienze mostrano che non tutte le varie specie di nuclei agivano allo stesso modo nel provocare una più abbondante condensazione del vapor d'acqua delle emanazioni.

1) Bloch, l. c.

2) Owen. l. c., pag. 815.

3) Owen. l. c.

Coi nuclei del fosforo si sono ottenuti effetti così intensi come coi nuclei della combustione: questi peraltro appartengono pure alla seconda specie, ed hanno, come è noto, piccola mobilità ¹⁾; i nuclei del platino incandescente hanno dato gli stessi effetti. Ciò avrebbe potuto avvenire anche su un semplice getto di vapore nell'aria libera, essendo conforme alle note proprietà dei detti nuclei, come anche verificai in laboratorio.

Coi nuclei prodotti da raggi X e di Becquerel, salvo qualche lieve eccezione a cui già accennai, non si ebbe effetto sensibile. Ma la spiegazione di questo comportamento che a tutta prima sembra strano, è, a mio giudizio semplice: due fatti invero possono aver contribuito a far sì che gli ioni prodotti dai raggi X e di Becquerel non provocassero una più abbondante condensazione:

1) in nessun punto del getto di emanazione veniva raggiunto dal vapore lo stato di forte soprasaturazione necessario per la condensazione su questi ioni; o meglio:

2) le emanazioni e l'aria dei dintorni contenevano già ioni in numero sufficiente perchè colla condensazione su di essi la soprasaturazione si mantenesse minore di quella minima per i nuovi ioni.

E un esame molto sommario mise già in evidenza, come del resto era da aspettarsi, che le emanazioni erano sensibilmente radioattive.

Da quanto abbiamo visto sembra sia lecito concludere, quindi, che il fenomeno di condensazione messo in evidenza alla Solfatara sia dello stesso genere di quelli che si potrebbero produrre su un semplice getto di vapor d'acqua.

Al prof. Chistoni, che per le esperienze descritte mise largamente a mia disposizione i mezzi dell'Istituto di Fisica terrestre da Lui diretto nell'Università di Napoli, ed al prof. Cantone che pure gentilmente mi concesse l'uso di alcuni apparecchi dell'Istituto di Fisica, rinnovo qui i miei vivi ringraziamenti.

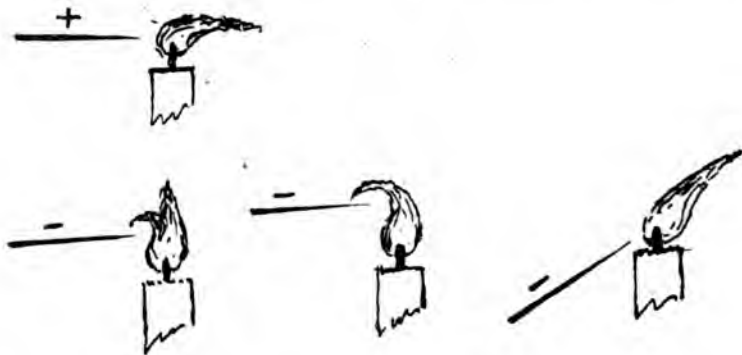
1) M.c Clolland. Phil. Mag. 46, p. 29, 1898.

AZIONE DI UNA PUNTA ELETTRIZZATA SOPRA ALLA FIAMMA DI UNA CANDELA.

VITTORIO CHIARINI.

Il fenomeno che si ha allorquando viene presentata una fiamma ad una punta collegata al conduttore di una macchina elettrostatica, si mostra — ad una attenta osservazione — più complesso di quanto è detto in tutti i testi di fisica.

Esso infatti non può unicamente dipendere dal così detto « vento elettrico »; deve essere la risultante dell' azione meccanica repulsiva di quello sui gas della fiamma, e delle attrazioni e repulsioni che la punta elettrizzata esercita sui centri carichi di elettricità che si trovano negli strati visibili della fiamma. Così, trattandosi della fiamma di una candela o di quella di un ordinario becco a gas, entreranno in contrasto



col vento elettrico le azioni esercitate dal conduttore terminato a punta, sulla parte positiva di quella fiamma, resa visibile dalle particelle carboniose che in essa si muovono con cariche di quel nome, e non sui centri negativi che ne costituiscono la parte trasparente, invisibile. — Ragione per cui con la punta positiva risulterà un completo piegamento della fiamma, favorito dalle due circostanze sopra indicate; mentre

con la punta negativa, avendosi contrasto fra quelle azioni, vedremo la fiamma incavarsi laddove è diretto il soffio, ma volgere una sua lingua al metallo. — Anche con la punta negativa potrà aversi la ripulsione completa; basterà aver cura di dirigere la punta stessa alla parte bassa della fiamma e di tenerla alquanto inclinata in sù.

Osservazione 1^a. — Le esperienze indicate riescono egualmente bene se, invece della punta, si elettrizza la fiamma, e a questa si presenta una punta tenuta per mano o comunque in comunicazione col suolo. — Si può allora utilmente sostituire alla candela un becco Bunsen, acceso a fiamma luminosa, appoggiato sul conduttore della m. e. — In questi casi riesce copiosa e rapida la deposizione di nero fumo sul metallo che, direttamente, o per influenza, viene a prendere elettricità negativa.

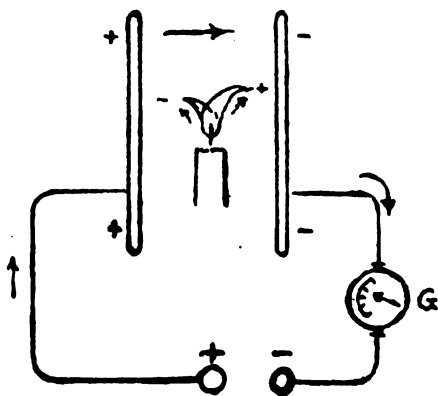
Osservazione 2^a. — La fiamma elettrizzata come precedentemente, tenuta abbastanza lontana da conduttori in comunicazione col suolo, nel disperdere la carica che riceve, si allunga, e affila la sua punta che si vede scintillare per la sfuggita da essa di numerose particelle carboniose, se è appoggiata sul conduttore positivo; invece quando è sul negativo, da prima si gonfia e si agita, poi, col crescere della carica fornitale, si divide in varie lingue, delle quali una soltanto si eleva verticalmente, ad intermittenza, dal gruppo delle altre che si ripiegano sul becco, annerendolo abbondantemente, ove lo toccano. — Tutti questi fenomeni si accentuano, quando si avvicini alla fiamma un conduttore comunicante con la terra.

Rimini, dalla Scuola d'Arti e Mestieri, luglio 1908.

UN' ESPERIENZA DA LEZIONE.

VITTORIO CHIARINI.

Fra due dischi metallici, collegati ai conduttori di una macchina elettrostatica, si ponga la fiamma di una candela stearica in cui, attorno allo stoppino, sia messo del sale comune. Non appena si crea il campo elettrico, la fiamma si allargherà, dividendosi in due lingue, la minore delle quali, colorata in giallo, volge al piatto positivo, perchè le particelle di sodio che trasporta sono cariche negativamente; mentre l'altra, più grande e rossastra, si dirige al piatto negativo, giacchè le particelle di carbone che la costituiscono sono altrettanti centri positivi.



Un galvanometro inserito nel filo che, da uno qualunque dei conduttori della m. e., va ad un piatto, segna una corrente per tutto il tempo per cui la macchina stessa agisce. — Risulta quindi che la corrente elettrica è data da una doppia circolazione di cariche positive e negative, muovendosi in sensi contrari. Per convenzione, si assume come senso della corrente quello delle cariche positive.

Rimini, dalla Scuola d'Arti e Mestieri, luglio 1908.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Anschluss für Einheiten und Formelgrößen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 578, 1908.
- Fournier d'Albe E. E. Some general principles of the theory of dimensions. *Roy. Dublin Acad.* 11 Mag. 1908.
- Liebmann H. Ueber die Darstellung eines quellenfreien Vektorfeldes. *Ak. der Wiss.* Leipzig. 15 Giugno 1908.
- Volkmann P. Die Subjektivität der physikalischen Erkenntnis und die psychologische Berechtigung ihrer Darstellung. Leipzig. 1908.
- Rebenstorff H. Versuche mit heissem Wasserdampf. *Zeit. f. Phys. Unt.* 21, p. 282, 1908.

2. Densità.

- Brill O. and de Brereton Evans C. The use of the Microbalance for the Measurement of Densities of Solids. *Journ. Chem. Soc.* 93, p. 1443, 1908.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Schulze F. A. Ueber die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von Spannung. *Ges. z. Bef. d. Wiss. Marburg.* p. 87, 1908.
- Tobusch H. Ueber elastische und magnetische Nachwirkung. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 439, 1908.
- Jung H. W. E. Ueber die Lage der Hauptträgheitsachsen von Punktsystemen in der Ebene. *Arch. d. Math. u. Phys.* (3), 13, p. 231, 1908.
- Rath E. Ueber Bewegung eines starren Körpers und Kräftesystems im Raume von n Dimensionen. *Math. Naturw. Mitt. des Ver. in Württemberg.* (2), 10, N. 1, 1908.
- Sanielsvici. Sur l'équation aux dérivées partielles des membranes vibrantes. *Compt. Rend.* 146, p. 1387, 1908.
- Levi-Civita T. Sull'attrazione esercitata da una linea materiale in punti prossimi alla linea stessa. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 3, II sem. 1908.
- Galliver G. H. On the cohesion of steel. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh.* 28, p. 374, 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Biel R. Der Druckhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gafförmiger Flüssigkeiten. *Zeit. d. Ver. d. Ing.* 52, p. 1085, 1065, 1908.

- Capelle G. Variation de la tension superficielle du soufre avec l'élévation de la température. *Rull. Soc. Chim.* (4), **3**, p. 761, 1908.
- Popevic. Sur les points d'équilibre d'un fluide en mouvement. *Compt. Rend.* **147**, p. 176, 1908.
- Whitaker E. T. On the Theory of Capillarity. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 21, 1908.
- Quincke G. Die Schaumstruktur des Schwefels. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 525, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Trollier A. La résistance de l'air. *La Nature.* **86**, p. 145, 1908.

6. Apparecchi.

- Fischer H. W. und Bobertag O. Glasthermostaten für höhere Temperaturen. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 875, 1908.
- Green W. H. Notes on laboratory apparatus. *Chem. News.* **98**, p. 49, 1908.
- Heinrich G. Versuche für Schülerübungen. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 240, 1908.
- Stroman A. Schwerpunktsscheiben. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 243, 1908.
- Schulze E. Apparat zur Huyghensschen Ableitung der Formel für physischen Pendel. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 223, 1908.
- Rebenstorff H. Anwendung einer Ableitung aus dem Mariotteschen Gesetz. *Chem. Zeit.* **32**, p. 570, 1908.
- Dehn W. M. Einfache Demonstration der Gasgesetze. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 578, 1908.
- Thierfelder. Die Cykloidenrinne. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 244, 1908.
- Lanner A. Die experimentelle Behandlung des Dopplerschen Prinzips. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 278, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

- Cabrera B. Il coefficiente di attrito interno dei solventi e la conducibilità molecolare degli elettroliti. *An. Soc. Esp. de Fis. y. Quim.* **6**, N. 5, 1908.
- Pissarjewski L. und Karp E. Die Beziehung zwischen der Diffusionskonstante, der inneren Reibung und dem elektrischen Leitvermögen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **63**, p. 257, 1908.
- Fawsitt C. E. Viscosity determinations at high temperatures. *Chem. Soc. London.* 14 Giugno 1908.
- Richarz F. Die Theorie des Gesetzes von Dulong und Petit. II. *Zeit. f. Anorg. Chemie.* **59**, p. 146, 1908.
- Fawsitt C. E. The viscosity of solutions. *Journ. Chem. Soc.* **93**, p. 1003, 1908.
- Lewis G. N. Osmotic pressure of concentrated Solutions, and the Laws of the perfect Solution. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 668, 1908.
- v. Weimarn P. Zur Lehre von den Zuständen der Materie. *Zeit. f. Chem. u. Ind. d. Koll.* **2**, pp. 199, 280, 301, 325, II, p. 52, 1908.
- Pissarjewski L. Atomhypothesen und energetische Weltanschauung. *Journ. d. Russ. Phys. Ges.* **40**, p. 444, 1908.

- Reth W. A. Die Dichte und Schmelzwärme des Eises und die molekulare Gefrierpunktserniedrigung in wässrigen Lösungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **63**, p. 441, 1908.
- Lewis G. M. Pressione osmotica delle soluzioni concentrate. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 668, 1908.
- Siren E. Wärmekapazität und osmotischer Druck von Lösungen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 341, 1908.
- Hosking R. The viscosity of water. *Roy. Soc. New South Wales*. 3 Giugno 1908.
- Woudstra H. W. Ueber die innere Reibung kolloidaler Lösungen. *Chem. Weekblad.* **5**, p. 303, 1908.
- Fawcett C. E. Viscosity determinations at High Temperatures. *Journ. Chem. Soc.* **93**, p. 1299, 1908.
- Getman F. H. Solutions of Salts exhibiting negative Viscosity. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 721, 1908.
- Vogard L. Researches upon Osmosis and osmotic Pressure. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 247, 1908.
- Traube I. Die osmotische Kraft. *Arch. d. Physiol.* **123**, p. 419, 1908.
- Deleaux J. Pression osmotiques et mouvement brownien. *Compt. Rend.* **147**, p. 181, 1908.
- Porter A. W. On osmotic pressure. *Journ. of Phys. Chem.* **12**, p. 404, 1908.
- Merse H. N. and Holland W. W. The osmotic pressure of glucose solutions at 10°. *Amer. Chem. Journ.* **40**, p. 1, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- v. Wegau M. Ueber die Berechnung der Diffusionskonstanten von Nichteletrolyten in flüssiger Lösung. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 542, 1908.
- Clack B. W. The coefficient of diffusion. *Phys. Soc. London.* 22 Mag. 1908.
- Pissarszewski L. and Karp E. Beziehung zwischen der Diffusionskonstante, der inneren Reibung und der Elektrizitätsleitung. *Journ. der Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 599, 1908.
- van der Waals J. D. Contributions à la théorie des mélanges binaires. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 199, 1908.
- Kohnstamm P. Équilibres dans les systèmes binaires. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 291, 1908.
- Kraus C. A. Solutions of Metals in non-metallic Solvents. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, p. 1557, 1907.
- Wehlers H. E. Ueber Adsorptionsercheinungen anorganischer Salze. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 203, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Jones H. C., Lindsay C. F., Carroll C. G., Bassett H. P., Bingham E. C., Rouiller C. V., Mc. Laster L. and Veazey W. R. Conductivity and viscosity in mixed solvents. V+235 p. *Carnegie Inst. of Washington.* N. 80, 1908.
- Stewart A. W. The relation between dielectric Constant and Chemical Constitution. I. *Journ. Chem. Soc.* **93**, p. 1059, 1908.
- Henderson P. Zur Thermodynamik der Flüssigkeitsketten. *Zeit. f. Phys. Chem.* **63**, p. 325, 1908.

- Michaëlis L. Ueber binäre Elektroden und elektrochemische Adsorption. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 353, 1908.
- Laurie A. B. The electromotive force of iodine concentration cells in alcohol and water. *Roy. Soc. Edinburgh.* **4** Mag. 1908.
- Schulze G. Ueber die elektrolitische Gleichrichtung von Wechselstrom. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 23, 1908.
- Juferoff W. Leitvermögen von Eisenchlorid und Eisenchloridlösungen und Struktur des Chlorids. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 82, 1908.
- Halla F. Zur thermodynamischen Berechnung elektromotorischer Kräfte. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 411, 1908.
- Jouaust R. Influence de la température sur la force électromotrice des éléments au cadmium. *Compt. Rend.* **147**, p. 42, 1908.
- Geuy E. Mesures électrocapillaires par la méthode des larges gouttes. *Compt. Rend.* **146**, p. 1374. **147**, p. 92, 1908.
- Warburg E. Ueber Ozonröhren. *Berl. Ber.* p. 721, 1908.
- Tschumakow S. Beiträge zum Studium der Elektrolyse in Systemen, welche aus ZnSO_4 , NH_3 , und H_2O bestehen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 476, 1908.
- Semmerlad H. Nachweis der durch die Funkenentladung in Luft gebildeten Oxide des Stickstoffs. *Zeit. f. Phys. Unter.* **21**, p. 250, 1908.
- Schmidt C. L. A. and Singer C. P. Potential of a H-electrode in acid and alkaline solutions. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 406, 1908.
- van Deventer C. M. und van Lummel H. Aluminium und die Spannungsreihe. *Chem. Weekblad.* **5**, p. 359, 1908.
- van Laar J. J. Aluminium und die Spannungsreihe. *Chem. Weekblad.* **5**, p. 338, 1908.
- Müller E. Zur Erklärung der Überspannung. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 429, 1908.
- Whetham W. C. D. and Paine H. H. The electrolytic Properties of dilute Solution of sulphuric Acid. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 53, 1908.
- Turrentine J. W. Reversed electrolysis. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 448, 1908.
- Pohl R. Der monomolekulare Reaktionsverlauf der Ammoniakzersetzung durch stille Entladung. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 429, 1908.

4. Fotochimica.

- Villard P. Phénomènes pseudophotographiques. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 506, 1908.
- Ciamiolan G. e Silber P. Azioni chimiche della luce. *Mem. Ac. Bologna.* (6), **4**, p. 3, 1907.
- Banoroff D. W. The electrochemistry of light. III. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 417, 1908.
- Trautz M. Beiträge zur Photochemie. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 270, 1908.
- Wood R. W. Note on the photography of very faint spectra. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 379, 1908.

5. Termochimica.

- Wigand A. Statik und Kinetik der Umwandlung im flüssigen S und die Schmelzwärme des monoklinen S. *Zeit. f. Phys. Chem.* **63**, p. 278, 1908.
- Rankin D. J. The potential energy of the elements. *Chem. News.* **97**, p. 302, 1908.
- Nägel A. Versuche ueber die Zündgeschwindigkeit explosibler Gasgemische. *Mit. d. Forsch. a. d. Geb. Ingenieurw.* **54**, p. 1, 1908.

Bengade E. Recherches sur les chaleurs de formation des protoxydes alcalins. *Ann. d. Chim. et Phys.* (8), 14, p. 540, 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

Mourelle J. R. La cristallisation dans la fonte en fusion. *An. Soc. Esp. de Fis. y. Quim.* 6, N. 5, 1908.

Püschel V. Ueber Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung, Kristallform, Härte und Dichte. I. *Zeit. f. Anorg. Chem.* 59, p. 102, 1908.

Seagaugh G. D. A Method for the Measurement of Rate of Change in Solid Alloys. *Chem. Soc. London.* 14 Giugno 1908.

Brun A. Cristallisation du quartz. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 610, 1908.

Retarski T. Uebersehene Angaben betreffs flüssiger Kristalle. *Chem. Ber.* 41, p. 1994, 1908.

Verländer D. Ueber durchsichtig klare, kristallinische Flüssigkeiten. *Chem. Ber.* 41, p. 2033, 1908.

Ziegler M. Optische Methode zur Bestimmung der relativen Härte benachbarter Strukturelemente von Legierungen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 554, 1908.

Andrejew J. Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeit von Kristallen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 397, 1908.

Vernadsky W. Beiträge zur Energetik der Kristalle. *Zeit. f. Krist.* 45, p. 124, 1908.

Sommerfeldt E. Ueber die Beziehungen der Kristallpolyeder zu den regelmässigen Körpern. *Neues Jahrb. für Min.* 1, p. 113, 1908.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Düring K. Ueber die Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten. Bonn, C. Georgl, 1908.

Zehnder L. Zur Richtungsbestimmung unterseelischer Schallsignale. *Phys. Zeit.* 9, p. 519, 1908.

Nicholson J. W. On the reflection of waves from a stratum of gradually varying properties, with application to Sound. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.

Lord Rayleigh. Acoustical Notes. VIII. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 285, 1908.

2. Acustica fisiologica.

Schulze F. A. Monochord zur Bestimmung der oberen Hörgrenze und der Perzeptionsfähigkeit des Ohres für sehr hohe Töne. *Zeit. f. Ohrenheilk.* p. 167, 1908.

3. Acustica musicale.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Amagat E. H. Sur l'extension du théorème de Clausius. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 38, 1908.

Budzier F. Theoretische Bearbeitung der adiabaten Zustandsänderung von Gasen bei reversiblen und irreversiblen Verlauf und darnach anschliessend eine kritische Untersuchung der Frage, ob und in welchem Masse die Resultate der vorliegenden Experimentaluntersuchungen über das Verhältniss $c_p : c_v$ eine Aenderung erfahren, wenn man die tatsächlich ausgeführten Versuche als irreversibel betrachtet. Preisschrift Rostock. VIII-65 p. Rostock. 1908.

König B. Einige Anwendungen des Entropiegesetzes. 28 p. Göding. 1907.

2. Teoria cinetica della materia.

Henri V. Influence du milieu sur les mouvements browniens. *Soc. Franç. de Phys.* N. 282, 1908.

Preston S. T. On some physical Relations affecting Matter in diverse Stages of Subdivision. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 254, 1908.

3. Dilatazione e termometria.

White P. W. What is the most important portion of a Thermoelement. *Phys. Rev.* 26, p. 585, 1908.

Richardson O. W. The application of the Ionisation from Hot Bodies to thermometric Work at High Temperatures. *Phys. Rev.* 26, p. 587, 1908.

Dorsey H. G. Further measurement of the coefficient of linear expansion at low temperatures. *Phys. Rev.* 27, p. 1, 1908.

4. Calorimetria.

Schroeder J. Die Aenderung der Wärmekapazität von Aethylspiritus bei Lösung in Flüssigkeiten vom Kohlenwasserstofftypus. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, h. 360, 1908.

Latschenko. Note sur les chaleurs d'échauffement de la barytine, de la withérite et de la chaux fondue. *Compt. Rend.* 147, p. 58, 1908.

Pyle L. A continuous calorimeter. *Science.* 28, p. 121, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

Pianok M. Ueber die kanonische Zustandsgleichung einatomiger Gase. *Berl. Ber.* pag. 633, 1908.

v. Lüpner H. Verdampfungsstudien. *Zeit. f. Phys. Chem.* 68, p. 355, 1908.

Hyndman F. The Liquefying of Helium. *Nature.* 78, p. 370, 1908.

Eumorphopoulos N. The boiling-point of sulfur on the constant pressure Air-thermometer. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.

Callendar H. L. Note on the boiling-point of Sulphur. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.

Laby T. H. The supersaturation and nuclear condensation of certain organic vapours. *Roy. Soc. London.* 30 Aprile 1908.

Mathias E. Sur la détente adiabatique des fluides saturées. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 618, 1908.

Malgh E. On orthobaric Volumes in relation to pressure and temperature. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 201, 1908.

Peddie W. Inversion Temperatures, and the Form of the Equation of State. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*. **28**, p. 394, 1908.

Watts O. P. Boiling-points of Metals, deduced from Moissan's Results. *Trans. Amer. Electrochem. Soc.* **12**, p. 141, 1907.

Prigal E. Ueber den wesentlichen Einfluss von Spuren nitroser Gase auf die Kondensation von Wasserdampf. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 727, 1908.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

8. Calore raggianti.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Kilohing K. und Koenigsberger J. Ueber die Abhängigkeit der selektiven Absorption von der Temperatur und des Verhalten der ersten Elektronen eines Moleküls im Innern der Substanz. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 537, 1908.

Lummer O. und Pringsheim E. Ueber die Jeans-Lorentzsche Strahlungsformel. *Phys. Zeit.* **9**, p. 449, 1908.

v. Hirsch R. Ueber den Lichtdruck auf bewegte Flächen und die Mitführung des Lichtes. *Phys. Zeit.* **9**, p. 495, 1908.

Heyl P. R. Ist the Ether a dispersive Medium? *Journ. Frankl. Insti.* **165**, p. 469, 1908.

Brenenkamp H. Considérations sur les formules de dispersion. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 816, 1908.

Sieg L. P. A general formula for dispersive and resolving powers. *Phys. Rev.* **27**, p. 61, 1908.

Lord Rayleigh. On the Aberration of sloped Lenses and on their Adaptation to Telescopes of unequal magnifying Power in perpendicular Directions. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 26, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Ladenburg R. Ueber die Absorption des Lichtes in leuchtendem Wasserstoff. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 550, 1908.

Hess F. V. Ueber eine allgemeine Beziehung zwischen Volumkontraktion und den drei üblichen Formen des Refraktionsvermögens bei Flüssigkeitsgemischen. *Wien. Anz.* p. 306, 1908.

Tommasina T. Sur un curieux phénomène d'accroissement de la lumière, réfléchi par un corps blanc, sous l'action de la chaleur obscure. *Arch. de Genève.* (4), **25**, p. 614, 1908.

Hellwig M. Ueber die Lage der Inzidenzpunkte bei Reflexion und Refraktion an Ebene, Kugel und Kreiscylinder für zwei feste Punkte im Raum. 30 p. Rostock. 1908.

Herrmann K. Die Brechung und Dispersion des Heliums. 30 p. Diss. Halle a. S. 1908.

- Spence B. J. Optical properties of colloidal solutions and turbid Media in the infra-red. *Phys. Rev.* **26**, p. 521, 1908.
- Lebedinski W. Einige Fälle von Teilung der Strahlung. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 187, 1907.
- Andrejew N. Anwendung der optischen Eigenschaften auf die Untersuchung der Polymerisation und ihr analoger Erscheinungen in Flüssigkeiten. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 191, 1908.
- Erle H. Beiträge zur Kenntnis der anomalen Dispersion von Metaldämpfen. *Verh. der Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 591, 1908.
- Ruess. Apparat zur Demonstration der Totalreflexion durchsichtiger und undurchsichtiger Körper. *Zeit. f. Phys. Unt.* **21**, p. 287, 1908.
- Tikhoff G. A. Remarques sur la Note de M. Lebedew: La dispersion apparente de la lumière dans l'espace interstellaire. *Compt. Rend.* **147**, p. 170, 1908.
- Williams S. R. A study of dispersion in highly absorbing media by means of channeled spectra. *Phys. Rev.* **27**, p. 27, 1908.
- Koenigsberger J. und Bender R. Ueber die absolute und relative Grösse des Phasensprunges bei senkrechter Reflexion an Metallen und Metallverbindungen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 768, 1908.
- Pflüger A. Die Gesetze der Temperaturstrahlung und die Intensitätsverteilung im Spektrum der Quecksilberlampe. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 789, 1908.
- Stuchley K. Demonstration der Grünblut von Gold. *Sitzber. d. Ges. z. Bef. d. Ges. Naturw. zu Marburg.* p. 85, 1908.
- Lyman T. On the transparency of boric anhydride. *Astrophys. Journ.* **28**, p. 85, 1908.
- Scarpa O. Ist die Beersche Regel für Kolloide Lösungen gültig? *Zeit. f. Chem. u. Ind. d. Kolloide.* **2**, p. 50, 1908.

3. Spettroscopia.

- Bulsen H. et Fabry C. Spectre du fer. *Ann. d. la Fac. des Scien. de Marseille.* **17**, p. 111, 1908.
- Hoeller V. Untersuchungen über den langwelligen Teil des Ba-spektrums. *Zeit. f. wiss. Phot.* **6**, p. 217, 1908.
- Horton F. The spectrum of the discharge from a glowing lime cathode in mercury vapour. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, p. 501, 1908.
- Purvis J. E. The absorption spectra of some compounds obtained from pyridine and collidine. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, p. 435, 1908.
- Watson H. E. The spectrum of the lighter Constituents of the atmosphere. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.
- Fowler A. The spectrum of Scandium and its relation to solar spectra. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.
- Nutting P. G. The relative intensities of spectrum lines. *Astrophys. Journ.* **28**, p. 66, 1908.
- Saunders F. A. Note on series in alkali metals spectra. *Astrophys. Journ.* **28**, p. 71, 1908.
- Hemsalech G. A. Sur les spectres de flamme du calcium. *Compt. Rend.* **147**, p. 188, 1908.

- Pellek J. H. On the quantitative spark spectra of Titanium, Uranium and Vanadium. *Roy. Dublin. Soc.* 16 Giugno 1908.
- Meissenbach C. F. O. Untersuchungen über den roten Teil des mit Calciumchlorid erzeugten Bogenspektrums. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 258, 1908.
- Kieg A. S. The production of spectra by an electrical resistance furnace in H-atmosphere. *Astrophys. Journ.* 27, p. 353, 1908.
- Hartley W. N. Die Absorptionsspektren der Dämpfe des Benzols und seiner Homologen, sowie von Benzollösungen bei verschiedenen Temperaturen und Drucken. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 8, p. 299, 1908.
- Iwaszaki D. Ueber die Ursache der Verschiebung der Absorptionsbanden im Blatt. *Ber. Deut. Bot. Ges.* 25, p. 416, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

- Bainville A. Nouvelle forme de photomètre pour l'étude des sources lumineuses de coloration variée. *Industrie électr.* 17, N. 397, 1908.
- Krüss H. Integrierendes Photometer. *Journ. f. Gasbel.* 51, p. 597, 1908.
- Féry C. Photomètre à lecture directe. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 532, 1908.
- Krüss H. Untersuchungen über reflektiertes und durchgelassenen Licht. *Illum. Engin.* 1, p. 38, 1908.
- Pfund A. H. Remarks on the use of the selenium cell in photometry. *Astrophys. Journ.* 28, p. 83, 1908.

5. Luminescenza.

- Trowbridge C. C. A Photometer for the measurement of the rate of decay of gas phosphorescences. *Phys. Rev.* 26, p. 515, 1908.
- Scharff E. Ueber das Leuchten des Phosphors und einiger seiner Verbindungen. Diss. Marburg. 1907.
- Gernoz D. Sur la triboluminescence des composés racémiques. *Compt. Rend.* 147, p. 11, 1908.
- Ley H. und v. Engelhardt K. Ueber die Aenderung der Fluoreszenzfarbe mit dem Lösungsmittel. *Chem. Ber.* 41, p. 2509.
- Trantz M. Chemilumineszenz. *Chem. Zeit.* 32, p. 601, 1908.
- Lavy L. A. The fluorescence of platinocyanides. *Journ. Chem. Soc.* 98, p. 1446, 1908.
- Wood R. W. Polarized fluorescence of metallic vapors and the solar corona. *Astrophys. Journ.* 28, p. 75, 1908.

6. Fotografia.

- Granger A. L'intervention de la chimie organique dans la photographie. *Rev. Gén. des Sciences.* p. 658, 1908.
- Wallace R. J. On the sensitiveness of the photographic plates at different temperatures. *Astrophys. Journ.* 28, p. 39, 1908.
- Ives H. E. An experimental study of the Lippmann color photograph. *Astrophys. Journ.* 27, p. 325, 1908.
- Trivelli A. P. H. Beitrag zur Kenntniss des Solarisationsphänomens und weiterer Eigenschaften des latenten Bildes. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 237, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

Wood R. W. Interference of Light in Chlorate of Potash Laminæ. *Phys. Rev.* **26**, p. 588, 1908.

Rothé E. Variations des franges des photochromies du spectre. *Compt. Rend.* **147**, p. 190, 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Kreutz S. Untersuchung der optischen Eigenschaften von Mineralien der Amphibolgruppe und ihrer Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung. *Wien. Anz.* p. 808.

Piltchikow N. Polarisation des diffusen Lichtes. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 165, 1908.

Hauswaldt H. Interferenzerscheinungen im polarisierten Licht. III. Magdeburg, 1908.

Andersen J. A. The rotation of a crystal of Tourmaline by plane polarised Light. *Nature.* **78**, p. 418, 1908.

Futton A. E. H. The optical constants of Gypsum at different Temperatures, und the Mitscherlich Experiment. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 40, 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Thomson J. J. On the theory of the rotation of the plane of polarisation by solutions. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, p. 818, 1908.

Chardin D. Ueber den Zusammenhang zwischen dem Drehungsvermögen optisch-aktiver Substanzen und ihren chemischen Bau. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 592, 1908.

Darmois E. Sur un cas de dispersion rotatoire anormale; application des mesure de dispersion rotatoire à l'étude de la composition de l'essence de térébenthine. *Compt. Rend.* **147**, p. 195, 1908.

10. Ottica fisiologica.

Müllendorff A. La théorie des couleurs. *Arch. Inst. Grand. Ducal. de Lussembourg.* **8**, p. 1, 1908.

Burch. Ermüdung des Auges durch farbiges Licht. *Illum. Eng. London.* **1**, p. 418, 1908.

11. Apparecchi.

Gallitzine B. Ueber das Stufenspektroskop. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 168, 1908.

Chamberlain C. W. A new Form of Interferometer. *Phys. Rev.* **26**, p. 514, 1908.

Leiss C. Neues kleines Kristallrefraktometer. *Zeit. f. Krist.* **45**, p. 182, 1908.

Stoney G. J. Telescopic Vision. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 318, 1908.

Dokull T. Die stereophotogrammetrischen Instrumente der Firma C. Zeiss in Jena. *Der Mechaniker.* **16**, pp. 121, 136, 147, 171, 1908.

F. Magnetismo.**1. Generalità. Teoria.**

Kühle J. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Magnetismus in lokal erregten Eisenstäben und die Frage der magnetischen Viskosität oder Trägheit. *Diss. Techn. Hochschule. Aachen.* 1908.

2. Misura. Apparecchi.

Meyer S. Zur Kenntnis der Magnetisierungszahlen seltener Erden. *Wien. Anz.* p. 373, 1908.

Shukoff I. Sur les oxydes magnétiques du chrome. *Compt. Rend.* **146**, p. 1396, 1908.

Haupt E. Störungsfreies Magnetometer für Eisenuntersuchung. *Mitt. a. d. Telegr. Versuchsamt. des Reichs. Postamt.* **4**, p. 94, 1908.

G. Elettricità.**1. Teoria.**

Hasenöhri F. Zur Berechnung der elektromagnetischen Masse des Elektrons. *Wien. Ber.* **117**, p. 691, 1908.

Gruner P. Sur les transformations successives des vues scientifiques sur la nature de l'électricité. *Arch. de Genève.* (4), **26**, p. 16, 1908.

Silberstein L. Ueber elektromagnetische Unstetigkeitsflächen und deren Fortpflanzung. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 751, 1908.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

Mattwich J. Ueber Dielektrizitätskonstanten beim Schmelzpunkt. *Wien. Anz.* p. 325, 1908.

Lampa A. Ueber das Verhalten von Isolatoren im elektrostatischen Drehfelde. *Wien. Anz.* p. 326, 1908.

Specht B. Untersuchungen über die Dielektrizitätskonstante flüssiger Kristalle. 34 p. Halle a. S. 1908.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Nipher F. E. The effect of an angle in a conductor on spark discharge, *Science.* **28**, p. 93, 1908.

Milner S. R. On the Nature of the Streamers in the electric Spark. *Roy. Soc. London.* 5 Marzo 1908.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

Baudouin H. Action de la lumière sur les faux équilibres électriques. *Mem. Soc. Sc. Phys. et Nat. de Bordeaux.* (6), **4**, p. 110, 1908.

Hoesch N. A. La différence de potentiel entre électrode et électrolyte. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 530.

5. Conducibilità. Resistenza.

Kinsky J. Die Elektrizitätsleitung in Metallen und Amalgamen. *Zeit. für Elektrochem.* **14**, p. 406, 1908.

Wiek F. W. Some electrical properties of Silicon. *Phys. Rev.* **27**, p. 11, 1908.

6. Fenomeni termici.

Roy L. Recherches théoriques et expérimentales sur l'échauffement des conducteurs par le courant. *Lum. electr.* (2), 3, N. 30, 1908.

Reboul G. Recherches sur les phénomènes électro-capillaires et thermo électriques dans les gaz. *Ann. Chim. et Phys.* (8), 14, p. 488, 1908.

7. Fenomeni luminosi.

Jervis-Smith F. J. Further note on a luminous glow generated by electrostatic induction in an exhausted vessel made of Silica. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.

Righi A. Sur quelques phénomènes dus aux rencontres entre électrons, ions, atomes et molécules. *Journ. d. Phys.* (4), 7, p. 589, 1908.

Sagnac G. Remarques sur une communication récente de M. A. Righi. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 617, 1908.

Huff W. B. Observation on the structure of the arc. *Astrophys. Journ.* 28, p. 59, 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

10. Oscillazioni elettriche.

Diesselhorst H. Erzeugung phasenverschobener Hochfrequenzströme. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 546, 1908.

Eggers F. Versuche mit wenig gedämpften kurzen elektrischen Wellen. *Diss. Greifswald.* 1907.

Wagner K. W. Freie Schwingungen in langen Leitungen. *Elektr. Zeit.* 29, p. 707, 1908.

Colley A. Untersuchung der Dispersion im elektrischen Spektrum des Äthylalkohols. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 121, 1908.

Oppen E. Untersuchungen über das Eindringen der totalreflektierten elektromagnetischen Strahlen in das dünnere Medium. 27 p. Rostock. 1908.

Kieblitz F. Versuche über ungedämpfte elektrische Schwingungen. *Mitt. a. d. Telegr. Versuchsamt. d. Reichs. Postamts.* 4, p. 400, 1908.

Branly E. Remarques à propos de la Note de M. Tissot: Sur l'emploi de détecteurs sensibles d'oscillations électriques basés sur les phénomènes thermoelectriques. *Compt. Rend.* 147, p. 124, 1908.

Duddel W. Short spark phenomena. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 340, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

T. F. C. Solar vortices. *Nature.* 78, p. 368, 1908.

Zeeman P. Solar magnetic field and spectrum analysis. *Nature.* 78, p. 396, 1908.

Lohmann W. Beiträge zur Kenntnis des Zeemanphänomens. *Diss. Halle.* 1905.

Landan S. Les mesures de la dispersion dans le phénomène de Faraday. *Wiadomosci. Matematyczne.* XII, N. 1-4, 1908.

Stark J. Ueber die Spektre des Sauerstoff (Dopplereffekt bei Kanalstrahlen). *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 806, 1908.

Becquerel J. Sur les électrons positifs. *Compt. Rend.* 147, p. 121, 1908.

- Lyman T. The relation of light of very short wave-length to some vacuum tube phenomena. *Astrophys. Journ.* **28**, p. 52, 1908.
- Hartmann W. Das Zeemanphänomen im sichtbaren Spektrum von Cu. Fe. Au und Cr. Halle. 1908.
- Moore B. E. Upon the magnetic separation of the lines of Barium, Yttrium, Zirconium, and Osmium. *Astrophys. Journ.* **28**, p. 1, 1908.
- Zeeman P. Recherches sur la décomposition magnétique des raies spectrales. *Arch. Néerl.* (2), **18**, p. 260, 1908.
- Cotton A. et Meuton H. Biréfringence magnétique et électrique de la nitrobenzine. *Compt. Rend.* **147**, p. 193, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

- Trowbridge J. Positive Rays. *Proc. Amer. Acad.* **43**, p. 511, 1908.
- Thomson J. J. On the velocity of secondary cathode rays from gases. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, p. 541, 1908.
- Kaye G. W. C. The emission and transmission of Röntgen Rays. *Roy. Soc. London.* 25 Giugno 1908.
- Marx E. Antwort auf die zweite Mitteilung der Herren Franck und Pohl betreffend die Frage der Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 597, 1908.
- Reichenheim O. Rayons anodiques. *Arch. de Genève.* (4), **26**, p. 5, 1908.
- Laub J. Ueber die durch Röntgenstrahlen erzeugten sekundären Kathodenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 716, 1908.
- Bordier H. Law of distribution of Rays from a Röntgen Tube. *Science. Abstr.* **11**, p. 418, 1908.

13. Radioattività e ionizzazione.

- Diaz de Rada F. Sulla radioattività delle acque di Martos e di Continentz. *An. Soc. Esp. de Fis. y. Quím.* **6**, N. 5, 1908.
- Munoz del Castillo J. Sur la radioactivité des eaux de Castromonte e de Puertollano. *An. Soc. Esp. de Fis. y. Quím.* **6**, N. 5, 1908.
- Diaz de Rada F. Sulla radioattività dei fanghi di Filtro-Viejo. *An. Soc. Esp. de Fis. y. Quím.* **6**, N. 5, 1908.
- Ladenburg E. und Markan K. Ueber die Anfangsgeschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 562, 1908.
- Jentsch F. Ueber die Elektronen-Emission von glühenden Metalloxyden. Diss. Berlin. 1908.
- Barus C. Regions of maximum ionisation due to γ -radiation. *Science.* **28**, p. 26, 1908.
- Quane W. On the emission of Electricity from the induced Activity of Radium. *Sill. Journ.* (4), **26**, p. 1, 1908.
- Rutherford E. Untersuchungen über die Radiumemanation. Volumen der Emanation. *Wien. Anz.* p. 837, 1908.
- Lienhop A. Ueber die lichtelektrische Wirkung bei tiefer Temperatur und ihre Abhängigkeit von der Elektrodensubstanz und von Oberflächenschichten. Diss. Kiel. 1907.
- Blanc A. Recherches sur les gaz ionisés. *Compt. Rend.* **147**, p. 39, 1908.

- Biano A. Recherches sur les mobilités des ions dans les gaz. *Soc. Franç de Phys.* N. 282, 1908.
- Gill H. V. A preliminary note on an effect observed when palladium foil is heated in air at a low pressure. *Cambridge. Phil. Soc.* 18 Maggio 1908.
- Ramsay W. Die radioactiven Gase und ihre Beziehung zu den Edelgasen der Atmosphäre. *Zeit. f. Angew. Chemie.* 21, p. 1304, 1908.
- Borodowski W. Ueber die Energie des Radiums. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 460, 1908.
- Thomson J. J. The nature of the γ Rays. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* 14, p. 540, 1908.
- Boltwood B. B. Ueber die Lebensdauer des Radiums. *Phys. Zeit.* 9, p. 374, 1908.
- Ramsay W. Beobachtungen über die Unbeständigkeit des Radiumbromids. *Wien. Anz.* p. 374, 1908.
- Doelter C. Ueber die Einwirkung von Radium und X-Strahlen auf die Farben der Edelsteine. *Wien. Anz.* p. 356, 1908.
- Gill E. W. B. and Pidduck F. B. The Genesis of Ions by Collisions of positive and negative ions in a Gas. *Phil. Mag.* (6), p. 280, 1908.
- Strong W. W. Ionisation in closed vessels. *Phys. Rev.* 27, p. 39, 1908.
- Loewy H. Beiträge zur Iouentheorie des Phosphors. Diss. Göttingen, 1908.
- Schlundt H. Electroscopic Determination of the Radium present in some « Tufa » Deposits from Hot Springs, Arkansas. *Trans. Amer. Electrochem. Soc.* 12, p. 247, 1907.
- Eve A. S. The secondary γ Rays due to the γ Rays of Radium C. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 224, 1908.
- Bronson H. L. On the relative Activity of the Emanation and the active deposit from Thorium and from Actinium. *Phil. Mag.* (6) 16, p. 291, 1908.
- Rutherford E. Experiments with the Radium Emanation. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 300, 1908.
- Rutherford E. and Roys T. Spectrum of the Radium Emanation. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 303, 1908.
- Meyer E. and Regener E. Remarks on the paper of Hans Geiger: The irregularities in the radiation from radioactive Bodies. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 352, 1908.
- Pegram B. G. and Webb H. W. Heat developed in a mass of thorium oxide, due to its radioactivity. *Phys. Rev.* 27, p. 18, 1908.
- Geckel A. Ueber den Gehalt der Bodenluft an radioaktiver Emanation. *Phys. Zeit.* 9, p. 304, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Cohen L. The influence of terminal apparatus on telephonic Transmission. *Phys. Rev.* 26, p. 531, 1908.
- Walker L. H. A Tantalum Wave-detector and its Application in Wireless Telegraphy and Telephony. *Proc. Roy. Soc.* 81, p. 1, 1908.
- Branly E. Appareil de sécurité contre des étincelles perturbatrices ininterrompues, en télémechanique sans fil. *Compt. Rend.* 147, p. 185, 1908.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

- Pillier L. Méthode et appareil de mesure pour courants alternatifs de faible valeur. *Industrie. Electr.* 17, N. 297, 1908.
- Beattie R. On some methods of measuring capacity with alternating currents of complex wave form. *Electrician*. 61, p. 581, 1908.
- Gaus R. und Goldschmidt E. Präzisions-Demonstrationsgalvanometer. *Zeit. f. Phys. Unt.* 21, p. 278, 1908.
- Kelke B. Ein regulierbarer Schlrheostat. *Zeit. f. Phys. Unt.* 21, p. 217, 1908.
- Kleiner Wechselstromapparat für Unterrichtszwecke. *Zeit. f. Phys. Unt.* 21, p. 227, 1908.
- Huelt G. A. A standard battery. *Phys. Rev.* 27, p. 33, 1908.
- Stuckey K. Eine Verbesserung am Aluminiumblattolektrometer nach Elster und Geitel von E. Hochheim. *Sitzber. d. Ges. f. Bef. d. Ges. Naturw. zu Marburg*. p. 1, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Peetzl A. Eine Hypothese über die Entstehung des Hagels. *Wien. Anz.* p. 326, 1908.
- Sutton J. R. On the lunar cloud-period. *Trans. South. Afr. Phil. Soc.* 18. Dicemb. 1907.
- Schalberle J. M. The earth as a heat-radiating planet. *Science*. p. 392, 1908.
- Sieberg A. Der Erdball, seine Entwicklung und seine Kräfte. München. J. F. Schreiber. 1908.
- Gockel A. Zur Beobachtung der Entstehung von Ci-Wolken. *Met. Zeit.* 25, p. 235, 1908.
- Spitzler R. Die jährlichen und periodischen Aenderungen der Wärmeverteilung auf der Erdbodenfläche und die Eiszeiten. *Beitr. zur Geophys.* 8, p. 462, 1908.
- Schreiber K. Die Methoden von Bohn und Warburg zum Nachweis der Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe. *Zeit. f. Phys. Unt.* 21, p. 246, 1908.
- Günther S. Zur Methodologie der Geophysik. *Naturw. Rund.* 23, p. 337, 1908.
- Jentzsch P. Das Innere der Erde. *Himmel und Erde*. 19, p. 337, 1908.
- Arit T. Zyklen in der Erdentwicklung. *Naturw. Wochenschr.* 6, p. 193, 1907.
- Schweydar W. Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheitskoeffizienten der Erde. *Beitr. z. Geophys.* 6, p. 41, 1907.

2. Geodesia, Misure geodetiche e di gravità.

- Sutton J. R. On the diurnal variation of level at Kimberley. *Roy. Soc. of South Africa*. 15 Luglio 1908.
- Hammer E. Vom internationalen Breitendienst. *Pet. Mitt.* 54, p. 145, 1908.
- Savander-Sarvi O. Resultate einiger neuen relativen Schweremessungen in Finnland. *Astr. Nachr.* 178, p. 154, 1908.
- Jamieson T. F. On changes of level and the production of raised beaches. *Geol. Mag.* 5, p. 206, 1908.

Gnirs A. Beobachtungen über den Fortschritt einer sekulären Niveau-schwankung des Meeres während der letzten zwei Jahrtausende. *Mitt. d. K. K. Geogr. Ges. in Wien*. 51, p. 1, 1908.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

4. Studio dell'alta atmosfera.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

de Marchi L. Teoria della doppia oscillazione diurna del Barometro. II. *Att. R. Ist. Veneto*. 47, 1908.

Murat S. Ueber den Einfluss des Waldes auf die Windgeschwindigkeit. *Met. Zeit.* 25, p. 229, 1908.

Loy C. H. Dust devil. *Quart. Journ. of Roy. Met. Soc.* 34, p. 45, 1908.

Naegler W. Niederschläge bei steigendem Barometer. *Wetter*. 25, p. 165, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

v. Gellhorn O. Die seltene Erscheinung eines roten Regenbogens. *Weltall*. 8, p. 275, 1908.

Backhouse T. W. The « Sky-coloured Clouds » or twilight Glows. *Nature*. 78, p. 367, 1908.

Kähler K. Flächenhelligkeit des Himmels und Beleuchtungsstärke in Räumen. *Met. Zeit.* 25, p. 534, 1908.

Wahrendorff. Ueber Wesen und Wirkungsart der Meeresrefraktion und über Flutwirkungen. *Weltall*. 8, p. 310, 1908.

v. Gellhorn O. Leuchtende Nachtwolken. *Weltall*. 8, p. 291, 1908.

Sperra W. E. A night mirage. *Pap. Astr.* 13, 164, 1908.

van de Sande Bakhuyzen H. G. La réfraction astronomique d'après une distribution de la température atmosphérique déduite de sondages en ballon. *Arch. Néerl.* (2), 13, p. 342, 1908.

Hissink C. W. Triple soleil remarquable. *Rev. Népholog.* p. 232, 1908.

7. Elettricità Atmosferica.

Soehring H. Conductività specifica dell'aria atmosferica. *K. Ak. d. Wiss. Göttingen*. 27 Luglio 1908.

Costanzo G. e Negro C. Dispersione elettrica in giornate temporalesche. *Atti. Ac. Pontif. Nuovi. Lincei*. 15 Dic. 1907.

Soehring H. Registrierungen des spezifischen Leitvermögens der atmosphärischen Luft. *Göt. Nachr.* p. 201, 1908.

8. Temperatura del suolo.

Kühl. W. Der jährliche Gang der Bodentemperatur in verschiedenen Klimaten. *Beitr. zur Geophys.* 8, p. 499, 1908.

Königsberger J. Normale und anormale Werte der geothermischen Tiefenstufe. *Zentralbl. f. Min. Geol.* p. 673, 1907.

9. Terremoti e Vulcani.

Frech F. Ueber Erdbeben. *Weltall*. 8, p. 292, 305, 1908.

- Kublin S. Polschwankungen und Erdbeben. *Weltall*. 8, p. 315, 1909.
- Heldhem R. D. Earthquakes and Earth shakes. *Nature*. 78, p. 78, 1908.
- v. Kőnestligethy R. Seismischer Stärkegrad und Intensität der Beben. *Beitr. Zur. Geophys.* 8, p. 364, 1908.
- Danison C. The effects of an observer's condition on his perception of an earthquake. *Beitr. Zur. Geophys.* 8, p. 68, 1908.
- Hebbs W. H. On some principles of seismic geology. *Beitr. Zur. Geophys.* 8, p. 219, 1908.
- Fuchs K. Freie Schwingungen der Erde. *Beitr. zur Geophys.* 8, p. 486, 1908.
- Danison C. The relative velocities of earthquake waves and earthquake sound waves. *Beitr. zur Geophys.* 8, p. 494, 1908.
- Baumgärtel B. Ueber eine in der Gegenwart andauernde Erdbewegung. *Beitr. zur Geophys.* 8, p. 494, 1908.
- See T. J. J. A new theory of earthquakes and mountain formation. *Proc. Amer. Phys. Soc.* 46, p. 369, 1907.
- E. L. Tremblement de terre et phénomènes météorologiques. *Soc. Belg. d' Astr.* 13, p. 44, 1908.
- Friedländer B. e Aguilar E. Su di alcuni problemi ed osservazioni di vulcanologia. *Bull. Soc. Nat. Napoli*. 20, p. 70, 1908.
- v. Knebel. Theorien des Vulkanismus. *Globus*. 91, p. 277, 303, 1908.
- See T. J. J. The cause of earthquake mountain formation and kindred phenomena connected with the physics of the earth. *Proc. Amer. Phil. Soc.* 45, p. 274, 1907.

10. Climatologia.

- Livingston B. E. The relation of desert plants to soil moisture and to evaporation. 78 p. Washington, 1908.
- Longstaff T. G. Mountain sickness and its probable causes. 56 p. London, 1906.
- Vincent J. Nouvelles recherches sur la température climatologique. *Ann. Mété. de l'Obs. Roy. de Belgique*. 1907.
- Kremser V. Der Einfluss der Grossstädte auf die Luftfeuchtigkeit. *Met. Zeit.* 25, p. 205, 1908.
- Halbfass W. Klimatologische Probleme im Lichte moderner Seenforschung. *Globus*. 93, p. 387, 1908.
- Gregory J. W. Climatic variations, their extent and causes. 24 p. Mexico. 1906.

11. Calore solare e irraggiamento.

12. Apparecchi.

- Lemaire. L'hypsomètre et le baromètre à mercure pour la détermination des altitudes dans les voyages terrestres sous les Tropiques. *Bull. Soc. Belg. d'Astronomie*. 13, N. 6, 1908.
- Un nouvel enregistreur de direction du vent. *Rev. Néphol.* 3, N. 80, 1908.

L. Storia della fisica.

- v. Everdingen E. The life and work of M. Snellen. *Terr. Magn.* 12, p. 165, 1907.

Gilbert O. Die meteorologischen Theorien des griechischen Alternatums. IV-746 p. Leipzig. 1907.

M. Trattati.

- Boerner H. Physikalisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten. XIII+186 p. Berlin, Weidmann.
- Doula W. Grundriss der Experimentalphysik. VIII+287. p. Stuttgart, F. Grub. 1908.
- Rosenberg K. Lehrbuch der Physik. III+269 p. Wien, A. Holder. 1908.
- Gibson A. H. Hydraulics and its Applications. XVI+757 p. London. A. Constable. 1908.
- Tichmann H. Komprimierte und verflüssigte Gase, XII+192 p. Halle a. S., W. Knapp. 1908.
- Minet A. L'electrochimie. 178 p. Paris. Gauthier-Villars. 1908.
- Gans R. Einführung in die Theorie des Magnetismus. VI-110 p. Leipzig. B. G. Teubner. 1908.
- Schaefer C. Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. VIII+174 p. Leipzig. B. G. Teubner. 1908.
- Barton E. H. A Textbook of Sound. 704 p. London. Macmillan, 1908.
- Makower W. The radioactive Substances, their properties and behaviour. 314 p. London, K. Paul. 1908.
- Partheil G. Die drahtlose Telegraphie und Telephonie. 221 p. Berlin. Gerdes und Hodel. 1907.
- Voigt W. Magneto- und Elektroptik. XIV+396 p. Leipzig. B. G. Teubner, 1908.
- Buehholtz H. Das mechanische Potential nach Vorlesungen von L. Boltzmann. I. XIV+470 p. Leipzig. J. A. Barth. 1903.
- Doula W. Grundriss der Experimentalphysik. 295 p. Stuttgart. 1908.
- Fuss K. und Hensold G. Lehrbuch der Physik. XX-548 p. Freiburg i. B. Herder. 1908.
- Kleiber J. Experimentalphysik für die Unterstufe. VIII+216 p. München. R. Oldenburg. 1908.
- Maser H., Riebert P. und Kühns A. Die Physik. 1, VIII+372 p.; 2. III+778 p. Neudamm. J. Neumann. 1908.
- de Montessus R. Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités. Paris. 1908.
- Love A. E. H. Theoretical Mechanics. New York. 1908.
- Martin L. A. Textbook of Mechanics. New York. 1907.
- Bröde J. Elemente der physikalischen Chemie. IV+148 p. Hannover. M. Jänecke. 1908.
- Linck G. Grundriss der Kristallographie. 255 p. Jena. 1908.
- Leatham J. G. The elementary Theory of the Symmetrical Optical Instruments. 81. p. Cambridge. University Press. 1908.
- Wagner W. W. Elektromagnetische Ausgleichvorgänge in Freileitungen und Kabeln. IV+109 p. Leipzig. B. G. Teubner. 1908.
- Dreisbach H. Die Telegraphenmesskunde. XI+172 p. Braunschweig. F. Vieweg. u. Sohn. 1903.
- Macnab J. Catechism of the laws of storms. 70, p. London. 1907.
- Kassabian M. K. Röntgen Rays, and Electro-therapeutics. with Chapters on Radium and Phototherapie. 545 p. London. J. B. Lippincott. 1908.

- Edgumbe K.** Industrial electrical measuring instruments. XIV+227 p. London. A. Constable and Co. 1908.
- Fischli F.** Das Verhalten der meteorologischen Elemente und Erscheinungen in den Vertikalen 129 p. Bern. G. Grunau. 1908.
- Fredell J. S.** Notes on magnetism and electricity. p. 120. Gale. 1908.
- Verschyle W. D.** Electricity: What is it? p. 272. Sonnenschein. 1908.
- Starke H.** Physikalische Musiklehre. 282 p. Leipzig. Quelle u. Meyer. 1908.
- Franklin W. S. Crawford C. M. and Mc Nutt B.** Practical Physics. 1. VII+173 p. 2. VII+160 p. 3 VII+80 p. London. Macmillan Co. 1908.
- Ostwald W.** Die Energie. 167 p. Leipzig. 1908.
- Beck H.** Die Uhr. 136 p. Leipzig. 1908.
- Dehbs W. J.** Examples in elementary Mechanics. 356 p. London. Motlue. 1908.
- Eiffel G.** Recherches expérimentales sur la résistance de l'air, exécutées à la tour Eiffel. VII+98 p. Paris. H. Dunod. 1908.
- Getman G. H.** Laboratory Exercises in Physical Chemistry. 295 p. New York. 1908.
- van't Hoff J. H.** Die Lagerung der Atome im Raume. XV+147 p. Braunschweig. F. Vieweg. 1908.
- Landauer J.** Spectrum Analysis. New. York. 1908.
- Thieme H.** Temperatur und Zustand des Erdinnern VII+103 p. Jena. J. Fischer. 1908.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

- È morto il celebre astronomo Earl of Rosse.
- L'8 Luglio è morto il fisico Lord Blythwood.
- È morto il Prof. Alluard fondatore dell'Osservatorio meteorologico del Puy-de-Dôme.
- È morto il Prof. A. Hanksy dell'Osservatorio di Pulkowa.
- È morto il Dott. Mylius Erichsen, il celebre esploratore danese della Groenlandia.
- Il Dott. Leo Finzi è nominato professore di elettrotecnica al politecnico di Aquisgrana.
- Il Dott. Rothé è stato incaricato dell'insegnamento della Fisica industriale all'Università di Nancy.
- Il Prof. Walker è stato chiamato alla cattedra di chimica dell'Università di Edinburgo.
- Il Colonnello Bourgeois è stato nominato professore di astronomia e geodesia alla « Ecole polytechnique » al posto del Sig. Poincaré dimissionario.
- Il Dott. K. Wegener è stato nominato Direttore dell'Osservatorio di Samoa.
- La Società di chimica industriale inglese ha conferito la sua medaglia a Sir Andrew Noble per l'insieme dei suoi lavori sulle materie esplosive.
- In occasione del 350^{mo} anniversario della sua fondazione l'Università di Jena ha nominato Dottore *honoris causa* della facoltà medica Sir. W. Ramsay.
- Il 7 Agosto nell'Università di Heidelberg è stato solennizzato il 50^{mo} anniversario del Dottorato del Prof. G. Quincke.
- Il Dott. Ludwig Mond, fondatore del premio « Cannizzaro », è stato nominato membro d'onore della Società chimica tedesca.

— Il Prof. C. Somigliana è stato eletto membro nazionale dell'Accademia dei Lincei. A membri stranieri vennero eletti i Proff. A. Ljapounow (Charkow) R. Sterneck (Vienna) e W. Crookes (Londra).

— In occasione del giubileo dell'Università di Oxford verrà conferito il grado di professore onorario al prof. Arrhenius.

— A Presidente del congresso 1909 (a Winnipeg. Canada) della British Association è stato eletto J. J. Thomson.

— L'Università di Oviedo ha celebrato il 20 Settembre il terzo centenario della sua fondazione.

— Nell'anno prossimo l'Università di Berlino celebra il centenario della sua fondazione. Durante l'anno in corso quest'università ha ricevuto donazioni per 116,716 marchi.

— Nel Luglio 1909 l'Università di Lipsia celebrerà il V centenario della sua fondazione.

— L'Accademia delle Scienze di Berlino ha concesso 1000 marchi per contribuire alle spese dell'edizione delle opere complete di Boltzmann che verrà compiuta dalla Associazione delle Accademie tedesche.

— La « Carnegie Institution » di Washington sta facendo costruire un telescopio a specchio argentato di m. 2,50 di diametro. Il blocco di vetro, fuso alle vetrerie di Saint-Gobain in Francia, pesa 4500 chilogrammi.

— La missione italiana a Creta ha scoperto presso Phacotos un disco d'argilla che porta 120 segni non incisi, ma fatti col punzone; ecco un processo tipografico che rimonta a XX secoli avanti l'era volgare.

— Secondo studi recenti sembra che i romani possedessero nozioni estesissime sulla tecnica vetraria. I vetri biancopachi erano ottenuti coll'ossido di stagno, la cui applicazione si credeva recentissima; i vetri rossi erano ottenuti collo stesso processo che si usa anche oggi; il colore rosa violaceo era ottenuto coll'ossido di manganese; il giallo coll'ossido d'antimonio in presenza di piombo; il verdé coll'ossido di rame; il bleu coll'ossido di cobalto.

— Il primo laminatoio fu usato in Francia nel 1550, sotto Enrico II, per la fabbricazione delle monete. L'inventore però sembra ne sia Leonardo da Vinci.

— In ricordo delle prime esperienze di telegrafia elettrica fatte in Germania da Gauss, verrà eretta sul Hohenhagen, vicino a Dransfeld, una torre che si chiamerà *Gaussturm*. (Torre di Gauss).

— Il Sig. Lampa descrive un dispositivo molto semplice per dimostrare un campo rotante elettrostatico. Si prendano 4 lamine metalliche e le si dispongano in un quadrato; 2 di queste opposte si uniscano rispettivamente coi poli del secondario di un trasformatore, e mediante una grossissima resistenza (piccoli tubi Geissler) colle lamine adiacenti, in queste ultime allora si forma una differenza di potenziale che è in ritardo di fase rispetto a quella delle due altre lamine si forma così un campo rotante che è capace di produrre la rotazione di un cilindro di carta.

— Secondo le ricerche compiute nel celebre laboratorio criogenico di Leida, diretto dal Prof. Kamerlingh Onnes, le proprietà dell'elio liquido sono le seguenti: punto di ebollizione $4^{\circ},3$; densità 0,15; al punto di ebollizione il rapporto delle densità del vapore e del liquido è $\frac{1}{11}$.

— Il numero di Luglio del giornale della Röntgen Society contiene un interessante articolo del Duddel sulla misura della corrente che passa in un tubo Röntgen. Sorgente era un rocchetto da 40 cm. di scintilla alimentato da 200 Volta interrotti 75 volte al secondo. La corrente secondaria era rad-drizzata attraverso una scintilla fra punta e piano, e attraversava in serie: il tubo, un oscillografo, un ampermetro termico e un galvanometro: in tal modo si poteva avere la forma della corrente, l'intensità efficace, e l'intensità media. La forma della corrente è un triangolo a base molto corta con un'altezza di 30 — 45 milliampère, la intensità media della corrente era di 0,5 — 1,2 milliampère, e l'intensità efficace di 2 — 5 milliampère.

— L'Ing. J. Rieder ha ideato un metodo per la registrazione fotografica delle onde elettriche: Con una soluzione di lacca si fa un segno su una lastra di vetro e prima che sia seccata ci si spolvera sopra un poco di polvere di alluminio e la si mette poi a contatto con una lastra fotografica sensibilis-

sima, poi si chiude tutto entro uno chassis ermeticamente chiuso. Sottoponendo questo sistema alle onde elettriche si osserva sulla lastra fotografica la riproduzione perfetta del segno. Un aumento notevole di sensibilità si ottiene ricoprendo il lato posteriore della lastra di vetro con una foglia metallica.

— A Friedenau presso Berlino si sta costruendo una stazione di prova per le bussole della marina militare tedesca. La parte principale della stazione è una torre, su cui viene deposta la bussola da studiare, la quale, grazie a una macchina a vapore, può compiere i movimenti più diversi in modo da porre la bussola quasi nelle condizioni cui verrà esposta a bordo. Inoltre un sistema di magneti, opportunamente disposti, permette di ridurre la forza magnetica direttrice a $\frac{2}{10}$ del suo valore normale.

— Secondo il Sig. Holden, usando per l'illuminazione le lampadine a filamento metallico (tantalo tungsteno, ecc.) si avrebbe un'economia del 50 %, rispetto alle lampade a filamento di carbone più perfezionate.

— Boltwood ha trovato nei minerali di Uranio un nuovo elemento radioattivo, cui ha dato il nome di Jonio. Le proprietà di esso sono simili a quelle del Torio. Lo Jonio emette raggi α che hanno nell'aria un cammino di 2,8 cm. e forse anche dei raggi β . Secondo il Boltwood esso sarebbe un prodotto di disintegrazione dell'Uranio, il cui posto sarebbe fra l'Uranio X e il Radio.

— Le recenti ricerche della Signora Curie gettano qualche ombra di dubbio sui risultati delle celebri ricerche di W. Ramsay ed A. Cameron sulla azione dell'emanazione del radio sulle soluzioni di sali di rame. Si sarebbe trovato che quasi tutti i prodotti chimici contengono del litio, e che un reattivo non contenente litio, ne presenta delle tracce quando lo si lasci per un certo tempo in vasi di vetro o di quarzo.

— Nel discorso inaugurale tenuto dal Prof. Joly al congresso di Dublino della British Association sono riportati i seguenti dati sul tenore in radio delle principali rocce costituenti la crosta terrestre :

Basalto 5,10⁻¹¹; *Granito* 4,1; *Sienite* 6,8; *Gneiss* 5,7; *rocce del Sempione* 7,6; *rocce del St. Gottardo* 5,1; *acqua del mare* circa 0,016; *sedimenti marini* (Globigerine 7,2; radiolari 36,7); *acqua del Nilo* 0,0042; *rocce sedimentarie* (sabbia 4,4; Devoniano 4,7; Dolomiti 4,1; Gesso 6,9; Triassico 6,9; mesozoico 4,2).

— Secondo le recenti ricerche della Signora Curie la condensazione del vapor d'acqua provocata dall'emanazione del radio non si produrrebbe nè sugli ioni prodotti nel gas, nè sulle molecole dell'emanazione, nè sulle particelle di radioattività indotta. Sembra piuttosto che sotto l'azione dell'emanazione si formino dei composti chimici capaci di assorbire il vapore fino alla formazione delle goccioline.

— Il 26 Giugno a Cadenet (Vaucluse) è scoppiato un temporale che ha abbracciato un'area di 14×2 km. Esso ha seguito esattamente l'andamento di una linea di trasmissione elettrica trifase alla tensione di 45,000. I danni prodotti dalla grandine sono massimi in vicinanza alla linea e cessano a 800-1000 metri dalla medesima.

— Il Dott. Lüdeling ha fatto una serie di misure d'elettricità atmosferica in pieno mare, molto interessante: La stazione d'osservazione fu stabilita al faro di Rotersand a 20 km. dalla costa fra la foce del Weser e l'isola di Helgoland. Secondo i risultati ottenuti la caduta di potenziale presenta colà un'oscillazione doppia diurna come sui continenti, la media è molto elevata essendo di $780 \frac{\text{Volta}}{\text{metro}}$ all'altezza di 24 metri sulla bassa marea. La quantità di polvere, determinata col pulvimetro di Aitken, fu di 2500 particelle in media per cm³. L'elettrizzazione propria dell'aria determinata col metodo di Lord Kelvin, usato anche dal Roiti e dallo Chauveau, ha dato un valore 6 volte più grande di quello trovato a Potsdam, a Firenze e a Parigi.

— Il Sig. Legendre ha compiuto un'interessante serie di determinazioni del tenore in ossigeno dell'acqua di mare: ogni litro contiene 16 — 19 cm³ di ossigeno; questa quantità non è fissa, il massimo diurno si presenta tre ore dopo l'alta marea in corrispondenza alla temperatura più elevata, il mi-

nimo diurno è 2 ore dopo la bassa marea, il minimo nelle 24 ore è alle 4 del mattino.

— Il Sig. Mauricheau-Beaupré ha dato il nome di *idrogenite* a una polvere composta di alluminio, bicalcuro di mercurio e cianuro di potassio; questa polvere gettata nell'acqua la decompone istantaneamente; un Kg. di polvere produce 1300 litri di idrogeno purchè la temperatura dell'acqua non superi gli 80°.

— Riportiamo qui alcuni dei corpi duri che hanno avuto recentemente applicazioni industriali; le durezze sono riferite alla scala di Mohs:

Boruro di carbonio.

10 - Carborundum, carburo di tungsteno e di cromo, siliciuro di cromo, siliciuro di rutenio, carburo di tungsteno, boruro di calcio, boruro di bario, boruro di silicio.

9 - Siliciuro di manganese.

8 - Siliciuro di vanadio, boruro di stronzio, alluminato di manganese.

— I Sigg. Fischer e Ringe consigliano il seguente metodo per estrarre l'argon dall'aria atmosferica. Il carburo di calcio in polvere fina mischiato col 10 % di cloruro di calcio e riscaldato a 800° reagisce secondo le seguenti equazioni: $\text{Ca C}^2 + \text{N}^2 = \text{CN}^2 \text{Ca} + \text{C}$, $\text{Ca C}^2 + \text{O} = \text{Ca O} + 2 \text{C}$. Una quantità di 7 Kg. di carburo di calcio dà circa 11 litri di Argon.

— Riassumiamo dalla Revue Scientifique un interessante articolo del Sig. L. Franchet, sul vetro moderno: Il vetro è considerato come un miscuglio di diversi silicati; certi autori ne fanno un corpo definito: un silicato doppio; allora però il vetro dovrebbe avere una tendenza alla cristallizzazione mentre quando questa comincia a manifestarsi nel vetro si ha devitrificazione. Gli elementi principali che entrano nella composizione del vetro moderno usuale sono: l'acido silicico che si introduce ordinariamente sotto forma di sabbia quarzosa, poi della potassa, della soda, della calce e dell'ossido di piombo; le prime due basi sono introdotte allo stato di carbonato e qualche volta di solfato. L'allumina che si aggiunge a certi vetri per dar loro una resistenza speciale si introduce sotto forma di silicati: caolino o feldspati.

Il vetro bianco translucido si ottiene coll'acido fosforico introdotto sotto forma di fosfato di calce e coll'acido fluoridico sotto forma di spatofluore e colla criolite. Perchè un vetro sia limpido e sonoro deve contenere dell'ossido di piombo; perchè sia di buona qualità è necessario che l'acido silicico predomini; l'eccesso di calce rende il vetro duro e difficile da lavorare, l'eccesso di potassa o di soda lo rende alterabile anche agli agenti atmosferici.

La media dei vetri moderni fonde verso i 1450°.

Il vetro è un solvente energico degli ossidi e dei sali metallici; questa proprietà permette di ottenere delle colorazioni molto variate. La sabbia quarzosa è raramente esente da ossido di ferro ciò che dà al vetro un tono verdastro che si corregge con perossido di manganese. Per avere un bel vetro giallo bisogna aggiungere al vetro bianco un po di zolfo che si combina colla potassa o colla soda per formare un solfuro solubile giallo arancio. Il giallo si può ancora ottenere o col solfuro di cadmio, o cogli uranati di potassio e di sodio. Il solfo-seleniuro di cadmio dà una tinta rossa splendida, ma molto difficile ad ottenersi; nella fabbricazione corrente il rosso è prodotto aggiungendo traccia d'oro nei vetri al piombo; con tracce d'argento si ottiene il colore rosa.

Il rame dà pure un colore rosso vivace in presenza di agenti riduttori come l'ossido di ferro o di stagno; il vetro rosso al rame, è sempre di colore molto carico, sembra quasi nero, per utilizzarlo si immerge in esso allo stato liquido del vetro bianco ordinario che si ricopre così di una pellicola sottile di vetro rosso; si hanno così i cosiddetti: *vetri doppi*. Allo stesso modo si preparano i vetri bleu a base di ossido di cobalto. Il celeste si ottiene coll'ossido di rame e vetri bianchi alcalini, il violetto coll'ossido di manganese.

— Recentemente in Germania venne applicato il forno elettrico alla fusione dei pezzi d'acciaio. L'energia necessaria è di 900 chilo-wattora per ogni tonnellata di acciaio.

— Dal 15 Dicembre 1908 al 15 Gennaio 1909 avrà luogo a Kiew una esposizione internazionale di fotografia. Durante l'esposizione si terrà un Congresso parimenti internazionale.

— Il Prof. Q. Majorana ha potuto stabilire una comunicazione di telefonia senza fili fra M. Mario e Porto d'Anzio cioè ad una distanza di 60 Km. circa.

— L' Ing. Poulsen ha reso il suo sistema radiotelegrafico capace di trasmettere ordinariamente 100 parole al minuto.

— Il governo d' Australia ha deciso l' erezione di 5 stazioni radiotelegrafiche.

— Lo Zanzibar possiede una officina elettrica capace di alimentare 3200 lampade a incandescenza.

— Si è costituita in Germania, per iniziativa dell' Ing. Pein, una Società che si propone di utilizzare le maree per la produzione a buon prezzo dell' energia elettrica.

— Il vapore *Lusttanta* è riuscito a compire la traversata dell' Atlantico colla velocità media di 25,23 nodi.

— L' aviazione ha compiuto in quest' anno dei passi da gigante; l' 11 Aprile a Issy Delagrangé superava 3,9 Km. in 6'.30"; il 27 Maggio a Roma superava 8 Km. in 9'.30"; il 30 Maggio pure a Roma in 15'.25" compiva un volo di 12,75 Km. Lo stesso aviatore superava a Milano nel Giugno 16,5 Km. in 16'.30".

Il 6 Luglio Farman poteva reggersi in aria a Issy per 20'.20" e il 6 Settembre poteva reggersi per 29'.55". L' altezza media a cui si trattennero i due aviatori francesi fu di 3-10 metri dal suolo. Ma i risultati più grandi sono quelli ottenuti dai fratelli Wright: Il 5 Settembre malgrado un vento di 20 Km. all' ora W. Wright riusciva a percorrere 2,5 Km. il 10 Settembre, mantenendosi ad un' altezza di 10-12 metri si tratteneva in aria per 9'.10"; e in un secondo volo, ad un' altezza di 15-20 metri per 21'.43". Finalmente O. Wright il 10 Settembre a Washington percorreva 62 Km. in 1^h.2'.15" ad un' altezza di 10-50 metri; poco dopo insieme al tenente Lahm riusciva a sostenersi in aria per 6'.34"; e il 15 dello stesso mese restava in aria ininterrottamente per 1^h.15'.30" da solo; e in compagnia del capitano Seitz per 56'.

— Il dirigibile militare tedesco è riuscito a compiere un' ascensione della durata di 13 ore; la più lunga finora ottenuta fu di 12 ore e fu raggiunta dal dirigibile Zeppelin.

— Secondo il Sig. G. Forbes le particolarità dell'orbita dell'ottavo satellite di Giove recentemente scoperto farebbero ritenere che esso altro non sia che la cometa di Lexell. Questa cometa scoperta nel 1770 dal Lexell; le si attribui un periodo di rivoluzione di 5 anni e mezzo e che poi non fu più vista; il 23 Settembre essa deve essersi trovata a una distanza da Giove di $\frac{1}{100}$ della distanza fra la Terra e il Sole, in tali condizioni l'attrazione di Giove doveva essere 200 volte quella del Sole.

— Il 31 Marzo di quest'anno è caduta ad Arce nella valle dell'Isonzo (Gorizia) una pietra meteorica del peso di 1230 grammi.

— Il 15 Agosto è partito dall'Havre la seconda spedizione antartica del Dott. Charcot a bordo della nave *Pourquoi pas*.

— Le principali spedizioni polari degli ultimi anni sono le seguenti: Capitano Amundsen (1903-1905) a bordo del *Gjoa*; riesce a passare il passaggio del N. W. e compie numerosi studi in vicinanza del polo magnetico N; Capitano Peary (1905-1906) a bordo della *Roosevelt*, arriva a raggiungere la più alta latitudine finora toccata 87° 6'; nel 1907 il Capitano Johansen, il compagno di Nansen, sverna al N. W. dello Spitzberg; il Capitano Mikkelsen a bordo della *Duchesse de Bedford* (1906-1908) percorre il mare di Beaufort contemporaneamente alla missione inglese Harisson. Ancora da ricordare sono le spedizioni del principe di Monaco (*Princesse Alice*; Capitano Isachsen) allo Spitzberg, del duca d'Orleans (*Belgica*; Capitano de Gerlache) al mar di Kara e le missioni inglesi Mosmann sulla *Scotia* e Bruce sulla *Phenice* tutte aventi per scopo ricerche biologiche e meteorologiche nelle regioni artiche. Nelle regioni antartiche la missione argentina d'Angus Rankin (1903-1907) stabiliva delle stazioni meteorologiche a Scotia Bay, all'isola Wondel e alla Nuova Georgia.

Le principali spedizioni in corso sono; quella del maggiore Belinski (1907-1913) che esplora le coste della Siberia, della Kamtchatka e dello stretto di Behring; quella dell'Ammiraglio Werchowski pel passaggio del N. E; quella dell'ame-

ricano Cook che cerca di raggiungere il polo per la baia di Buchanaan, la terra di Ellesmere e lo stretto di Nansen; quella danese del Sig. A. Jansen è sulle coste W. della Groenlandia, quella etnografica di Rasmussen è da più anni al N. della Groenlandia stessa.

Una spedizione francese (cap. Bénard sul *Jacques Cartier*) è partita per esplorare il mare di Kara; la spedizione danese dell' Erichsen che doveva esplorare le coste N. e E. della Groenlandia, dopo aver rilevata la costa E. fino a 86°, dopo la morte del capo, è ritornata a Copenhagen.

Nelle regioni antartiche abbiamo; la spedizione Shackleton (nave *Nimrod*) che cerca di superare il limite (82°.16) raggiunto da Scott (1901-1904); e la spedizione Carcot sul *Pourquoi Pas?*

Ecco infine una statistica delle spedizioni polari rispettivamente artiche e antartiche compiute dal 1800 in poi: Germania (39-6); Inghilterra (107-25); Argentina (0-2); Austria (6-0); Belgio (0-1); Canada (27-0); Danimarca (78-0); Stati Uniti (84-12); Francia (18-4); Olanda (16-0); Italia (4-1); Monaco (3-0); Norvegia (53-5); Russia (10-51); Svezia (38-4).

Responsabile: Prof. A. POCHEZZINO.

ALESSANDRO VOLTA Junior

Al riaprirsi delle scuole, nella ripresa fervida degli studi per poco interrotti, ho provato e provo ancora un senso di profonda mestizia, nel non vedere più tra noi la cara e nobile figura del Prof. Alessandro Volta Junior: — Egli si è spento il giorno 9 settembre a Camnago-Volta, in quel di Como. Toccava appena il 63° anno dell'età sua; la mente era ancora alacre, ma la fibra era logora; un infido malore ne minava da due anni l'esistenza. Nell'aria pura e nella quiete dei campi, nella pace serena del domestico lare, lungi dalla vita turbinosa della grande città, Egli sperò novello vigore alle stremate forze; ma, ahimè! ivi lo colse invece la grande, la infinita quiete della morte.

Aveva ereditato un gran nome, peròchè discendeva per diritta linea dal glorioso scopritore della pila, la colonna che ha illuminato il mondo. Vana speranza, non pure per lui ma per altri moltissimi, sarebbe stata di emulare quella gloria; — il genio non si eredita. Ma se Egli dovette tenersi pago a rimirare da lungi la eccelsa luminosa vetta, fu però suo precipuo e sacro impegno di esser degno dell'Avo consacrando sè stesso con devozione costante, con fede e dignità di lavoro al culto della scienza. Certamente poi ne onorò la memoria colla nobiltà di una vita tutta spesa nell'operare il bene, non meno che con l'intelligente attività negli uffici affidatigli, e con la incontrastabile rettitudine del carattere.

Le vie oblique da alcuni tentate per procacciarsi utili e onori, Egli non seppe, o dispreggò; senti l'amore della verità

e della giustizia, ebbe il sentimento profondo della disciplina, attese scrupolosamente all'adempimento del proprio dovere. E fu onore e decoro della Scuola a cui per ben trentanove anni consacrò tutto sè stesso, e dove insegnò circondato dalla reverente stima dei colleghi, dall'affetto vivissimo dei discepoli. Nulla, neppure l'angoscia del male valse a distorlo dalle occupazioni dilette, nelle quali aveva consumato il fervore della sua giovinezza, la saggezza ed il vigore della maturità.

Il Prof. A. Volta si laureò in scienze fisico-chimiche all'Università di Pavia, nell'anno 1869. Entrò subito nell'insegnamento liceale; e avendo vinto varî concorsi a cattedre di 1° ordine, venne nel 1884 nominato professore al Liceo Manzoni di Milano.

L'opera scientifica del Volta sta a testimoniare la sua varia cultura, la diligenza con la quale partecipava allo svolgersi degli studi di fisica che Egli seguì sempre con amore indefesso. Le sue pubblicazioni riguardano argomenti di chimica e di fisica: oltre a un buon trattato di chimica pe' Licei giunto alla 4ª edizione, pregevoli sono le sue ricerche sperimentali sulla produzione dell'ozono, sull'azione dell'essenza di trementina sull'ossigeno ozonato, e sul processo elettrolitico Garuti. Interessanti sono pure i suoi studi sulla storia Voltiana, nonchè gli altri sui circuiti male isolati e sul comportamento delle fiamme nelle scariche elettrostatiche; questi due ultimi vennero inseriti nei rendiconti del R. Istituto Lombardo.

Ma il principal titolo di benemerenzza del Volta verso la scienza sta nel lungo e paziente studio, nel grande amore da Lui posto al riordinamento delle carte, degli autografi, documenti, codici, del suo grande Avo, che l'Istituto Lombardo ha la fortuna di possedere; ordinamento più volte iniziato dai compianti Proff. Magrini e Hajech, ma rimasto sempre interrotto. Il Volta riprese, rinnovò e condusse a termine il difficile lavoro, con cura assidua durata sei anni; e compilò un esatto elenco del cartellario Voltiano, dividendo in venti classi i numerosissimi documenti, circa mille titoli; inoltre Egli potè formare un indice delle lettere del Volta (circa

duecento) distinte in ordine cronologico. Una conseguenza di questo lavoro di ordinamento delle carte del Volta, fu la scoperta e la ricostruzione della sua importante corrispondenza scientifica col Van-Marum, corrispondenza che va dal 1782 al 1802, e abbraccia quindi il periodo più fecondo e attivo del nostro grande Fisico.

Così oggi tutto il materiale letterario Voltiano posseduto dall'Istituto Lombardo è divenuto suscettibile di esame per parte degli studiosi, e sarà un preziosissimo materiale per la ristampa delle opere del Volta, alla quale già attendono uomini d'intelletto, e pieni l'animo di amore per le nostre vere e grandi glorie.

Della sua modestia, del suo vivo amore alla scienza, io non potrei addurre documento migliore del seguente passo di una lettera ch'egli mi diresse nel maggio scorso, quando si propose la sua nomina a S. C. dell'Istituto Lombardo.

« Ben so che questa proposta è più che tutto ispirata dal sentimento di riconoscenza pel lavoro da me fatto nella sistemazione e nel riordinamento delle carte Voltiane, pel quale impiegai tutto il mio tempo disponibile dall'estate 1902 ad oggi: questo feci e per un dovere verso lo stesso Istituto Lombardo che assunse la custodia di tutto quel prezioso materiale, e per l'amore che nutrivo perchè dette carte potessero apparire in tutta la loro importanza per gli studiosi, e come prezioso elemento per la pubblicazione desiderata delle opere complete di Volta. Raggiungere questi intenti era già per me un compenso: ora l'Istituto vuol corrispondere anche un'alta onoranza ed io ne sono confuso; così potessi effettivamente prestare un valido aiuto alla pubblicazione delle opere di Volta, con ripetuti voti dei Congressi fisici di questi anni desiderata! e ora dal governo assicurata. Già vi attendevo come ben sai, con la collaborazione del Prof. Fiorentino, e si procedeva regolarmente, quando mi assalì una grave crisi d'enfisema di cui non son per anco rimesso. Ciò mi addolora assai e arresta per il momento il lavoro; ma spero con un po' di riposo e di campagna di rimettermi in grado di riprendere il lavoro ».

Tale la vita, tali i titoli del Volta alla nostra reverente gratitudine. Molti possono averlo superato per l'altezza d'ingegno e per importanza di risultati conseguiti, nessuno per la sincerità e l'operosità della vita, indice di integrità morale. Noi non possiamo non ammirare la singolare forza d'animo dell'estinto nostro Collega, che quasi nell'ora estrema, dimenticando l'ambascia del male, la mente rivolge alla gloria alla grandezza della scienza italiana.

Milano 28 Novembre 1908.

Prof. ORESTE MURANI.

E. M A S C A R T

Cenni biografici.

Il 26 agosto di quest'anno moriva in Passy Eleuterio Mascart, la cui vita operosa fu tutta consacrata agli studi fisici, al progresso e alla diffusione delle cognizioni scientifiche.

Era nato a Quarouble presso Valenciennes il 20 febbraio 1837. L'origine modesta, la mancanza di protettori, l'indole riservata resero malagevoli i primi passi della sua carriera.

Per aver modo di terminare gli studi assunse l'ufficio di ripetitore nel liceo di Lilla, indi in quello di Douai, fu allievo della Scuola normale superiore e nel 1864 vi ebbe la laurea.

Prima ancora di ottenerla pubblicò una parte de' suoi studi sullo spettro chimico, che dovevano costituire l'argomento della sua tesi di laurea. Egli si servì d'uno spettrometro con lenti e prisma di quarzo, nel quale al posto dei fili del cannocchiale veniva collocata una piccola lastra fotografica. La porzione di spettro così ottenuta veniva esaminata col microscopio. Ripetendo l'operazione per i varii tratti successivi dello spettro in modo che s'avesse sempre la minima deviazione il Mascart potè disegnare lo spettro ultravioletto fino alla riga T e stabilire la posizione di più centinaia di righe. Esaminò nello stesso modo gli spettri emessi dai vapori di varie sostanze.

Dopo la laurea insegnò fisica nei licei di Metz, di Parigi e di Versailles. Proseguì i suoi studi spettroscopici e misurò con reticoli Nobert la lunghezza d'onda delle linee di Fraunhofer.

Simili determinazioni fece per gli spettri ultravioletti di molti metalli. Fu nel corso di questi studi ch'egli ebbe a notare la somiglianza che hanno tra essi certi gruppi di linee

che appaiono negli spettri di alcuni corpi e l'attribui alla costituzione molecolare dei corpi stessi.

Escludendo ogni altra luce e usando un prisma di spato calcare egli potè direttamente osservare lo spettro ultravioletto.

Nel 1870 dovette abbandonare ogni lavoro scientifico per andare a Bayonne a dirigervi una fabbrica di capsule da fucile. Compì egregiamente questo ufficio e dopo la guerra fu chiamato a succedere come supplente al Regnault, che abbattuto, più che dagli anni, dal dolore per la morte del figlio caduto a Buzenval, non era più in grado di riprendere il suo posto di professore al *Collège de France*. Il Mascart v'ebbe poi il grado di titolare e, ripresi tosto i suoi studi d'ottica, pubblicò nel 1871 uno studio di alcuni fenomeni d'interferenza facendo seguire le verificazioni sperimentali alle conclusioni teoriche. Studiò dal 1872 al 1874 la questione se l'influenza del movimento di traslazione della terra possa palesarsi in certi fenomeni ottici. La memoria conclude che non si ha alcun indizio d'un effetto del moto della terra nè dalle deviazioni dei raggi difratti dai reticoli, nè dalle interferenze dei raggi rifratti dallo spato, nè dalla rotazione del piano di polarizzazione prodotta dal quarzo.

Cooperò nella fondazione del *Journal de Physique* e nei primi fascicoli di questo scrisse degli articoli sull'uso dello spettroscopio in certe esperienze d'ottica fisica. Numerosi scritti didattici v'inserì anche negli anni successivi.

Nel 1877 pubblicò una lunga memoria sulla rifrazione dei gas. L'autore s'era proposto di esaminare se l'eccesso, $n - 1$, dell'indice di rifrazione d'un dato gas sull'unità varii al variare della pressione e della temperatura come varia la densità o altrimenti. L'esperienze, in quanto alla pressione, tenuto conto delle divergenze dei gas dalla legge del Boyle, condussero ad ammettere che l'eccesso $n - 1$ sia proporzionale alla densità dei gas. Invece per le variazioni di temperatura risultò per parecchi gas che $n - 1$ varia più rapidamente di quel che avvenga per la densità. Esperienze posteriori dello Chappuis e del Riviére mostrarono che la proporzionalità sopra detta sussiste anche quando varia la temperatura. Da prin-

cipio il Mascart usò in questo studio il metodo stesso seguito dal Biot e dall'Arago, ma poi, avendo incontrato alcune difficoltà, si valse d'un metodo fondato sull'osservazione dell'interferenze che avvengono fra due fasci luminosi provenienti dalla stessa sorgente quando l'uno attraversa un tubo pieno d'un dato gas mantenuto in condizioni costanti e l'altro attraversa un tubo eguale al primo che contenga del gas della stessa natura, la cui densità si faccia variare.

Poco prima di questo importante lavoro avea pubblicato il trattato di elettricità statica. Questo libro contribuì grandemente a diffondere cognizioni teoriche, ch'erano ancora poco conosciute. « Se si volesse definire » disse il Mascart nella prefazione, « con una parola l'essenza di quest'opera, si potrebbe dire che è lo studio della tensione voltaica o del potenziale come essa fu chiamata dai matematici, delle proprietà di questa funzione e di tutte le condizioni, che danno origine ad una differenza di tensione o di potenziale fra due corpi ». Nella prefazione stessa il Mascart cita le lezioni del Riess e in particolare le memorie di W. Thomson come le opere che più gli avevano giovato nello scrivere il libro.

Nel 1878 fu istituito l'ufficio centrale meteorologico di Francia. Essendone stata offerta la direzione al Mascart, egli pose per condizione che ne avrebbe assunta soltanto la soprintendenza amministrativa, non volendo abbandonare gli studi, a cui allora attendeva, ma poi egli si curò, con gran profitto dell'istituzione, anche della direzione scientifica. S'adoperò molto per ordinare gli osservatorii e aumentarne il numero. Imaginò strumenti adatti a misure di elettricità atmosferica e di magnetismo. Notissima è la forma da lui data all'elettrometro a quadranti del Thomson.

Le applicazioni elettriche attirarono pure l'attenzione del Mascart.

Nel 1881, quando fu tenuta a Parigi l'esposizione di elettricità, egli fu segretario della Commissione presieduta dal Dumas che aveva l'incarico di scegliere le unità elettriche. Di poi determinò l'equivalente elettrochimico dell'acqua e dell'argento e col Benoit e col de Nerville costruì l'unità ohm.

Nel 1882 pubblicò insieme col Joubert il ben noto trattato di *Elettricità e magnetismo* che poi rifece e ristampò sotto il solo suo nome. Specialmente il primo volume, giovò molto alla diffusione delle cognizioni teoriche su quell'argomento.

Ritornava volentieri anche in quel tempo ai suoi studi prediletti d'ottica fisica, come fanno fede gli articoli da lui inseriti nel *Journal de Physique*, quello, ad esempio, sull'esperienza del Fresnel con tre specchi ch'egli ripeté con luce polarizzata e con apposito apparecchio discutendo e verificando le conseguenze della polarizzazione della luce impiegata, e quegli altri due, in cui studiò in vari casi la formazione della frangia acromatica del Cornu.

Il suo grande trattato di ottica, che aveva disegnato in due volumi e dovette ampliare fino a tre, fu pubblicato dal 1890 al 1893 e contiene gran parte delle sue lezioni e de' suoi studi.

Negli ultimi anni la sua operosità scientifica fu rallentata dai molti incarichi che gli vennero da società scientifiche e dal governo, ma il suo lavoro fu assiduo fino alla morte.

Fu uomo semplice e modesto. E invero nei suoi trattati egli parla così parcamente dei suoi lavori che male si potrebbe da quei cenni misurarne l'estensione e il valore.

È giusto che l'accompagni nella tomba il rimpianto di tutti coloro che amano la scienza.

A. NACCARI.



**SULLA DISPERSIONE DELL'ENERGIA NEL CAMPO ELETTROMAGNETICO
GENERATO DALLA CONVESSIONE DI UNA O DUE CARICHE,
di ANNIBALE COMESSATTI.**

Le brevi ricerche che seguono sono state fatte collo scopo di ricavare una formola la quale esprima la dispersione dell'energia relativa al campo elettromagnetico generato dal moto di due cariche. L'espressione relativa al campo generato da una carica è nota; e di essa trattò abbastanza recentemente il compianto prof. Picciati in una sua Nota dei Lincei¹⁾; anzi i miei risultati derivano da un esame un po' accurato e da una estensione del procedimento ivi seguito. Questi risultati sono due; l'uno direi d'indole positiva, l'altro d'indole critica. Il primo di essi consiste nell'espressione che si può assegnare alla dispersione dell'energia relativa al campo generato da due cariche, considerandola come un flusso passante attraverso ad una sfera di raggio infinitamente crescente; l'altro invece si riferisce al campo di validità del procedimento, usato così dal Picciati, come dagli autori inglesi. Questi infatti hanno implicitamente ammesso che l'espressione limite del flusso passante attraverso ad una sfera di raggio indefinitamente crescente sia indipendente dal centro della sfera; il risultato che io ottengo è di far vedere che ciò non si verifica se non si introducono particolari restrizioni le quali poi si applicano anche al caso di due cariche. Più precisamente affinché l'espressione relativa ad una sfera di dato centro sia paragonabile colle altre, sono necessarie le seguenti condizioni:

I. Che i centri delle sfere considerate si trovino in un campo finito C (campo d'osservazione) rispetto al quale sono dunque da considerarsi come elementi all'infinito, gli elementi

1) " *Flusso di energia e radiazione, ecc.* . . . ", Atti della R. Acc. dei Lincei, 24 aprile 1904, Vol. XIII, serie 5.a fasc. 8°.

superficiali delle sfere di raggio grandissimo coi centri nei punti di esso;

II. Che siano *trascurabili* rispetto ai valori assoluti della velocità e della accelerazione della carica (o delle cariche) gli incrementi Δv e Δa di queste quantità, che competono ad incrementi di tempo dell'ordine di grandezza di quello impiegato dalla luce a percorrere la massima distanza del campo C.

Ecco dunque quale sia il campo di validità degli accennati procedimenti, ossia la condizione per l'unicità dei risultati ottenuti coll'uso di essi: dei quali risultati, quello che io ricaverò in seguito pel caso di due cariche ha dovuto (per ragioni di calcolo che si vedranno in appresso) esser sottoposto ad una ulteriore restrizione ed è quella che si possano trascurare i quadrati dei rapporti tra le velocità delle cariche e la velocità della luce. Essa restrizione menoma un poco ¹⁾ la generalità dei risultati, ma si rende, come vedremo, necessaria per il loro conseguimento.

Problema relativo ad una carica: posizione di esso.

Allo scopo di ricavare i risultati critici accennati nell'introduzione è opportuno dapprima dare una rapida scorsa al problema relativo ad una carica, e indugiarcì un poco a riflettere sulla sua risoluzione. Questo problema si può impostare nel modo seguente ²⁾:

Siano $x = \phi(t)$, $y = \chi(t)$, $z = \psi(t)$ le equazioni del moto di una carica m in un campo impolarizzabile, e si associ in un generico istante t ad ogni punto potenziato P, quella posizione Ω della carica da cui partono le azioni che arrivano in P nell'istante t . Posto $r = P\Omega$, $\bar{t} = t - A r$ (ove con A si denota al solito l'inversa della velocità della luce), le coordinate di Ω sono rispettivamente $\bar{\phi} = \phi(\bar{t})$, $\bar{\chi} = \chi(\bar{t})$, $\bar{\psi} = \psi(\bar{t})$ e l'espressione di r è data da

$$r^2 = (x - \bar{\phi})^2 + (y - \bar{\chi})^2 + (z - \bar{\psi})^2.$$

1) Le approssimazioni introdotte sono effettivamente valide in molti casi offerti dalla pratica.

2) Per maggior diffusione vedi la citata nota del Picciatti.

Se ora s'indica con \mathbf{v} la velocità della carica nell'istante \bar{t} è noto ¹⁾ che posto

$$s = r(1 - A v \cos \widehat{vr}),$$

le espressioni dei potenziali elettrostatico e vettore sono

$$(1) \quad V = \frac{m}{s}, \quad \mathbf{j} = A \mathbf{V} \mathbf{v},$$

e quelle delle forze del campo

$$(2) \quad \mathbf{E} = -\text{grad } V - A \frac{d\mathbf{j}}{dt}, \quad \mathbf{H} = -\text{rot } \mathbf{j}^2).$$

Il teorema di Poynting dà come espressione dell'energia dE passante nell'unità di tempo attraverso ad un elemento superficiale $d\sigma$ di coseni α, β, γ la

$$dE = \frac{1}{4\pi A} \mathbf{H} \wedge \mathbf{E} d\sigma,$$

cioè se $X, Y, Z; L, M, N$ sono le componenti di \mathbf{E}, \mathbf{H} la

$$dE = \frac{1}{4\pi A} \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ L & M & N \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma;$$

da cui si ricava per una generica superficie σ

$$(3) \quad E = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ L & M & N \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma.$$

Se adunque noi vogliamo risolvere il problema relativo ad una carica ci converrà anzitutto assegnare le espressioni esplicite delle componenti di \mathbf{E}, \mathbf{H} in funzione degli elementi determinativi del campo (massa, posizione, velocità accelerazione, ...) e poi ricorrere all'integrale (3) e determinarne

1) Cfr. Levi-Civita. " *Sul campo elettromagnetico* ", ecc. Nuovo Cimento. Serie V, vol. VI, 1908.

2) Con E dinoto la forza elettrica, con H la magnetica: per le notazioni vettoriali mi attengo qui e nel seguito alle proposte dei sigg. Burali-Forti e Marcolongo. Cfr. Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo. T. XXIII e XXIV.

il limite al crescere indefinito della superficie σ supposta sferica. Ora si può constatare ¹⁾ che le espressioni delle componenti di \mathbf{E} ed \mathbf{H} sono composte di due parti, l'una dell'ordine di grandezza di $\frac{1}{r}$, l'altra dell'ordine di $\frac{1}{r^3}$ (se r è il raggio di σ); la seconda delle quali non porta al limite alcun contributo all'integrale \mathbf{E} perchè dà luogo a termini infinitesimi di 3° ordine almeno. Ci potremo adunque restringere a calcolare il limite dell'integrale

$$(4) \quad \mathbf{E}' = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X) & (Y) & (Z) \\ (L) & (M) & (N) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma,$$

dove si è denotata con $(X), \dots$ la sola parte della componente X, \dots che diviene infinitesima come $\frac{1}{r}$.

Riflessioni critiche.

Esaminiamo ora come si possa eseguire il calcolo materiale dell'integrale \mathbf{E}' e quali difficoltà si presentino in questa operazione. Tenendo conto delle (1), le (2) danno per le parti $(X), \dots$ delle componenti X, \dots le espressioni

$$(X) = A^2 \frac{m r_x}{s^3} (a.r) - A^2 a_x \frac{m r}{s^3} - A^2 v_x \frac{m r}{s^3} (a.r),$$

$$(5) \quad (L) = A^2 \frac{m}{s^3} \{ a_z r_y - a_y r_z \} - \frac{A^2}{s^3} \{ v_y r_z - v_z r_y \} a.r,$$

ove con \mathbf{a} e \mathbf{v} indichiamo l'accelerazione e la velocità relative all'istante \bar{t} , con \mathbf{r} il vettore che va dal punto Ω al punto potenziato P , e con a_x, \dots, v_x, \dots le componenti di \mathbf{a}, \mathbf{v}).

1) Picciati, loco citato. Cfr. Abraham "Theorie der Elektrizität", Bd. II, pag. 97.

2) Si potrebbero senza gran difficoltà assegnare le espressioni complete di X, \dots in forma analoga alle (5); e da queste passare all'espressione vettoriale di \mathbf{E} ed \mathbf{H} che però a noi non interessa. Vedi per ciò Abraham loco cit. id., id.

Sia O il centro della sfera σ su cui si eseguisce l'integrazione e nel quale supporremo posta l'origine delle coordinate; e individuiamo il punto P di σ mediante le tre grandezze ρ, ϑ, φ ; poichè l'integrale (4) si esplicita nel modo seguente:

$$(6) \quad E' = \int_{\sigma} \left[\left\{ (X)(N) - (Z)(M) \right\} \alpha + \left\{ (Z)(L) - (X)(N) \right\} \beta + \right. \\ \left. + \left\{ (X)(M) - (Y)(L) \right\} \gamma \right] \rho^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi,$$

si potrà eseguire il calcolo materiale di esso appena si sappiano esprimere le quantità che compaiono nelle formole che danno i valori di $(X), \dots, (L), \dots$, e le α, β, γ mediante ρ, ϑ e φ .

Se ora si pone

$$\alpha_1 = \cos r x, \quad \beta_1 = \cos r y, \quad \gamma_1 = \cos r z;$$

$$\lambda = \cos v x, \quad \mu = \cos v y, \quad \nu = \cos v z, \quad \omega = \widehat{v r}$$

dalle (5) si ricavano le

$$(7) \quad (X) = \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \omega)} \left\{ \frac{x_1 \cos \widehat{a r}}{1 - A v \cos \omega} - A \frac{v \lambda \cos \widehat{a r}}{1 - A v \cos \omega} - \cos a x \right\}$$

$$(L) = \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \omega)} \left\{ \beta_1 \cos a z - \gamma_1 \cos a y + A v \cos \widehat{a r} \frac{\beta_1 \nu - \gamma_1 \mu}{1 - A v \cos \omega} \right\},$$

nelle quali compariscono le quantità

$$(8) \quad a, v; \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \lambda, \mu, \nu, \cos \omega, \cos a x, \cos a y, \cos a z, \cos \widehat{a r}$$

di cui (assieme alle α, β, γ) convien ricercare l'espressione in termini di ρ, ϑ, φ .

Abbastanza facilmente si ottiene l'intento ponendo il centro O di σ in una posizione particolarizzata rispetto alla carica mobile. Ciò avviene se per esempio, assumiamo col Picciati come centro di σ una delle posizioni occupate dalla carica mobile, supponendo che σ sia la sfera sulla quale arrivano nell'istante t le azioni partite dal suo centro nell'istante $t - A \rho$ ed orientiamo gli assi in modo che quello delle z sia parallelo

a v. In tale ipotesi infatti a e v sono costanti riferendosi ambedue all'istante $t - A\rho$ e ρ ed r coincidono; onde segue facilmente

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha = \sin \vartheta \cos \phi, & \lambda &= 0, \\ \beta_1 &= \beta = \sin \vartheta \sin \phi, & \mu &= 0, & \omega &= \vartheta, \\ \gamma_1 &= \gamma = \cos \vartheta & ; & & \nu &= 1;\end{aligned}$$

ed inoltre essendo $\cos ax$, $\cos ay$, $\cos az$; $\cos vx$, $\cos vy$, $\cos vz$ costanti si ha

$$\cos \widehat{ar} = \alpha \cos ax + \beta \cos ay + \gamma \cos az;$$

per cui, in definitiva, tutto si lascia esprimere mediante ρ , ϑ e ϕ ; e non difficilmente consegue dal calcolo dell'integrale (8) l'espressione finale data dal Picciati cioè la

$$(9) \ E' = -m^2 A^2 a^2 \left\{ \frac{2(A^2 v^2 + 5)}{15(1 - A^2 v^2)^2} + \frac{4A^2 v^2 (A^2 v^2 + A^2 v^2 - 2) \sin^2 ax}{15(1 - A^2 v^2)^2} \right\}.$$

Maggiori difficoltà si presentano invece se il centro O di σ si assume in posizione generica. In tale caso infatti ad ogni punto P della sfera di raggio ρ rimane associato un punto Ω variabile con P ; e il saper esprimere le quantità (7) mediante ρ , ϑ e ϕ implica la conoscenza di espressioni *esplicithe* che diano il variare di Ω al variare di P sopra σ . Ora queste espressioni sono intimamente legate alla natura delle funzioni $\phi(t)$, $\chi(t)$, $\psi(t)$ che definiscono il moto della carica e che, per la generalità del problema, debbono rimanere indeterminate¹⁾.

Per gettare un po' di luce sopra le difficoltà accennate dividiamole in due tipi differenti:

1) Notiamo che tutto sarebbe risoluto qualora si potessero determinare le espressioni *esplicithe* delle componenti r_x , r_y , r_z , di $r = P\Omega$, le quali son definite dalle equazioni *implicithe*

$$\begin{aligned}r_x &= x - \phi(t - A\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}), \\ r_y &= y - \chi(t - A\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}), \\ r_z &= z - \psi(t - A\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2})\end{aligned}$$

essendo x, y, z coordinate di P , cioè

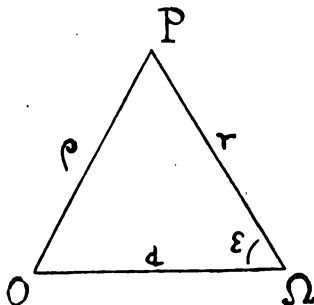
$$x = \rho \sin \vartheta \cos \phi, \quad y = \rho \sin \vartheta \sin \phi, \quad z = \rho \cos \vartheta.$$

1. Difficoltà che derivano dal variare del vettore $\mathbf{r} = \mathbf{P}\Omega$ al variare di P , *ma non dal variare di* $\bar{t} = t - A r$ (influiscono su $r, \alpha, \beta, \gamma, \omega, \cos \alpha r$),

2. Difficoltà che derivano dal variare dell'istante t a cui si riferiscono α e γ (influiscono su $\alpha, v, \lambda, \mu, \nu, \omega, \cos \alpha x, \cos \alpha y, \cos \alpha z, \cos \alpha r$),

e vediamo separatamente, se ed in quale modo si possono rimuovere, e quali restrizioni importi il poter ridurre l'espressione di E' a conservare sempre il medesimo limite.

Non è molto difficile togliere completamente le difficoltà del 1° tipo mostrando che se, ovunque, nell'espressione di E' si pongono in luogo di $r, \alpha, \beta, \gamma, \cos \alpha r$ le quantità $\rho, \alpha, \beta, \gamma, \cos \alpha \rho$, cioè se al vettore \mathbf{r} si sostituisce il vettore ρ , l'integrale conserva il medesimo limite. Difatti dalla figura qui sotto si ha



$$\rho^2 = r^2 + d^2 - 2 r d \cos \epsilon = r^2 \left\{ 1 + \frac{d^2}{r^2} - \frac{2 d}{r} \cos \epsilon \right\}$$

da cui facilmente

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{d}{r} \cos \epsilon + (2) \right\},$$

indicando con (2) una parte di 2° ordine in $\frac{1}{r}$; perciò

$$(10) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} + \frac{d}{r^2} \cos \epsilon + (3) = \frac{1}{r} + (2) \quad .$$

1) Si noti che $\frac{d}{r^2}$, $\frac{d^2}{r^3}$ sono effettivi termini di 2° ordine in $\frac{1}{r}$ se si suppone che d si mantenga finito; il che è lecito quando la carica si muove rimanendo sempre nel campo d'osservazione; nel qual caso d non supera la massima distanza di questo campo.

Inoltre per un generico vettore k è

$$\cos \widehat{kr} = \cos (\widehat{kp} + \widehat{pr}) = \cos \widehat{kp} \cos \widehat{pr} - \sin \widehat{kp} \sin \widehat{pr},$$

e siccome si ha

$$d^2 = \rho^2 + r^2 - 2 \rho r \cos \widehat{pr},$$

cioè

$$\cos \widehat{pr} = \frac{r}{2\rho} + \frac{\rho}{2r} - \frac{d^2}{2\rho r},$$

segue dalla (10)

$$\cos \widehat{pr} = 1 + (2).$$

Si ha inoltre facilmente

$$\sin \widehat{pr} = (2),$$

e quindi in definitiva

$$(11) \quad \cos \widehat{kp} = \cos \widehat{kr} + (2).$$

Le espressioni (10), (11) provano facilmente l'asserto; poichè come si desume facilmente dalle (6), (7), le espressioni di 2° ordine indicate con (2) danno luogo a termini *almeno* di 3° ordine nell'integrale da calcolarsi, e quindi, al limite, portano contributo nullo.

La questione sarebbe a questo punto risolta ove supponessimo che durante il calcolo dell'integrale i due vettori a e v rimanessero costanti. Infatti allora, ponendo l'asse delle x parallelo a v , le (7), e quindi la (6) si espliciterebbero mediante ρ , ϑ e ϕ come nel calcolo del Picciati, e si avrebbe ancora, quale espressione finale, la (9).

Ma qui entrano in campo le difficoltà del 2° tipo, in quanto a e v dipendono da t e quindi da r . Se noi vogliamo confrontare i risultati con quelli ottenuti dal Picciati ¹⁾ non possiamo lasciare variabili a e v ma bisogna che le supponiamo costanti cioè che le riferiamo ad un medesimo istante, per esempio all'istante $t - A\rho$. Sarà quindi necessario che le differenze

$$v(t - A\rho) - v(t - Ar) = \Delta v,$$

$$a(t - A\rho) - a(t - Ar) = \Delta a,$$

1) E se vogliamo poter esplicitare la quantità sotto il segno \int rispetto a ρ , ϑ , ϕ .

portino all' integrale da calcolarsi contributi trascurabili¹⁾; e ciò avverrà precisamente quando Δv e Δa si possono considerare come infinitesime rispetto a v ed a perchè allora i termini che contengono Δv e Δa divengono infinitesimi di 3° ordine *almeno*.

Ora Δv e Δa sono incrementi corrispondenti ad incrementi di tempo:

$$t - A\rho - (t - A\rho) = A(\rho - r),$$

dell'ordine di quelli impiegati dalla luce a percorrere la distanza $\rho - r$ che è, come si riconosce facilmente²⁾, dell'ordine di d .

La stessa conclusione si avrebbe se, invece di riferire v ed a all'istante $t - A\rho$, li avessimo riferiti all'istante $t - A\rho_1$, essendo $\rho_1 = O, P$; purchè la differenza $\rho_1 - r$ sia dell'ordine delle distanze del campo; e questa conclusione porta a supporre per v ed a quelle restrizioni che abbiamo fatte nella breve premessa a questo lavoro.

Problema relativo a due cariche: posizione di esso.

Siano m ed m_1 due cariche mobili nel campo C ; porremo un indice in basso a tutte le lettere indicanti elementi del campo generato da m_1 , mentre conserveremo senza indice quelle relative ad m .

I due campi generati da m e da m_1 si sovrappongono, di modo che le componenti delle forze totali del campo sono

$$X' = X + X_1, \dots; L' = L + L_1, \dots;$$

1) Oltre a v ed a occorrerebbe considerare anche $\cos vx, \dots, \cos ax, \dots, \cos ar, \cos vr$, notando che ai due ultimi si possono rispettivamente sostituire $\cos ar$ e $\cos vr$: ma si riconosce facilmente che gl'incrementi di queste quantità sono dello stesso ordine di $\Delta v, \Delta a$.

2) Difatti si ha

$$\rho = r \left\{ 1 + \frac{d^2}{r^3} - \frac{2d}{r} \cos s \right\}^{1/2}$$

$$\rho = r \left\{ 1 + \frac{d}{r} \cos s + (2) \right\}$$

$$\rho = r + d \cos s + (1)$$

$$\rho - r = d \cos s + (1)$$

e $\cos s$ varia con P assumendo tutti i valori da -1 a $+1$.

e quindi all'energia che passa nell'unità di tempo attraverso ad una superficie σ spetta l'espressione :

$$H = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} X' & Y' & Z' \\ L' & M' & N' \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma ,$$

che tenendo conto delle sole parti di X', \dots, L', \dots che si annullano all'infinito di 1° ordine, diviene :

$$H = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X') & (Y') & (Z') \\ (L') & (M') & (N') \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma ,$$

cioè

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X) + (X_1) & (Y) + (Y_1) & (Z) + (Z_1) \\ (L) + (L_1) & (M) + (M_1) & (N) + (N_1) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma = \\ &= \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X) & (Y) & (Z) \\ (L) & (M) & (N) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma + \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X_1) & (Y_1) & (Z_1) \\ (L_1) & (M_1) & (N_1) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma + \\ &+ \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X) & (Y) & (Z) \\ (L_1) & (M_1) & (N_1) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma + \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} (X_1) & (Y_1) & (Z_1) \\ (L) & (M) & (N) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma . \end{aligned}$$

Da questa formola si riconosce che, se E, E_1 sono le quantità di energia dispersa relative, rispettivamente, ai campi generati da m, m_1 , e si pone

$$T = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \left\{ \begin{vmatrix} (X) & (Y) & (Z) \\ (L_1) & (M_1) & (N_1) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (X_1) & (Y_1) & (Z_1) \\ (L) & (M) & (N) \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} \right\} d\sigma ,$$

è

$$H = E + E_1 + T ;$$

e quindi l'energia complessiva non eguaglia la somma delle energie relative ai due campi parziali, ma questa, aumentata

del termine T . Poichè E ed E_1 si ricavano dalla (9) basterà, pel nostro scopo, calcolare T , ossia

$$T_1 = 4\pi AT = \int_{\sigma} \left[\{ (N) (Y_1) - (M) (Z_1) + (N_1) (Y) - (M_1) (Z) \} x + \right. \\ \left. + \{ \dots \} \beta + \{ \dots \} \gamma \right] d\sigma.$$

Per eseguire questo calcolo ci converrà assegnare l'espressione esplicita della quantità sotto il segno in termini di ρ, ϑ, ϕ il che si potrà fare in base alle due seguenti considerazioni:

1. È lecito, per considerazioni analoghe alle precedenti, sostituire ad r (o r_1) e alle quantità che dipendono da r, ρ e le analoghe quantità che dipendono da ρ ;

2. È lecito supporre a, v, a_1, v_1 costanti riferendole ad un medesimo istante $t - A\rho$, dappoichè supponendo valida per E e E_1 la formola (9) del Picciati noi abbiamo implicitamente fatta l'ipotesi che $\Delta v, \Delta a, \Delta v_1, \Delta a_1$ siano trascurabili rispetto a v, a, v_1, a_1 .

Si ricavano allora, ricordando le (7), pei varî termini sotto il segno espressioni del tipo di

$$(N) (Y_1) \alpha = \frac{mm, A^2 aa_1}{\rho^2(1-Av \cos \omega)(1-Av_1 \cos \omega_1)} \{ \alpha \cos ay - \beta \cos ax + \\ + Av \frac{(\alpha\mu - \beta\lambda) \cos \widehat{a\rho}}{1-Av \cos \omega} \} \left\{ \frac{\beta \cos \widehat{a_1\rho}}{1-Av_1 \cos \omega_1} - A \frac{v_1 \mu_1 \cos \widehat{a_1\rho}}{1-Av_1 \cos \omega_1} - \cos a_1 y \right\} \alpha,$$

le quali si esplicitano subito rispetto a ρ, ϑ, ϕ . Ne risulta però per la quantità sotto il segno una espressione sì complicata e di materiale integrazione sì enormemente difficoltosa da arrestare qualunque buona volontà: per cui abbiamo stimato opportuno di limitarci a calcolare T_1 nell'ipotesi che si possano trascurare (rispetto all'unità) i termini contenenti $A^2 v^2, A^2 v_1^2, A^2 vv_1$; il che introduce come vedremo, semplificazioni notevoli nelle operazioni e nei risultati finali.

Calcolo effettivo del termine T_1 .

Attenendoci all'ipotesi sopra introdotta, poniamo

$$T_1 = \int_{\sigma} T_1 d\sigma$$

e sviluppiamo T_2 per le potenze di $A v$ e di $A v_1$, sicchè si abbia

$$T_2 = B + A v B_1 + A v_1 B_2 + C,$$

C essendo una espressione che dipende da potenze di $A v$ e di $A v_1$ superiori alla prima, in modo che la parte dello sviluppo di T_2 che a noi interessa, consta dei primi tre termini dello sviluppo ora scritto. Un'ulteriore semplificazione si può portare osservando che, per ovvie ragioni di simmetria, il coefficiente di $A v_1$ si otterrà da quello di $A v$, sostituendo alle quantità senza indici quelle con indici; onde potremo occuparci soltanto dei due termini

$$B + A v B_1.$$

Per ottenere questi, anzitutto si porrà $A v_1 = 0$, indi si svilupperà l'espressione ottenuta per le potenze di $A v$ arrestandosi alla prima. La posizione $A v_1 = 0$ unita a quella $r = r_1 = \rho$, ci dà

$$T_2 = \frac{2mm_1 A^2 aa_1}{\rho^2 (1 - Av \cos \omega)^2} \left\{ \begin{array}{l} -\alpha^2 \cos ay \cos a_1 y + \alpha\beta \cos ax \cos a_1 y \\ -\alpha^2 \cos az \cos a_1 z + \alpha\beta \cos ay \cos a_1 x \\ -\beta^2 \cos ax \cos a_1 x + \alpha\gamma \cos ax \cos a_1 z \\ -\beta^2 \cos az \cos a_1 z + \alpha\gamma \cos az \cos a_1 x \\ -\gamma^2 \cos ax \cos a_1 x + \beta\gamma \cos ay \cos a_1 z \\ -\gamma^2 \cos ay \cos a_1 y + \beta\gamma \cos az \cos a_1 y \\ -(\alpha^2 + \beta^2) \frac{Av \cos \widehat{ap} \cos a_1 z}{1 - Av \cos \omega} \\ + \alpha\gamma \frac{Av \cos \widehat{ap} \cos a_1 x}{1 - Av \cos \omega} + \beta\gamma \frac{Av \cos \widehat{ap} \cos a_1 y}{1 - Av \cos \omega} \end{array} \right\},$$

da cui sviluppando per potenze di $A v$ ¹⁾ si ottiene

$$T_2 = \frac{2mm_1 A^2 aa_1}{\rho^2} \left\{ \begin{array}{l} -\alpha^2 \cos ay \cos a_1 y + \alpha\beta \cos ax \cos a_1 y \\ -\alpha^2 \cos az \cos a_1 z + \alpha\beta \cos ay \cos a_1 x \\ -\beta^2 \cos ax \cos a_1 x + \alpha\gamma \cos ax \cos a_1 z \\ -\beta^2 \cos az \cos a_1 z + \alpha\gamma \cos az \cos a_1 x \\ -\gamma^2 \cos ax \cos a_1 x + \beta\gamma \cos ay \cos a_1 z \\ -\gamma^2 \cos ay \cos a_1 y + \beta\gamma \cos az \cos a_1 y \end{array} \right\} +$$

1) Fatta l'ipotesi che Ox sia parallelo a v cioè che sia $\cos \omega = \cos \vartheta = \gamma$.

$$Av \left\{ \begin{array}{l} -\alpha^2 \gamma \cos ay \cos a, y + \alpha \beta \gamma \cos ax \cos a, y \\ -\alpha^2 \gamma \cos az \cos a, z + \alpha \beta \gamma \cos ay \cos a, x \\ -\beta^2 \gamma \cos ax \cos a, x + \alpha \gamma^2 \cos ax \cos a, z \\ -\beta^2 \gamma \cos az \cos a, z + \alpha \gamma^2 \cos az \cos a, x \\ -\gamma^3 \cos ax \cos a, x + \beta \gamma^3 \cos ay \cos a, z \\ -\gamma^3 \cos ay \cos a, y + \beta \gamma^3 \cos az \cos a, y \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} -\alpha^2 \cos \widehat{a\rho} \cos a, z \\ -\beta^2 \cos \widehat{a\rho} \cos a, z \\ +\alpha \gamma \cos \widehat{a\rho} \cos a, x \\ +\beta \gamma \cos \widehat{a\rho} \cos a, y \end{array} \right\}.$$

Integriamo ora separatamente la parte di T_1 indipendente e quella dipendente da Av ; dovremo moltiplicare dapprima per $d\sigma = \rho^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi$ e poi eseguire il calcolo. Anzitutto possiamo osservare che il ρ^2 il quale sta a fattore nell'espressione di $d\sigma$ manda via quello che si trova a denominatore nell'espressione di T_1 , per cui la quantità sotto il segno diviene indipendente da ρ , il che ci risparmia il passaggio al limite per $\rho = \infty$ e di più ci permette di eseguire il calcolo sulla sfera ω di raggio 1. Ciò posto osservando che si ha

$$\int_{\omega} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} d\omega = 4\pi,$$

da cui segue

$$\int_{\omega} \alpha^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \beta^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \gamma^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \frac{4\pi}{3},$$

e che inoltre per ovvie ragioni di simmetria è

$$\int_{\omega} \alpha \beta \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \alpha \gamma \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \beta \gamma \sin \vartheta d\vartheta d\phi = 0,$$

il calcolo del termine di T_1 indipendentemente da Av è agevolissimo e dà come risultato l'espressione

$$-\frac{16\pi}{3} \cos \widehat{aa_1} mm_1 A^2 aa_1.$$

In modo analogo riconosciuto che

$$\begin{aligned} \int_{\omega} \alpha^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi &= \int_{\omega} \beta^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \gamma^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \\ &= \int_{\omega} \alpha^2 \beta \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \int_{\omega} \alpha^2 \gamma \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \dots = \int_{\omega} \alpha \beta \gamma \sin \vartheta d\vartheta d\phi = 0, \end{aligned}$$

si ha facilmente che il coefficiente di $A v$ (e quindi di $A v_1$) nell'espressione cercata è nullo; rimane adunque:

$$T_1 = -\frac{16\pi}{3} \cos \widehat{aa_1} mm_1 A^3 aa_1$$

cioè

$$T = \frac{T_1}{4\pi A} = -\frac{4}{3} A^3 mm_1 aa_1 \cos \widehat{aa_1}.$$

Qualche interpretazione dei risultati ottenuti.

Ricordando che

$$H = E + E_1 + T,$$

e che per E, E_1 (nell'ipotesi che siano trascurabili i termini di 2° ordine in $A v, A v_1$) valgono le formole (ricavate dalla (9); cfr. la nota del Picciati):

$$E = -\frac{2}{3} A^3 m^2 a^2, \quad E_1 = -\frac{2}{3} A^3 m_1^2 a_1^2,$$

otterremo in definitiva

$$H = -\frac{2}{3} A^3 \left\{ a^2 m^2 + 2aa_1 mm_1 \cos \widehat{aa_1} + a_1^2 m_1^2 \right\}.$$

Interessante è il vedere quando H si riduca ad $E + E_1$; ciò avviene allora e solo che $T = 0$, cioè che

$$aa_1 \cos \widehat{aa_1} = 0$$

e quindi la dispersione dell'energia (relativa ad un dato istante) dovuta al campo generato dalle due cariche è la stessa di quella che si avrebbe se le due cariche agissero separatamente, allora e solo che:

I. *a od a_1 sono nulli* (nel qual caso però anche E o, rispettivamente E_1 , si annullano).

II. *le accelerazioni delle due cariche sono ortogonali.*

Di eguale interesse è pure il ricercare quando sia

$$H = 0,$$

il che avviene quando

$$a^2 m^2 + 2aa_1 mm_1 \cos \widehat{aa_1} + a_1^2 m_1^2 = (am - a_1 m_1)^2 + \\ + aa_1 mm_1 \sin^2 \frac{\widehat{aa_1}}{2} = 0.$$

Si avranno dunque le due condizioni

$$am - a_1 m_1 = 0 \quad aa_1 mm_1 \sin^2 \frac{\widehat{aa_1}}{2} = 0,$$

le quali danno (se si eccettui il caso $a = a_1 = 0$) l'unica soluzione

$$\frac{a}{a_1} = \frac{m_1}{m}, \quad \sin^2 \frac{\widehat{aa_1}}{2} = 0, \quad \text{cioè } \widehat{aa_1} = \pi,$$

e quindi l'energia dispersa risulta nulla soltanto quando:

I. Le due cariche si muovono di moto uniforme,

ovvero:

II. Le accelerazioni delle due cariche sono dirette per verso opposto e stanno in ragione inversa delle masse.

AGGIUNTA ALLA NOTA " SUI CAMPI ELETTROMAGNETICI PURI „

di LEONELLA CAFFARATTI.

Nell' ultimo numero della nota « Sui campi elettromagnetici puri » ¹⁾ ho osservato che, per il caso di una distribuzione simmetrica, non è possibile mantenere il campo per pura rotazione, supposto che la velocità delle cariche rimanga al di sotto della velocità della luce.

Ma la dimostrazione inceppa in una difficoltà dovuta alla circostanza seguente: Io non ho tenuto debito conto della distinzione fra il campo occupato dalle cariche e quello in cui la densità ρ è nulla.

In quest' ultimo debbono essere verificate non già le equazioni (I'), (III'), (IV'), della pag. 390, ma (rimanendo identicamente soddisfatta la equazione di Lorentz) le sole equazioni di Hertz :

$$A \frac{dE}{dt} = - \text{rot } H ,$$

$$A \frac{dH}{dt} = \text{rot } E ,$$

$$\text{div } E = \text{div } H = 0 ,$$

relative all' etere.

Tenendo conto che si tratta di campi stazionari e simmetrici, quelle concernenti la forza magnetica (che sole ci interessano per il confronto colle (I'), (III'), (IV')) assumono l' aspetto :

$$(Q) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } H = 0 , \\ \text{div } H = 0 . \end{array} \right.$$

1) Nuovo Cimento, Maggio 1908, pag. 869-894.

Mi propongo di far vedere come si possa modificare la mia dimostrazione così da rispecchiare (con eguale semplicità) il vero stato delle cose.

Si vedrà che il risultato negativo da me enunciato seguita certamente a sussistere sotto una lieve restrizione, che lascia dubbio soltanto il caso, in cui il campo effettivamente occupato dalle cariche sia limitato da una superficie non ovunque convessa.

Rileviamo in primo luogo dalle equazioni (Q) che H deriva da un potenziale armonico, sarà quindi in particolare (riferendomi alle notazioni del precedente lavoro)

$$(1) \quad \Delta L = 0 \quad (\text{nei punti esterni a } \sigma);$$

mentre entro σ vale la relazione '):

$$(2) \quad \Delta L = \frac{2}{r} \frac{d}{dr} (s-1) L.$$

Mostreremo che, sotto conveniente restrizione concernente la forma di σ , ogni funzione finita e continua in tutto lo spazio assieme alle sue derivate prime ed annullantesi all'infinito (come un potenziale newtoniano), che soddisfaccia alla (1) nei punti esterni a σ , ed alla (2) entro σ , è identicamente nulla.

Per far questo avremo bisogno del lemma espresso dalla formula '):

$$(3) \quad \int_S U \frac{dV}{dr} dS = - \int_S V \frac{dU}{dr} dS - \int_S U V \frac{dS}{r} - \\ - \int_{\sigma} U \nabla \left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right) d\sigma,$$

nella quale U e V designano due generiche funzioni dei punti di S finite e continue assieme alle loro derivate prime, α , β i coseni degli angoli che la normale al contorno diretta verso l'interno del campo fa colle direzioni positive degli assi x , y

1) Nuovo Cimento, Maggio 1908, pag. 390-391.

2) *Ibidem* pag. 391-392.

ed r la distanza del punto d' integrazione dall' asse di rotazione.

Ciò premesso, applichiamo il corollario del primo teorema di Green alla funzione L tanto nello spazio interno alle cariche quanto nello spazio esterno osservando che la sfera all' infinito non reca alcun contributo, per l' ammesso comportamento di L .

Avremo per lo spazio interno S

$$\int_S \Delta L dS + \int_S (\Delta L)^2 dS + \int_S L \frac{dL}{dn} d\sigma = 0$$

dove, al solito, n designa la normale diretta verso l' interno del campo d' integrazione; e per lo spazio esterno S_e , ricordando anche la (1), avremo semplicemente:

$$\int_{S_e} (\Delta L)^2 dS - \int_{S_e} L \frac{dL}{dn} d\sigma = 0,$$

con n indicandosi sempre la normale che entra nello spazio occupato dalle cariche e che è volta quindi verso l' esterno rispetto al nuovo campo d' integrazione.

Sommando le due precedenti equazioni si ha

$$(4) \quad \int_{S+S_e} (\Delta L)^2 dS + \int_S L \Delta L dS = 0,$$

dalla quale, ponendo per ΔL il valore dato dalla (2), deduciamo l' altra:

$$(4') \quad \int_{S+S_e} (\Delta L)^2 dS + \int_S \frac{2}{r} L^2 \frac{ds}{dr} dS + \int_S \frac{s-1}{r} 2L \frac{dL}{dr} dS = 0.$$

L' ultimo degli integrali precedenti si può scrivere sotto la forma:

$$\int_S \frac{s-1}{r} \frac{dL^2}{dr} dS.$$

Applicando la (3) si può scinderlo in altri tre:

$$-\int_S L^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{s-1}{r} \right) dS - \int_S L^2 \frac{s-1}{r^2} dS - \int_{\sigma} L^2 \frac{s-1}{r} \left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right) d\sigma,$$

e portando nella (4') tale espressione, dopo aver eseguita la derivazione rispetto ad r , si ha in definitiva:

$$(4') \quad \int_{S+S_0} (\Delta L)^2 dS + \int_S L^2 \left(\frac{1}{r} \frac{ds}{dr} \right) dS - \\ - \int_{\sigma} L^2 \frac{s-1}{r} \left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right) d\sigma = 0.$$

Essendo [per la fatta posizione (pag. 391), in cui si scriva r al posto di x_1]

$$s = \frac{1}{1 - A^2 \omega^2 r^2},$$

si ha:

$$\frac{1}{r} \frac{ds}{dr} = \frac{2 A^2 \omega^2}{(1 - A^2 \omega^2 r^2)^2},$$

che è, come si vede, una quantità essenzialmente positiva, cosicchè il secondo integrale è positivo.

Vediamo come per una categoria molto vasta ed interessante di superfici, sia positivo anche l'ultimo addendo.

Notiamo all'uopo che

$$-\left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right)$$

non è altro che il coseno dell'angolo formato dal raggio del parallelo preso in senso negativo con la normale a σ diretta verso l'interno del campo occupato dalle cariche. L'angolo formato da queste due direzioni è poi sempre acuto e quindi il coseno positivo, qualora la curva meridiana (della superficie rotonda σ che limita il campo occupato dalle cariche) incontri l'asse di rotazione in due soli punti (poli) A B e sia tale che le proiezioni dei suoi punti sull'asse non escano dal tratto A B.

In tale classe di superfici sono incluse tutte le superfici convesse, giacchè la proiezione sull'asse di un generico punto della superficie si trova sulla corda determinata dal punto e dal suo simmetrico rispetto all'asse, e questa, per la nota proprietà delle superfici convesse, giace tutta entro σ .

Noi ci riferiremo quindi a campi cosiffatti. Per essi l'ultimo integrale della (4'') è effettivamente positivo in quanto lo è la funzione sotto il segno, che risulta dal prodotto del detto coseno e di

$$L^2 \frac{s-1}{r} = L^2 \frac{A^2 \omega^2 r}{1 - A^2 \omega^2 r^2},$$

positivo anch'esso, dovendo la velocità di ogni carica mantenersi al di sotto della velocità della luce.

Ciò posto, affinchè valga la equazione (4''), dovrà ogni termine della equazione stessa annullarsi. Dal primo termine osservando che, affinchè l'integrale sia nullo, deve esser nullo ogni elemento di integrale, abbiamo

$$L = 0.$$

Ne consegue in base alla formula (III').

$$\rho = 0 \quad c. d. d.$$

Come si vede l'ipotesi di un campo simmetrico, privo di singolarità, porta (sotto la lieve restrizione accennata) alla conclusione che si annulla identicamente la ipotetica distribuzione che dovrebbe generare il campo colla sua uniforme rotazione.

SULLA CORRENTE SECONDARIA NEI PREPARATI A SELENIO.

Nota di A. POCHETTINO.

I risultati delle classiche ricerche del Prof. Righi ¹⁾ sulla forza elettromotrice degli elementi a Selenio dimostrano sperimentalmente all'evidenza i molti punti di contatto che la conducibilità elettrica presentata da questo metalloide ha colla conducibilità elettrolitica. L'ipotesi che la conducibilità del Selenio sia addirittura elettrolitica venne messa innanzi per la prima volta dai Signori W. G. Adams ed R. E. Day: in una breve nota ²⁾, pubblicata nel 1876, essi riportano, senza però definir bene le condizioni delle esperienze da loro compiute, alcuni fatti estremamente interessanti, e precisamente espongono di aver osservato che:

1) la resistenza elettrica del Selenio dipende dalla forza elettromotrice applicata, diminuendo al crescere di questa;

2) un preparato di Selenio, compreso fra elettrodi di platino, attraversato per un certo tempo da una corrente elettrica, può dare, quando dopo questo trattamento lo si inserisca nel circuito di un galvanometro, una corrente di senso inverso a quella che lo ha attraversato: una specie quindi di corrente di polarizzazione, che gli autori credono di non poter ascrivere ad effetti termoelettrici;

3) la resistenza elettrica del Selenio varia a seconda della direzione della corrente;

quindi, concludono i Signori Adams e Day, la conducibilità del Selenio è elettrolitica.

Visto l'interesse che le proprietà del Selenio vanno assumendo anche nel campo delle applicazioni pratiche, non mi è

1) Padova. 1888. Tipografia del seminario. *N. Cimento*. (3). 24. p. 197. Vedi anche: L. Amaduzzi. Il Selenio. Bologna. 1904.

2) *Proc. of the Roy. Soc. London*. 15 Giugno 1876.

sembrato inutile riprendere in esame sistematicamente alcuni dei risultati riferiti da Adams e da Day.

In una nota precedente ¹⁾ ho già esposto le misure da me effettuate, in collaborazione col Sig. G. C. Trabacchi, sul primo dei fatti ricordati da Adams e Day, cioè sulla diminuzione della resistenza elettrica del Selenio al crescere della forza elettromotrice applicata: potemmo constatare che effettivamente tale diminuzione si verifica, almeno per le forze elettromotrici da noi adoperate cioè fra 1 e 100 Volta, in ambedue le specie di cellule cimentate, sia nel caso di corrente continua che nel caso di corrente alternante, tanto usando elettrodi applicati durante la fusione del Selenio che usando elettrodi applicati semplicemente dopo la ricottura, sia alla luce che al buio, qualunque fosse la resistenza iniziale della cellula stessa purchè portata al massimo con un conveniente trattamento colla corrente alternante a circa 100 Volta ²⁾).

Nella presente nota intendo riferire su una prima serie di misure che ho istituite circa il secondo dei fatti enunciati da Adams e Day, sulla presenza cioè di quella corrente secondaria che essi chiamano *di polarizzazione*.

Nella memoria già citata il Righi riferisce brevemente questa esperienza: applicando agli elettrodi di un preparato di Selenio una forza elettromotrice continua di circa 15 Volta ed osservando poi con un elettrometro a quadranti le differenze di potenziale formatesi fra gli elettrodi quando venga tolta la forza elettromotrice applicata, si rileva una forza elettromotrice tendente a produrre una corrente inversa a quella applicata; questa forza elettromotrice diminuisce rapidamente col tempo e sparisce in breve del tutto. Non mi risulta esistano altre misure in argomento ³⁾ se si eccettuano pochi accenni, senza dettagli di sorta, che si leggono in fine del re-

1) *N. Cimento*. (5). 13. Aprile 1907.

2) *Rend. Ac. Lincei*. (5). 15. II sem. 1906. *N. Cimento*. (6). 12. p. 235. 1906.

3) Il Bildweil si limita (*Phil. Mag.* 20. p. 178. 1885) a riportare le conclusioni di Adams e Day.

cente lavoro del Weidert ¹⁾ sul potere termoelettrico del Selenio.

Se si ammette che la conducibilità del Selenio sia di natura elettrolitica, ne viene di conseguenza che, fatta passare per mezzo di due elettrodi una corrente attraverso di esso, gli elettrodi devono rimanere polarizzati. Dato però l'alto potere termoelettrico del Selenio si potrebbe pensare che questa forza elettromotrice secondaria sia dovuta a fenomeni termoelettrici: per esempio, la corrente principale potrebbe causare, per il fenomeno Peltier, delle variazioni di temperatura agli elettrodi, le quali alla loro volta, interrotta la corrente principale, potrebbero produrre delle forze termoelettromotrici. Se però consideriamo le misure compiute dal Righi ²⁾ sulle variazioni del potere termoelettrico del Selenio colla temperatura, dalle quali risulta che con elettrodi di piombo fusi nel Selenio, due serie di esse diedero sempre una forza termoelettromotrice (in media rispettivamente: 506 e 612 microvolta) indipendente dalla temperatura, e con elettrodi parimenti in piombo, ma semplicemente premuti contro il Selenio, una serie diede ancora una forza termoelettromotrice costante (887 microvolta) e una serie una forza termoelettromotrice crescente sì, ma lentissimamente colla temperatura (microvolta $642 + 0,001028 t$) e se di più pensiamo all'alta resistenza delle cellule a Selenio ordinariamente usate, tale spiegazione appare poco probabile almeno per la parte più importante del fenomeno.

Altre ragioni per non ritenere, almeno nella sua parte essenziale, termoelettrica l'origine delle forze elettromotrici di cui trattiamo, troveremo appresso nelle misure che riferirò: basterà qui accennare alla formazione di queste correnti in cellule con una resistenza superiore al milione di Ohm, e al comportamento delle cellule *di seconda specie* le quali, quando si trovano a resistenza molto bassa danno correnti di polarizzazione appena percettibili (inferiori a 10^{-9} ampère) mentre quando, mediante il solito trattamento colla corrente alternante,

1) *Ann. d. Phys.* (4). 18. p. 811. 1905.

2) Loco citato.

siano portate a resistenze molto elevate, danno correnti secondarie marcatissime.

Un altro modo di spiegare termoelettricamente questa corrente secondaria potrebbe essere il seguente: una differenza nella bontà del contatto fra ciascuno dei due elettrodi e il Selenio, dipendente della costruzione della cellula o dovuta alla contrazione che subisce il Selenio durante la ricottura, può far sì che il calore Joule prodotto dalla corrente primaria non si distribuisca egualmente ai due contatti di entrata e di uscita di essa corrente: la cellula potrebbe allora funzionare come i rivelatori di onde elettriche a Selenio del Tenente Colin, ricordati dal Tissot nella sua nota recente ¹⁾ sui detector termoelettrici: questa spiegazione è però da rigettarsi assolutamente perchè la corrente secondaria s'inverte *sempre* ogni qual volta si inverte la corrente primaria. Del resto anche il Sig. L. W. Austin nella sua memoria: *Some contact rectifiers of electric current*, ²⁾ parlando dei fenomeni che avvengono ai contatti Si-Cu ed Al-Cu, asserisce non sembrargli attendibile la spiegazione che di essi si suole dare riferendoli ad origine termoelettrica.

Ad ogni modo prima di procedere a delle misure quantitative su questa specie di correnti secondarie ho voluto indagare con esperienze dirette se il passaggio attraverso una cellula a Selenio di una corrente capace di generare fra i suoi elettrodi una sensibile differenza di potenziale contraria all'applicata, stabilisse fra essi elettrodi una differenza di temperatura tale da spiegare per via termoelettrica la differenza di potenziale osservata.

Alcune esperienze preliminari compiute applicando le saldature di elementi termoelettrici molto sensibili sugli elettrodi di una cellula che dava una buona corrente secondaria non mi permisero di rilevare che fra essi si fosse prodotta una differenza di temperatura superiore al $0^{\circ},001$, mentre neanche una differenza di $0^{\circ},5$ sarebbe stata sufficiente, data la resistenza totale del circuito (2.000.000 Ohm), a spiegare la cor-

1) *Compt. Rend.* 147. p. 39. 1908.

2) *Bull. Bur. of Standards.* V. N. 1. p. 146, 1908.

rente secondaria osservata ($5 \cdot 10^{-8}$ ampère), anche ammettendo gli alti valori trovati dal Weidert per il potere termoelettrico del Selenio. Noto ancora che la stessa cellula, dopo un' applicazione per 30' di un voltaggio di 20 Volta, dava, *dopo 5 ore* dall' interruzione della corrente primaria, una corrente secondaria di circa $2 \cdot 10^{-8}$ ampère.

Le difficoltà sperimentali e le cause d' errore che si presentarono però coll' uso delle pile termoelettriche m' indussero ad adottare nelle esperienze definitive un dispositivo bolometrico: Ho costruito al solito modo una cellula al Selenio su una lastrina rettangolare di lavagna con elettrodi formati da fili di ferro del diametro di circa $\frac{3}{10}$ di millimetro (ho scelto il ferro per avere elettrodi di resistenza apprezzabile e capaci di dare, come vedremo in seguito, una corrente secondaria notevole), con uno strato di Selenio dello spessore medio di un millimetro su ambedue le faccie della lastrina per una superficie rettangolare di 4×6 centimetri. Questi elettrodi, completamente immersi nel Selenio, erano avvolti in quindici spire ciascuno, alla distanza media di due millimetri una dall' altra; la resistenza della cellula risultò essere al buio di 1.400.000 Ohm.

La disposizione sperimentale per le misure risulta senz' altro dallo schema riportato qui accanto: i due elettrodi della cellula $E E'$ formano due lati di un ponte di Wheatstone i cui due altri lati sono costituiti da due resistenze $R R'$ in filo di manganina eguali esattamente alle resistenze di E ed E' (9,35 Ohm); la pila p è un elemento normale di Daniell, il galvanometro G del tipo Deprèz-d' Arsonval costruito da Hartmann e Braun ha una resistenza di 4,5 Ohm. Le esperienze si conducevano così: si equilibrava dapprima

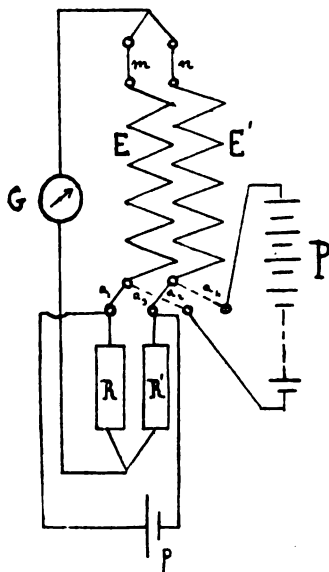


Fig. 1.

accuratamente il ponte, poi tolti i contatti a_1 , a_2 , m , n e disposti i contatti a_3 , a_4 , si faceva passare per la cellula la corrente data da una batteria P di accumulatori. Dopo un certo tempo sufficiente a dare, in base ad esperienze preliminari, una sensibile corrente secondaria, si stabilivano i contatti a_1 , a_2 , m , ed n , e si toglievano i contatti a_3 , a_4 in modo da interrompere la corrente primaria ed inserire E E' nel ponte di Wheatstone. Sebbene questo fosse disposto in modo che una differenza di 0,001 Ohm fra R R' dava una deviazione al galvanometro di 20 divisioni dalla scala, le esperienze non diedero mai differenze di resistenza apprezzabili fra E ed E'; dovremo dunque ritenere che fra i due elettrodi della cellula non si è mai formata, pel passaggio della corrente primaria, una differenza di temperatura superiore ai 0°,05, e quindi assolutamente insufficiente a produrre le correnti secondarie osservate in questa cellula che erano dell'ordine di 10^{-6} ampère.

Lo studio della corrente secondaria fornita dai preparati a Selenio presenta delle difficoltà ben maggiori di quelle che si incontrano nello studio delle ordinarie correnti di polarizzazione. Da un lato la relativamente grande lentezza colla quale va scomparendo questa corrente secondaria non permette di compiere delle serie successive di misure in un tempo relativamente breve, dall'altro lato la grande instabilità dei preparati a Selenio (specialmente rispetto alla resistenza) esige un trattamento lungo e paziente onde ottenerne, quando si esperimenti ad intervalli di tempo un po' lunghi, dei risultati, se non uguali da una volta all'altra (cosa quasi mai raggiungibile), almeno paragonabili fra di loro. In secondo luogo molti preparati si differenziano dagli altri, specialmente le cellule ad elettrodi di alluminio, perchè presentano talvolta delle forze elettromotrici proprie particolarmente quando sono illuminate; ho dovuto quindi fra le numerose cellule costruite scegliere e cimentare solo quelle che non presentavano questo inconveniente. Inoltre non si può nelle forze elettromotrici applicate salire al di sopra di un certo valore, variabile da preparato a preparato, se non si vogliono provocare le note variazioni di resistenza sulle quali ho già riferito nelle altre

note precedenti; ogni misura si faceva sempre quindi seguire da una determinazione di resistenza onde sorvegliare il comportamento del preparato.

In questa prima parte del mio studio sulla corrente secondaria dei preparati a Selenio sono sempre partito dal voltaggio applicato minimo di due Volta circa; mi riservo di riferire in seguito su alcune esperienze intese a cercare se sia possibile, con altri dispositivi, studiare la corrente secondaria provocata dall'applicazione di voltaggi inferiori a 2 Volta.

La disposizione sperimentale doveva permettere: 1) di inserire, per un intervallo di tempo variabile da 0",01 in poi a piacere, ma sempre determinabile, il preparato a Selenio in un circuito (primario) contenente una forza elettromottrice nota; 2) di interrompere il circuito primario e di inserire il preparato in un circuito contenente un galvanometro; 3) di inserire, ogni qual volta lo si credesse necessario, il preparato in un ponte di Wheatstone per determinare la resistenza.

Dopo parecchi tentativi, scelsi la disposizione che è rappresentata schematicamente qui sotto (fig. 2):

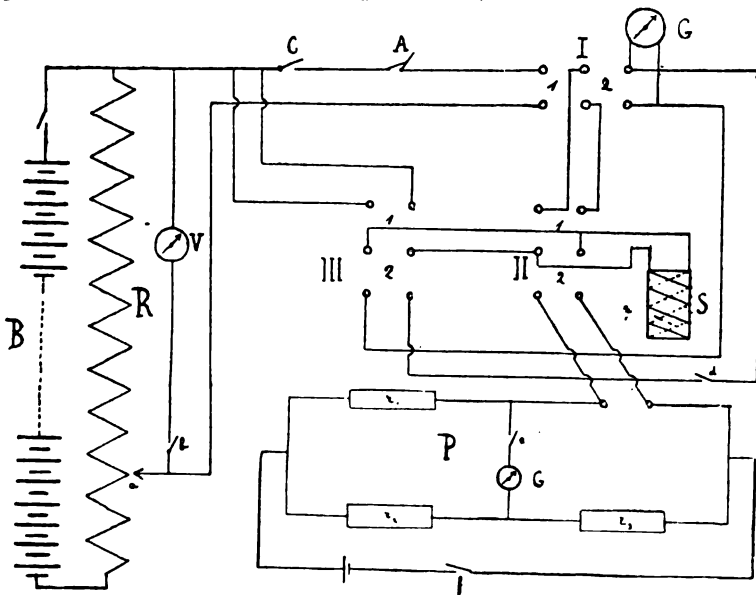


Fig. 2.

B è una batteria di 26 (in qualche caso 50) accumulatori; R una resistenza in filo di ferro sottile di circa 2000 Ohm; V un voltmetro Siemens & Halske a lettura diretta; G un galvanometro Siemens, tipo Depréz-d'Arsonval, con una resistenza di 11,000 Ohm, una durata d'oscillazione dell'equipaggio mobile di 2",4, e una sensibilità di 10^{-9} ampère; S è il preparato a Selenio da studiare; I, II, III, sono tre commutatori a sei pozzetti a mercurio, dei quali I, in condizione di riposo, si trova sempre nella posizione 1; r, r_1, r_2, G' costituiscono un ponte di Wheatstone; C ed A sono due contatti, il primo sempre aperto e il secondo sempre chiuso nella condizione di riposo. I commutatori II e III si manovrano a mano, il commutatore I e i contatti C ed A sono comandati da un pendolo; i contatti a, b, c, d, e, f , consentono infine di interrompere a piacere una parte qualunque del circuito.

Volendo operare con intervalli di tempo sufficientemente lunghi da consentire la manovra a mano, si pone il commutatore II nella posizione 1, il commutatore III parimenti nella posizione 1, con che si applica alla cellula S un voltaggio indicato dal voltmetro V; ponendo poi il commutatore III nella posizione 2, si inserisce la cellula nel circuito del galvanometro G; interrompendo questo e portando il commutatore II nella posizione 2 si può inserire infine la cellula nel ponte di Wheatstone.

Volendo invece servirsi dell'interruttore a pendolo, si pone il commutatore III nella posizione 2, interrompendo in pari tempo l'annesso circuito del galvanometro G, e si pone il commutatore II nella posizione 1; allora successivamente il pendolo toccando il contatto c chiude la corrente primaria sulla cellula, toccando A apre questo circuito, e finalmente toccando il commutatore I lo porta dalla sua posizione ordinaria 1 nella posizione 2 e così inserisce la cellula nel circuito del galvanometro G; la durata della corrente primaria è data dal tempo che il pendolo impiega a percorrere lo spazio CA. Riportando infine il commutatore II nella posizione 2 si può di nuovo inserire la cellula nel ponte di Wheatstone.

Il contatto C è rappresentato schematicamente nel N.° 1 della figura qui appresso: i due estremi del circuito arrivano

sino ad un regoletto metallico girevole attorno ad un perno A , e l'altro a una vite pure metallica V ; il regoletto è tenuto

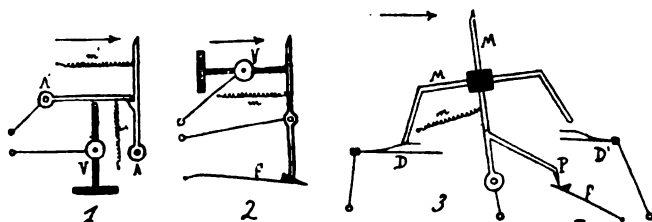


Fig. 3.

discosto dalla punta di V perchè appoggia su un dente praticato in un altro regoletto girevole intorno ad A ; i due regoletti sono rispettivamente tenuti in posto da due molle a spirale m ed m' : il pendolo battendo l'estremo di M , libera M' che tirato in basso da m , viene a toccare V e chiude così permanentemente il circuito.

Il contatto A (vedi N.° 2 della fig. 3) avviene fra la vite V e un regoletto girevole intorno ad un perno ed è mantenuto chiuso dalla spirale m ; il pendolo urtando l'estremo superiore di esso, rompe il contatto e fa incastrare l'estremo inferiore del regoletto in un dente portato da una molla F , di modo che in tal guisa il contatto rimane aperto.

Il N.° 3 della fig. 3 rappresenta schematicamente solo la metà anteriore del commutatore a sei pozzetti I già ricordato: la molla a spirale m obbliga il sistema MM a stare nella posizione indicata nella figura con che è chiuso il contatto fra M e D che corrisponde alla posizione 1 del commutatore I ; il pendolo urtando M lo spinge verso destra e così si apre il primo contatto e si chiude quello fra M e D' , contemporaneamente il dente P va a incastrarsi nel dente portato da una molla F con che il commutatore I rimane nella posizione 2 già ricordata.

Questi tre sistemi sono montati su tre sostegni in ebanite che possono spostarsi lungo un cerchio graduato verticale in modo da poter essere portati a distanze diverse fra di loro. Il pendolo, la cui asta forma il raggio del cerchio suddetto,

è doppio, formato da un'asta d'acciaio che porta il coltello nel suo punto di mezzo; tre pesi d'ottone spostabili lungo l'asta, uno del peso di 5 chilogrammi inferiormente al coltello e due di 1,5 chilogrammi ciascuno superiormente, consentono di far variare la durata d'oscillazione del pendolo. Cambiando la distanza fra i contatti lungo il cerchio graduato e la durata di oscillazione del pendolo si potevano ottenere a volontà delle chiusure del circuito primario con una durata fra 0", 01 e 0", 5. Questo apparecchio venne da me accuratamente campionato col metodo vibrografico di Duhamel.

I preparati di Selenio da me adoperati sono di diversa specie, per tutti adoperai del Selenio purissimo della casa Schuchardt.

Una prima serie di preparati consta di cellule al Selenio della solita forma, costruite su lastrine di lavagna, con elettrodi di filo di rame; queste cellule sono di tre qualità differenti: di prima specie (ad alta resistenza e ad effetto fotoelettrico positivo), di seconda specie (a bassa resistenza e ad effetto fotoelettrico negativo), più alcune, costruite circa quattro anni addietro, che inizialmente ebbero un effetto fotoelettrico positivo debolissimo e man mano poi si ridussero ad effetto fotoelettrico nullo; alle prime si deve aggiungere la cellula costruita dal meccanico Müller-Uri, già ricordata nelle precedenti pubblicazioni.

Una seconda serie comprende cellule della solita costruzione, tutte di dimensioni il più possibilmente eguali, munite di elettrodi rispettivamente di ferro, alluminio, platino e zinco; una terza serie consta di cellule nelle quali la ricottura venne operata senza la presenza di elettrodi, i quali (in rame) vennero applicati (alla distanza di 5 centimetri uno dall'altro) poi poco prima di adoperarle, una di queste venne chiusa in un tubo di vetro che venne vuotato al vuoto Crookes. In tre cellule del tipo ordinario venne durante la prima fusione mescolato al Selenio rispettivamente del Carbone, del Ferro e dello Zinco in polvere minutissima.

Finalmente si usarono ancora due pastiglie che preparai come suggerisce il Marc ¹⁾: fusi del selenio, lo tenni per quattro ore ad una temperatura fra 170° e 190°, lo lasciai quindi raffreddare lentamente, poi, pestatolo in un mortaio di porcellana, lo compressi in una pressa d'acciaio fino ad ottenerne una pastiglia di 10 millimetri di diametro e 4 di spessore; pulitone con cura l'orlo su vetro smerigliato misi la pastiglia in una morsetta di ebanite munendola di due elettrodi formati di lastrina sottilissima di rame.

Riassumendo, i preparati da me studiati sono 35, dei quali 6 cellule ordinarie ad effetto fotoelettrico positivo e che verranno contrassegnate in seguito colle indicazioni: I, III, VIII, IX, X, M. U. (Müller-Uri); 9 cellule normalmente ad effetto fotoelettrico negativo: 3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14 ²⁾; 4 cellule normalmente ad effetto fotoelettrico nullo: α , β , γ , δ ; 8 cellule ordinarie ad elettrodi di vari metalli e precisamente: due ad elettrodi di ferro: F', F''; tre ad elettrodi di alluminio: A', A'', A'''; due ad elettrodi di platino: P' e P'', ed una ad elettrodi di zinco: Z; 3 preparati ricotti senza elettrodi: B, C e V (quest'ultimo chiuso nel tubo a vuoto); 3 preparati con selenio misto a polveri conduttrici: *ferro, zinco, carbone* e finalmente due pastiglie che indicherò rispettivamente colle lettere: D ed E.

Prima di tutto ho voluto determinare l'andamento col tempo della corrente secondaria fornita da qualche preparato, tenendo questo sempre al buio. Queste correnti secondarie corrispondono a diversi voltaggi applicati, però la durata dell'applicazione venne in tutte le esperienze mantenuta costante; essa è di 10'', immediatamente dopo l'interruzione della corrente primaria la cellula viene inserita nel circuito del galvanometro per osservare la corrente di scarica. Scelgo a caso alcuni esempi:

1) R. Marc. Die physikalisch-chemischen Eigenschaften des metallischen Selen. L. Voss. Hamburg 1907.

2) Alcune di queste cellule e precisamente le: M. U. I, III, 3, 4, 5, 7, 9, 11, sono le stesse già adoperate nelle precedenti ricerche.

TABELLA I.

Cellula M. U. Resistenza = 35.100 Ohm.

9 Volta		18 Volta		35 Volta		54 Volta	
7"	$259 \cdot 10^{-9}$	7"	$447 \cdot 10^{-9}$	7"	$595 \cdot 10^{-9}$	7"	$1100 \cdot 10^{-9}$
20	123	20	260	20	425	20	522
30	74	30	172	30	330	50	331
40	54	40	132	40	262	110	170
50	39	50	103	50	216	590	34
80	24	110	44	110	103	830	21
110	15	140	34	170	67	2010	8
140	11	170	27	320	37		
170	9	260	14	680	14		

Nella prima riga è riportato il voltaggio applicato, nelle prime colonne di ogni serie sono riportati i tempi decorsi dall'istante in cui viene interrotta la corrente primaria, e nella seconde colonne le intensità corrispondenti (in 10^{-9} ampère) della corrente secondaria.

L'andamento notevolmente regolare di queste correnti di scarica è reso meglio evidente dal diagramma qui sotto riportato dove sono esposti graficamente i risultati della tabella I:

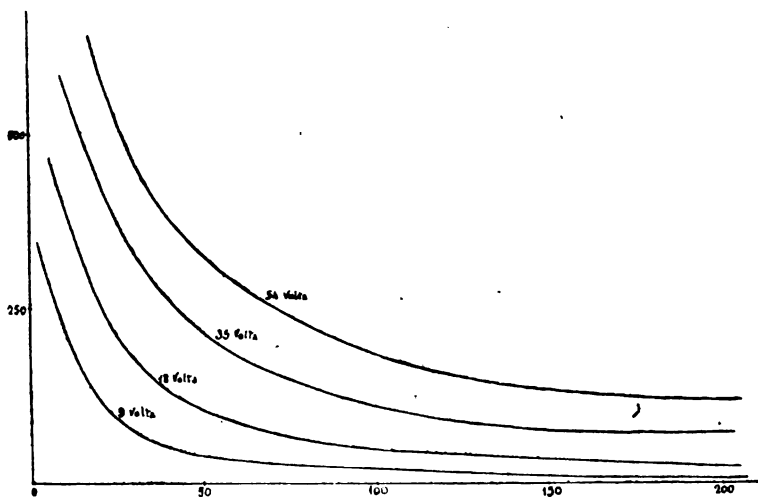


Fig. 4.

TABELLA II.

Cellula I. Resistenza = 7840 Ohm.

7 Volta		14 Volta		27 Volta		37 Volta		49 Volta		55 Volta	
5° 47.10 ⁻⁹	8° 115.5.10 ⁻⁹	20° 115.10 ⁻⁹	20° 155.10 ⁻⁹	35° 170.10 ⁻⁹	35° 201.10 ⁻⁹						
20 28	20 77	35 80	50 91	80 140	50 163						
35 16	35 47	50 60,5	140 42	170 61	80 124						
50 11,5	50 35	80 40	230 28,5	230 48,5	110 101						
65 9	65 27	140 24	290 24	290 40,2	230 60						
80 7,5	80 22	200 17,4	350 21	410 31	290 45,5						
110 5,5	110 16,5	260 13,8	410 19	650 22,5	440 35,5						
	170 11	290 12,5	470 17,5	980 18,2							
	230 8,5	350 10,5	530 16,2	1190 15							

TABELLA III.

Cellula E. Resistenza = 11.000.000 Ohm.

5 Volta		11 Volta		44 Volta	
25°	12.10 ⁻⁹	25°	14,5.10 ⁻⁹	25°	15.10 ⁻⁹
40	9	40	10	40	11
55	6,5	55	8	55	9
70	5,5	70	6,5	70	7,8
85	4,5	85	5	85	6,4
115	3	115	4	115	5

Come si vede da questi tre esempi, il comportamento di ogni cellula è caratterizzato da due elementi: l'intensità iniziale della corrente secondaria e il decrescimento di questa col tempo. Ho tentato con varie formole di rappresentare analiticamente l'andamento di queste correnti di scarica, ma nè le formole di Wiedeburg, nè quelle di Withowski, ricavate per le ordinarie correnti di polarizzazione, poterono ridursi a soddisfare a questi dati numerici. Non si può dunque precisare quantitativamente il comportamento delle diverse cellule e conviene limitarsi a considerazioni d'ordine puramente qualitativo. Intanto risulta dalle numerose serie raccolte che, per

cellule della stessa specie la corrente secondaria iniziale maggiore è data da quelle a resistenza più elevata. Al crescere della forza elettromotrice applicata cresce l'intensità della corrente secondaria, ma non si può sapere fino a che limite perchè, superando certi voltaggi, si provocano nelle cellule le variazioni note di resistenza che mascherano tutto il fenomeno. Noto che la presenza di una corrente secondaria nella pastiglia E di resistenza così elevata, anche per un voltaggio applicato di soli 5 volta, toglie ogni possibilità all'ipotesi che questa corrente secondaria sia dovuta ad una causa termoelettrica ordinaria.

Passiamo ora a studiare l'andamento delle correnti secondarie col tempo, tenendo fisso il voltaggio applicato, ma facendo variare la durata dell'applicazione. Anche qui non sto a riportare tutte le serie ottenute, ma ne cito solo alcune a titolo di esempio. L'inserzione della cellula nel circuito del galvanometro si fa circa 0",1 dopo interrotta la corrente primaria.

TABELLA IV.

Cellula M. U. Resistenza = 35.200 Ohm.

Voltaggio applicato: 44 Volta.

0",8		2"		5"		10"		20"	
8"	172.10 ⁻⁹	15"	160.10 ⁻⁹	10"	360.10 ⁻⁹	8"	457.10 ⁻⁹	25"	340.10 ⁻⁹
10	60	30	63	25	162	20	810	40	243
20	22	45	39	40	95	50	128	70	146
30	15	60	30	55	65	80	79	100	107
40	12	150	15	85	42	110	57	160	68
60	9	180	13	150	26	170	38	220	51
180	6,5	240	11	240	17,5	230	29	580	21
		300	10	300	15	290	24	1480	11
				420	12	380	19	3040	8
				600	10	1620	9		

60"		120"		15'		35'	
30"	393.10^{-9}	20"	560.10^{-9}	30"	700.10^{-9}	45"	790.10^{-9}
45	380	30	478	60	590	60	738
80	230	45	408	150	422	90	658
120	170	60	350	540	210	300	468
180	126	120	238	780	184	670	362
300	80	240	148	2400	79	960	320
1020	25	1200	80,5			1590	262
1880	19,5	1980	18,5			2310	220
1800	16						
3120	11						

I risultati contenuti in questa tabella sono riportati graficamente nel diagramma qui sotto, onde renderne evidente lo andamento generale e la regolarità.

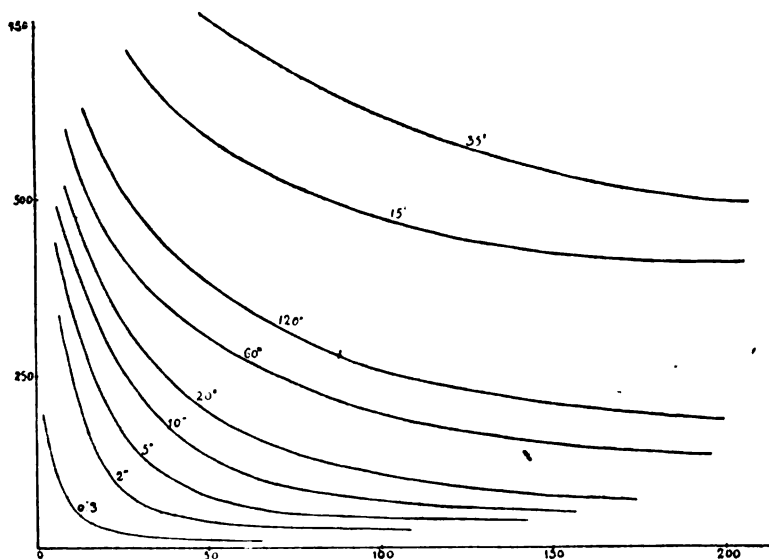


Fig. 5.

TABELLA V.

Cellula I. Resistenza = 7915 Ohm.

Vtaggio applicato = 2 Volta.

5"		10"		15"		30"		60"	
5"	34.10^{-9}	5"	57.10^{-9}	5"	58.10^{-9}	5"	60.10^{-9}	5"	61.10^{-9}
20	15	20	23,5	25	24	30	26	20	44
35	9,5	35	14	45	14,5	45	19	30	35
55	7,4	50	10,5	75	10	60	15,5	45	27
85	6	65	9	105	8,2	90	12	90	17
		80	8	135	7,3	120	9,8	120	14
		125	6,5	165	6,7	150	8,5	180	11

TABELLA VI.

Cellula V, (elettrodi applicati dopo la ricottura e chiusa in tubo a vuoto). Resistenza = 1.680.000 Ohm.

Vtaggio applicato = 48,5 Volta.

10"		20"		60"		5'		30'		75'	
20"	20.10^{-9}	40"	$21,5.10^{-9}$	30"	38.10^{-9}	30"	$74,5.10^{-9}$	30"	90.10^{-9}	30"	91.10^{-9}
50	12,2	70	15,5	1'	24	1'	53	1'	79	1'	75
80	9	100	12,5	2	16,2	2	36,5	5	43	2	62
110	8	160	10	3	13	3	29	6	40	4	50
170	6,2	280	7,5	4	11	6	18,5	8	35	6	44
				5	10	9	14,2	49	15	10	38
						12	12				

L'esempio della tabella V e VI mostra che crescendo la durata dell'applicazione del vtaggio primario si arriva ad un massimo nell'intensità iniziale della corrente secondaria pure continuando a crescere naturalmente la quantità di elettricità che la cellula è capace di restituire durante la scarica.

A questo proposito ho voluto calcolare in alcuni casi la quantità di elettricità che i preparati di selenio sono capaci di restituire dopo essere stati percorsi per un certo tempo da

una corrente primaria di data intensità. Il calcolo venne eseguito graficamente; si tracciarono le curve con gran cura in scala appropriata portando sulle ascisse i tempi e sulle ordinate le corrispondenti intensità della corrente secondaria, e si determinò l'area compresa fra la curva e gli assi coordinati: $\int_0^{\infty} i dt$ con un ordinario planimetro. I risultati ottenuti

sono naturalmente solo approssimativi essendosi dovuta, per l'impossibilità di rappresentare analiticamente l'andamento della corrente secondaria, compiere un'extrapolazione grafica per calcolare l'intensità di questa corrente secondaria all'istante dell'inizio della scarica.

Ecco i risultati ottenuti per alcune cellule: Durata della corrente primaria; 10^{-7} .

1) Cellula M. U. Resistenza = 35.100 Ohm.

Vtaggio applicato	Quantità di elettricità data I	Quantità di elettricità resa II	Rapporto $\frac{I}{II}$
9 Volta	$255 \cdot 10^{-4}$	$89 \cdot 10^{-7}$	$2,8 \cdot 10^3$
18 »	510	230	2,2
36 »	963	558	1,7
54 »	1580	1265	1,2

2) Cellula VIII. Resistenza = 3350 Ohm.

Vtaggio	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
9 Volta	$268 \cdot 10^{-4}$	$864 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^3$
18 »	536	2061	2,6
36 »	1072	4466	2,4
54 »	1608	8040	2,0

3) Cellula A'. Resistenza = 147.000 Ohm.

Vtaggio	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
2 Volta	129.10^{-6}	565.10^{-9}	$2,3.10^3$
10 >	645	3395	1,9
20 >	1290	7850	1,7
30 >	1935	18821	1,4
40 >	2580	18428	1,4
50 >	3225	26875	1,2

4) Cellula A". Resistenza = 366.000 Ohm.

Vtaggio	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
9 Volta	246.10^{-6}	1295.10^{-9}	$1,9.10^3$
18 >	492	3280	1,5
36 >	984	7030	1,4
54 >	1476	11280	1,3

5) Cellula I. Resistenza = 7840 Ohm.

Vtaggio	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
7 Volta	893.10^{-6}	2461.10^{-9}	$3,6.10^3$
14 >	1786	7860	2,3
27 >	3453	15478	2,2
37 >	4733	36880	1,3
49 >	6370	63600	1,0
60 >	7020	62000	1,1

È notevole il diminuire del rapporto fra la quantità di elettricità data alla cellula e quella ottenuta nella scarica, al crescere del vtaggio applicato, il che dimostra che la quantità di elettricità data dalla cellula nella scarica va sempre re-

lativamente crescendo ; per l' inconveniente accennato che impedisce di usare voltaggi elevati non potei determinare a che limite tenderebbe questo rapporto.

Strano è il risultato che si ottiene confrontando i valori del rapporto $\frac{I}{II}$ nel caso che invece di elevare il voltaggio applicato e mantenere costante la durata dell' applicazione, si prolunghi questa mantenendo costante il primo.

Eccone alcuni esempi :

1) Cellula M. U.

Resistenza = 35.200 Ohm. Voltaggio applicato = 44 Volta.

Durata applicazione	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
0",3	37.10^{-5}	57.10^{-7}	$0,7.10^2$
2"	250	804	0,9
5	625	454	1,4
10	1250	560	2,2
20	2500	1180	2,1
60	7500	1673	4,5
120	15000	2055	7,3
15'	1125000	6347	17,7
5'	2625000	17520	15,0

2) Cellula I.

Resistenza = 7915 Ohm. Voltaggio applicato = 2 Volta.

Durata applicazione	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
5"	125.10^{-3}	1987.10^{-9}	$6,3.10^5$
10	250	3293	7,5
15	375	4826	7,3
20	500	3984	12,6
30	750	4658	16,1
60	1500	6817	22,0

3) Cellula V.

Resistenza = 1.680.000 Ohm. Voltaggio applicato = 48,5 Volta.

Durata applicazione	I	II	Rapporto $\frac{I}{II}$
10"	2887.10^{-7}	6587.10^{-9}	$0,44.10^2$
20	5774	9842	0,60
60	17822	12477	1,39
800	86610	82421	2,67
1800	519660	124855	4,16

Come si vede, al crescere della durata dell'applicazione della corrente primaria, il rapporto $\frac{I}{II}$ cresce dimostrando che la cellula va sempre fornendo una quantità relativamente minore di elettricità. Ho cercato invano una ragione di questo modo di comportarsi: forse si deve attribuire ad una graduale trasformazione del selenio sotto l'azione della corrente.

Il Bildwell ¹⁾ parlando della conducibilità elettrica del selenio, ch'egli afferma senz'altro elettrolitica, osserva che l'esistenza di una corrente secondaria può essere riguardata come una prova dell'esistenza di un fenomeno di elettrolisi e ciò porta in appoggio alla sua teoria secondo la quale la conducibilità elettrica del selenio sarebbe dovuta alla formazione di seleniuri agli elettrodi; anzi alla graduale formazione di questi seleniuri agli elettrodi egli fa anche rimontare la graduale diminuzione di resistenza che col tempo subiscono la maggior parte dei preparati a selenio. Ora a me è occorso di constatare che una cellula, a cui gli elettrodi si applicavano per semplice pressione solo al momento delle misure, diminuì di resistenza col tempo come le altre ad elettrodi fissati nel selenio durante la fusione, in un anno infatti scese da una resistenza iniziale di 18.000.000 di ohm ad una di appena 2.000.000 di ohm.

1) Loco citato.

Studiando una cellula alla quale gli elettrodi erano stati applicati dopo la ricottura, ho potuto osservare che, a parità di valore e di durata del voltaggio applicato, dava sempre una corrente secondaria dello stesso ordine anche se, dopo un po' di giorni di esperienze, si toglievano gli elettrodi, si raschiava il selenio sottostante e si sostituivano elettrodi nuovi.

Nota ancora che la primitiva idea del Bildwell che la conducibilità elettrica del selenio sia quasi esclusivamente da attribuirsi ai seleniuri cade di fronte alle recenti esperienze del Marc ¹⁾, dalle quali viene dimostrato che il selenio più puro che si possa ottenere col più penoso trattamento chimico (i preparati del Marc contenevano la sola impurità del 0,01 % di anidride silicica) con elettrodi non fissati nel selenio fuso, conduce ancora l'elettricità.

Per esaminare ora quale relazione passi fra il voltaggio applicato e l'intensità iniziale della corrente secondaria di cui ci occupiamo, per durate brevi di applicazione, mi sono servito dell'interruttore a pendolo già descritto.

In tutte le serie di misure che riporterò qui appresso la corrente primaria veniva chiusa per 0", 05 e dopo 0", 02 dall'interruzione di essa, la cellula veniva inserita nel circuito del galvanometro. Nelle tabelle che seguono vengono riportate le deviazioni impulsive dell'equipaggio del galvanometro (in divisioni della scala) in corrispondenza del voltaggio applicato.

Vediamo alcuni esempi scelti fra le serie fornite da cellule di costruzione diversa o di costruzione identica, ma munite di elettrodi di metalli diversi:

1) Loco citato.

Volta	Cellula F'			Cellula α			Cellula F'			Cellula M. U.		
	$r = 170.000 \text{ Ohm}$			$r = 550.000 \text{ Ohm}$			$r = 210.000 \text{ Ohm}$			$r = 35.000 \text{ Ohm}$		
	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$
5,8	72	77	- 5	6	5,2	+ 0,8	114	112,4	+ 1,6	17	15,9	+ 1,1
10,6	162	155	+ 7	11,6	10,5	+ 0,5	229	224,7	+ 4,6	31	31,8	+ 0,8
16	236	238	+ 8	16	15,8	+ 0,2	340	339,2	+ 0,8	48,5	48	+ 0,5
21,8	317	311	+ 6	21,5	21,1	+ 0,4	450	451,6	- 1,6	64	63,9	+ 0,1
26,7	384	380	- 6	26,5	26,4	+ 0,1	565	566	- 1,0	75	78	- 3
32,2	467	470	- 3	32	31,9	+ 0,1	684	682,6	+ 1,4	93,5	96,6	- 3,1
37,7	553	550	+ 3	36,5	37,3	- 0,8	793	799,2	+ 6,2	116	113,1	+ 2,9
43,2	634	630	+ 4	43	42,8	+ 0,2				127	129,6	+ 2,6
48,5	708	708	- 5	48	48	0				146	145,5	+ 0,5

Volta	Cellula Z			Cellula V			Cellula A''		
	$r = 1.000.000 \text{ Ohm}$			$r = 1.680.000 \text{ Ohm}$			$r = 866.000 \text{ Ohm}$		
	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$
5,8	102	100,6	+ 1,4	0	1,2	- 1,2	17	14,8	+ 2,2
10,6	207	201,3	+ 6,7				31	29,7	+ 1,3
16	304	303,8	+ 0,2				45	44,8	+ 0,2
21,8	402	404,5	- 2,5	4	4,9	- 0,9	58,5	59,6	- 1,1
26,7	514	507	+ 7				74	74,8	- 0,8
32,2	617	611,5	+ 5,5	7	7,4	- 0,4	89	90,2	- 1,2
37,7				10	9,9	+ 0,1	106	105,6	+ 0,4
43,2				11,5	11,2	+ 0,3	123	121	+ 2
48,5	816	820,4	- 3,6				133	135,8	- 2,8

Se si esaminano i risultati delle osservazioni si trova che la relazione fra il voltaggio applicato e la deviazione impulsiva del galvanometro è di semplice proporzionalità; di modo che chiamando con V il voltaggio applicato e con K una costante si può scrivere:

$$\delta = K \cdot V;$$

nella seconda colonna di ciascuna serie sono infatti riportati i valori calcolati con questa formola, cioè rispettivamente:

Cellula F': $\delta = 14,6 \cdot V$,

Cellula a: $\delta = 0,99 \cdot V$,

Cellula F': $\delta = 21,2 \cdot V$,

Cellula M U: $\delta = 3,0 \cdot V$,

Cellula Z: $\delta = 18,99 \cdot V$,

Cellula V: $\delta = 0,23 \cdot V$,

Cellula A': $\delta = 2,3 \cdot V$;

e nell'ultima colonna sono riportate le differenze fra i valori osservati e i valori calcolati di δ .

Si rileva subito come i preparati che danno una corrente secondaria più rilevante sono quelli muniti di elettrodi di ferro e di zinco.

Ogni cellula si distingue dalle altre per il suo fattore K di proporzionalità che le è caratteristico, ma in ogni cellula questo fattore dipende dalla sua resistenza attuale. Non appena per una ragione qualunque, questa resistenza viene a cambiare, cambia anche il fattore di proporzionalità e, cosa molto rimarchevole, cresce, al crescere di quella. Consideriamo, per esempio, la cellula $M U$: come abbiamo visto, l'andamento di δ al crescere di V è, per questa cellula, abbastanza bene rappresentato dalla formola:

$$\delta = 3 \cdot V;$$

ebbene, se noi applichiamo agli elettrodi di questo preparato una differenza di potenziale alternata di 100 volta per alcuni secondi, la sua resistenza, inizialmente di 35.500 ohm, diventa

di 105.000 ohm ; corrispondentemente ecco i numeri che si ottengono:

Volta	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss} - \delta_{calc}$
1,2	5	7,7	- 2,7
5,3	33	33,9	- 0,9
10,6	65	67,8	- 2,8
16	99	102,4	- 3,4
21,3	138	136,3	+ 1,7
26,7	170	170,9	- 0,9
32,2	207	206,1	+ 0,9
37,7	237	241,3	- 4,3
43,2	282	276,5	+ 5,5
48,5	314	310,4	+ 3,6

dove i valori calcolati di δ sono ricavati dalla formula :

$$\delta = 6,4 \cdot V ;$$

mentre dunque la resistenza è passata da 35.500 a 105.000 ohm, il fattore K è salito dal valore 3 al valore 6,4.

Ancora meglio si osserva questo fenomeno quando si cimentino le cellule ad un voltaggio successivamente crescente in modo da raggiungere quel valore critico di esso ¹⁾ pel quale la resistenza della cellula cominci a subire un accrescimento.

Prendiamo, per esempio, le due cellule P^e e δ le quali hanno un voltaggio critico molto basso e consideriamo l'andamento della deviazione impulsiva δ al crescere del voltaggio applicato, otterremo la tabella qui sotto riportata, ove nella prima colonna di ciascuna serie è riportata la resistenza delle cellule stesse in ohm :

1) Pochettino e Trabacchi. Loco citato.

Volta	Cellula P'				Cellula δ			
	Resistenza	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	Resistenza	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss} - \delta_{calc}$
1,2	355	0	0,5	-0,5	2260	0	0,3	-0,3
5,3	357	2	2,1	-0,1	2275	1	1,5	-0,5
10,6	357	4	4,2	-0,2	2280	3	3	0
16	351	5,5	6,4	-0,9	3260	5	4,4	+0,6
21,3	357	8	8,5	-0,5	3260	11,5	10,1	+1,4
26,7	357	11	10,7	+0,3	3250	16,5	16	+0,5
32,2	359	14	12,9	+1,1	3255	21,5	22	-0,5
37,7	360	23	22,6	+0,4	3260	26,5	28	-1,5
43,2	585	35	35,4	-0,4	3260	36	34	+2
48,5	600	48	47,7	+0,3	3260	40	39,8	+0,2
	595				3260			

Come si vede la cellula P' dopo essere stata cimentata a 37,7 volta ha subito un aumento di resistenza di più di 200 ohm e la cellula δ dopo essere stata sottoposta a 10,6 volta ha subito un aumento di resistenza di circa 1000 ohm, ebbene i valori calcolati di δ vennero ricavati per la cellula P' dalla formola :

$$\delta = 0,4 \cdot V$$

fino a 32,2 volta, e poi dalla formola :

$$\delta = 2,33 (V - 28);$$

e per la cellula δ dalla formola :

$$\delta = 0,28 \cdot V$$

fino a 10,6 volta, e poi dalla formola :

$$\delta = 1,09 (V - 12).$$

Per rendere più evidente la cosa riporto qui accanto un diagramma che rappresenta l'andamento del fenomeno ; sulle ascisse sono riportati i

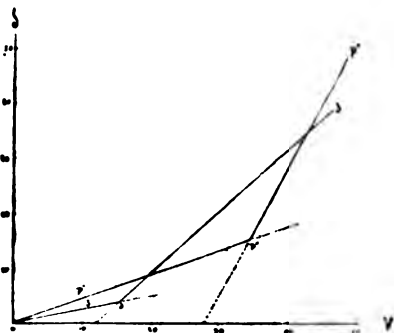


Fig. 6.

voltaggi applicati e sulle ordinate le deviazioni impulsive osservate.

Se alla cellula δ si applicano, per 5",50 volta di corrente alternante allora la sua resistenza sale da 3260 ohm a 13.200 ohm e i valori di δ possono calcolarsi con grande approssimazione dalla formola :

$$\delta = 1,5. V,$$

con che si vede che anche in questo caso al crescere della resistenza cresce il rapporto fra la deviazione impulsiva δ e il voltaggio primario applicato V .

Notevole è infine il comportamento a questo riguardo delle cellule di seconda specie ; come ebbi occasione di far rilevare altrove ¹⁾ i caratteri distintivi di queste cellule sono : una resistenza elettrica molto bassa e un effetto fotoelettrico piccolo e negativo. Inoltre sebbene anch'esse al crescere del voltaggio con cui si opera nelle misure di resistenza, diminuiscano di resistenza come quelle di prima specie, questa diminuzione è molto piccola e tanto minore quanto minore è la resistenza; anzi quando questa è bassissima, questa diminuzione si presenta in misura appena percettibile. Sembra quindi che il selenio in questo stato speciale si allontani dal comportamento strano quasi elettrolitico che lo caratterizza quando è ad elevata resistenza e ad effetto fotoelettrico positivo.

Ebbene qualche cosa di analogo avviene anche per la corrente secondaria almeno nel caso di durate brevi della corrente primaria. Riferisco qui alcuni esempi scelti fra le numerose serie compiute: esaminiamo il comportamento delle cellule 3, 4, 7, 11, 12, 14, tutte di seconda specie e tutte a bassa resistenza. Il modo di operare coll' interruttore a pendolo è esattamente lo stesso precedentemente descritto.

La cellula 3 era scesa ad una resistenza di 18 ohm circa, in tali condizioni, cimentata con un voltaggio crescente fino a 48,5 volta *non diede assolutamente traccia di corrente secondaria*. Sottoposta al trattamento di una corrente alternante a 50 volta, crebbe di resistenza fino a 3470 ohm, e diede allora la serie seguente :

1) Pochettino e Trabacchi. Loco citato.

Voltaggio applicato	5,3	10,6	21,3	32,2	43,2	48,5
δ_{oss}	5,5	11	20	28	41	46
δ_{calc}	5,0	10,1	20,2	30,6	41,0	46,1
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	+0,5	+0,9	-0,8	-1,4	0	-0,1

i valori calcolati di δ essendo dedotti dalla relazione :

$$\delta = 0,95. V.$$

Sottoposta all'azione di una corrente alternante a 100 Volta la cellula crebbe ancora di resistenza raggiungendo i 32.500 ohm ; la serie ottenuta in queste condizioni è la seguente :

Volt. applicato	1,2	5,3	10,6	16	21,3	26,7	32,2	37,7	43,2	48,5
δ_{oss}	1,5	6	12	17	23	28	34	41	47	52
δ_{calc}	1,3	5,7	11,3	17,1	22,8	28,6	34,5	40,3	46,2	51,9
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	+0,2	+0,3	+0,7	-0,1	+0,2	-0,6	-0,5	+0,7	+0,8	+0,1

i valori calcolati di δ vennero dedotti dalla formula :

$$\delta = 1,07. V.$$

Finalmente la cellula venne lasciata a sè stessa per alcuni giorni ; man mano, come venne altrove esposto, la resistenza ritornò ad abbassarsi spontaneamente ; ebbene, quando la cellula ebbe una resistenza di 2090 ohm, i risultati che essa diede potevano essere benissimo rappresentati dalla relazione :

$$\delta = 0,93. V,$$

più tardi ancora, quando la resistenza scese a 1460 ohm, la formola corrispondente diventò :

$$\delta = 0,4 V ;$$

dunque a valori più grandi della resistenza corrispondono valori più grandi del coefficiente K, sempre essendo la cellula però ridotta a prima specie ; quando essa raggiunge il suo stato definitivo di seconda specie, allora il coefficiente K diventa nullo, cioè la cellula non dà più, in queste condizioni di esperienza, traccia di corrente secondaria.

Consideriamo la cellula 7 dove noi vedremo queste particolarità ancora più accentuate: la resistenza definitiva di questa cellula è di 6,8 ohm. In queste condizioni, usando l'interruttore a pendolo, non si potè da essa ottenere corrente secondaria di sorta; la sua resistenza crebbe però fino a 6100 ohm dopo che attraverso essa si fece passare una corrente alternata a 50 volta; in queste nuove condizioni si ottenne con essa la serie seguente:

Volt. applicato	1,2	5,3	10,6	16	21,3	26,7	32,2	37,7	43,2	48,5
δ_{oss}	2	7,8	16	24	32	41,5	48	57	64	73
δ_{calc}	1,8	8	15,9	24	31,9	40,1	48,3	56,6	64,8	72,8
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	+0,2	-0,2	+0,1	0	+0,1	+1,4	-0,3	+0,4	-0,8	+0,2

essendo i valori di δ_{calc} desunti dalla formola:

$$\delta = 1,5. V.$$

Dopo tre giorni circa la resistenza di questa cellula era scesa a 3480 ohm e allora si ottenne quest'altra serie:

Volt. applicato	1,2	5,3	10,6	16	21,3	26,7	32,2	37,7	43,2	48,5
δ_{oss}	1	4,5	11	16	22	30	35	41	44	52
δ_{calc}	1,3	5,6	10,6	17	22,6	28,3	34,1	40	45,8	51,4
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	-0,3	-1,1	+0,4	-1,0	-0,6	+1,7	+0,9	+1,0	-1,8	+0,6

essendo i valori di δ_{calc} dedotti dalla formola:

$$\delta = 1,06. V;$$

pochi giorni appresso la resistenza della cellula scese ancora a 121 ohm e la corrente secondaria sparì del tutto.

Riporto ancora qui, a titolo di esempio, il comportamento delle rimanenti cellule di seconda specie, limitandomi a riferire le formole che rappresentano l'andamento di δ al crescere di V, avvertendo che per tutte, V venne fatto variare da 1,2 fino a 48,5 Volta.

Cellula n. 12. Resistenza: 150 ohm, corrente secondaria nulla. Applicati 100 volta di corrente alternante, resistenza: 4.900.000 ohm:

$$\delta = 2,4. V.$$

Cellula n. 14. Resistenza : 1130 ohm ; corrente secondaria appena percettibile. Applicati 100 volta di corrente alternante, resistenza : 1.800.000 ohm :

$$\delta = 3,9. \text{ V.}$$

Cellula n. 11. Resistenza : 15,5 ohm ; corrente secondaria nulla. Applicati 100 volta di corrente alternante, resistenza : 5500 ohm :

$$\delta = 6,6. \text{ V.}$$

Cellula n. 4. Resistenza : 45 ohm ; corrente secondaria nulla ; applicati 50 volta di corrente alternante, resistenza : 23800 ohm :

$$\delta = 2,8. \text{ V ;}$$

applicati 100 volta di corrente alternante, resistenza : 100.000 ohm :

$$\delta = 3,8 \text{ V.}$$

Anche per queste cellule dunque, come già venne notato per le altre, crescendo la resistenza, aumenta l'importanza della corrente secondaria ; potremo dunque concludere che man mano che la resistenza delle cellule al selenio, siano esse di prima o di seconda specie, ma più specialmente quest' ultime, va diminuendo, sempre più e più il loro comportamento va perdendo quelle caratteristiche che lo fanno assomigliare al comportamento elettrolitico.

Un'analogia serie di ricerche venne da me istituita per determinare l'influenza della durata della corrente primaria sull'intensità iniziale della corrente secondaria. A questo scopo venne ancora usato l'interruttore a pendolo : il contatto A e il commentatore I (vedi lo schema della disposizione sperimentale) vennero disposti di volta in volta in guisa che l'intervallo di tempo fra l'apertura della corrente primaria e l'inserimento della cellula nel circuito del galvanometro fosse costantemente di 0",02 per tutte le esperienze.

Il voltaggio applicato fu sempre di 5,3 volta.

Riferisco qui alcuni dei risultati ottenuti :

Durezza della corrente primaria	Cellula F'			Cellula A'			Cellula Z.			Cellula V		
	resistenza = 285.000 Ohm			resistenza 170.000 Ohm			resistenza = 1.000.000 Ohm			resistenza = 1.650.000 Ohm		
	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss}-\delta_{calc}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss}-\delta_{calc}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss}-\delta_{calc}$	δ_{oss}	δ_{calc}	$\delta_{oss}-\delta_{calc}$
0',02	100	101,5	- 1,5	41	40,6	+ 0,5	84	84,8	- 0,8			
0,04	141	144	- 3,0									
0,05	166	161,3	+ 4,7									
0,06	179	176,4	+ 2,6	72	70,6	+ 1,4	104	103,9	+ 0,1			
0,07	193	190,1	+ 2,9				112	111,9	+ 0,1			
0,08	206	203,8	+ 2,2				121	120	+ 1,0			
0,09	219	216,1	+ 2,9	87	86,4	+ 0,6				1,5	1,4	+ 0,1
0,10	229	227,6	+ 1,4				137	134	+ 3,0			
0,12	248	249,2	- 1,2	99	99,6	- 0,6	145	146,7	- 1,7			
0,13	259	259,2	- 0,2									
0,18	308	305,4	+ 2,6	125	122,1	+ 2,9	180	179,8	+ 0,2			
0,25	361	360,1	+ 0,9	145	144	+ 1,0	211	212	- 1,0	2,5	2,4	+ 0,1
0,30	395	394,7	+ 0,3				235	232,4	+ 2,6			
0,45	488	483,8	- 0,3	192	193,2	- 1,2	290	286,2	+ 3,8	8	8,2	- 0,2

L'andamento di δ al crescere della durata t della corrente primaria, è con sufficiente approssimazione rappresentato dalla formola :

$$\delta = H \cdot \sqrt{t},$$

essendo H una costante, t espresso in secondi e δ espresso in divisioni della scala.

Con questa relazione appunto vennero ricavati i valori di δ_{calc} che sono riportati nella precedente tabella e precisamente :

per la cellula F' colla formola : $\delta = 720,2 \sqrt{t}$,

» A' » » : $\delta = 288 \sqrt{t}$,

» Z » » : $\delta = 424 \sqrt{t}$,

» V » » : $\delta = 4,8 \sqrt{t}$.

Consideriamo ora una cellula di prima specie, nella quale si provochi un aumento di resistenza coll'applicazione di una corrente alternante di voltaggio opportuno ; prendiamo la cellula $M.U.$, la cui resistenza è ora di 34.800 ohm; in queste condizioni essa ci fornisce la serie seguente :

Durata della corrente primaria	0",02	0,06	0,08	0,09	0,12	0,18	0,25	0,30	0,45
δ_{oss}	12	16	18	20	22	28	32	36	44
δ_{calc}	12,9	15,8	18,2	19,3	22,2	27,3	32,2	35,2	43,1
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	-0,9	+0,2	-0,2	+0,7	-0,2	+0,7	-0,2	+0,8	+0,9

essendo le δ_{calc} ricavate dalla formola :

$$\delta = 64,3 \cdot \sqrt{t}.$$

Sottoposta al trattamento solito con una corrente alternata a 100 volta, la resistenza salì a 90.000 ohm. e la serie ora ottenuta è invece :

Durata della corrente primaria	0",02	0,06	0,08	0,09	0,12	0,18	0,25	0,30	0,45
δ_{oss}	27	34	38	41	46,5	57	69	75,5	91
δ_{calc}	27	38,1	38,2	40,5	46,7	57,2	67,5	74	90,6
$\delta_{oss} - \delta_{calc}$	0	+0,2	-0,2	+0,5	-0,2	-0,2	+1,5	+1,5	+0,4

essendo le δ_{calc} dedotte dalla :

$$\delta = 135. \sqrt{t}.$$

Anche ora, dunque, come nelle osservazioni precedenti, si rileva che al crescere della resistenza aumenta il valore della costante H, cioè aumenta l'intensità della corrente secondaria.

Passiamo infine a considerare un esempio di cellule di seconda specie. Esaminiamo per esempio la cellula 3. La sua resistenza definitiva è di 18 ohm, e in tali condizioni essa non dà traccia di corrente secondaria; sotto l'azione di una corrente alternata a 50 volta, la resistenza sale a 3470 ohm e allora si ha la serie seguente :

Durata della corrente primaria	0",09	0,25	0,30	0,45
δ_{oss}	2	5	5,5	6
δ_{calc}	2,6	4,8	4,7	5,7
$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	-0,6	+0,7	+0,08	+0,3

essendo le δ_{calc} dedotte dalla formula :

$$\delta = 8,5. \sqrt{t}.$$

Sotto l'azione di una corrente alternata a 100 volta, la resistenza sale ancora e raggiunge i 32.500 ohm, allora si ha la serie seguente :

Durata della corrente primaria	0",04	0,09	0,12	0,18	0,25	0,30	0,45
δ_{oss}	4	5,5	6	8,3	9	10	12
δ_{calc}	3,6	5,3	6,2	7,5	8,9	9,8	11,9
$\delta_{\text{oss}} - \delta_{\text{calc}}$	-0,4	+0,2	-0,2	+0,8	+0,1	+0,2	+0,1

essendo le δ_{calc} dedotte dalla :

$$\delta = 17,8. \sqrt{t}.$$

Noi ritroviamo così qui riconfermati i risultati ottenuti nelle precedenti esperienze.

In tutte le esperienze precedentemente descritte le cellule vennero costantemente tenute al buio. Consideriamo ora l'in-

fluenza che la luce esercita sulla formazione e sullo sviluppo della corrente secondaria data dai preparati a selenio: ricordiamo ancora una volta che i preparati studiati possono dividersi in tre categorie: Cellule di prima specie a resistenza relativamente elevata e ad effetto fotoelettrico positivo; cellule di seconda specie a resistenza relativamente bassa e ad effetto fotoelettrico negativo; infine cellule ad effetto fotoelettrico nullo o positivo debolissimo quasi trascurabile. Notiamo però che i preparati appartenenti a queste due ultime categorie possono ridursi ad avere alta resistenza ed un effetto fotoelettrico positivo mediante un conveniente trattamento con una corrente alternata di opportuno voltaggio.

L'influenza della luce sulla corrente secondaria presentata dai preparati a Selenio si può estrinsecare in due modi: o sull'intensità iniziale della corrente secondaria, o sul decremento col tempo di detta corrente. Non essendomi stato possibile giungere a rappresentare analiticamente l'andamento col tempo di questa corrente secondaria, ho dovuto disporre le esperienze in modo che sebbene dai risultati da esse ricavati non si possano trarre delle conclusioni nettamente quantitative, si possa almeno inferirne qualche nozione sufficientemente concreta.

Il primo gruppo di esperienze venne eseguito coll'interuttore a pendolo già descritto; questo era disposto in modo che la chiusura della corrente primaria durasse costantemente $0^{\circ},06$ per tutte le esperienze e l'intervallo di tempo fra l'interruzione della corrente primaria e l'inserimento della cellula nel circuito del galvanometro fosse pure costantemente di $0^{\circ},02$. L'illuminazione della cellula avveniva normalmente alla sua superficie per mezzo di una lampadina Nernst a 100 volta, posta alla distanza di 30 centimetri dallo strato sensibile di selenio; onde impedire un riscaldamento della cellula che ne avrebbe fra l'altro alterata la resistenza, fra la cellula e il filamento incandescente della lampadina era interposta una bacinella di vetro contenente tanta acqua da formarne uno spessore di circa 6 centimetri.

Ecco una tabella contenente alcuni esempi dei risultati ottenuti in queste condizioni: le δ rappresentano le deviazioni

impulsive dell'equipaggio galvanometrico espresse in divisioni della scala :

Cellula	Resistenza al buio Ohm	Resistenza alla luce Ohm	δ al buio	δ alla luce	Voltaggio applicato Volta	Note
M. U.	36.400	14.800	81	19	10,5	
"	"	"	64	40	21,2	
"	"	"	127	81,5	42,6	
"	"	"	172,5	121	64,5	
"	86.400	84.400	135,7	87	21,2	Sottoposta all' azione dei 100 Volta —.
A'	866.000	224.000	29	23	10,5	Elettrodi di alluminio.
A'	147.000	100.000	182	163	34	" " "
VIII	1110	1070	6	5	10,5	
"	"	"	12	11	21	
"	3350	3070	8,5	4,5	21	Sottoposta all' azione dei 100 Volta —.
"	"	"	17,5	14,5	45	
"	"	"	30	23	98	
V	1.680.000	1.300.000	18	15	90	Elettrodi applicati dopo la ricottura; conserva- ta in un tubo a vuoto.
P'	355	345	9,5	9,3	21,2	Elettrodi di Platino.
B	480.000	450.000	3,4	2,9	2,5	Elettrodi applicati dopo la ricottura.
Ferro	63.000	61.900	14,5	11,7	10,5	Al Selenio è mescolata della polvere di Ferro.
β	1670	1670	62	63	10,5	
"	31.400	29.100	122	119	10,5	Sottoposta all' azione dei 100 Volta —.
14	1110	1130	0	0	10,5	
"	"	"	0	0	21,2	
"	14.800	18.300	63	62	21,2	Sottoposta all' azione dei 50 Volta —.
"	1.833.000	1.123.000	84	80	21,2	Sottoposta all' azione dei 100 Volta —.
9	5,1	5,0	0	0	21,2	
"	7290	7080	3	2	21,2	Sottoposta all' azione dei 50 Volta —.
"	32.000	21.560	6,5	5,5	21,2	Sottoposta all' azione dei 100 Volta —.

In questo quadro noi vediamo in primo luogo riconfermati molti dei fatti precedentemente osservati quali: l'aumento dell'intensità iniziale della corrente secondaria a parità di voltaggio applicato, quando mediante una corrente alternante si provochi un aumento di resistenza nella cellula; la mancanza della corrente secondaria in quelle cellule il cui comportamento

ha meno punti di contatto col comportamento elettrolitico, cioè nelle cellule di seconda specie quando si trovano a resistenza bassa e hanno effetto fotoelettrico negativo; ecc. ecc. Ma noi possiamo rilevare ancora una netta influenza dell'illuminazione sulla corrente secondaria: se noi esaminiamo le deviazioni impulsive dell'equipaggio galvanometrico troviamo che esse sono sempre maggiori quando la cellula è conservata al buio che non quando essa è esposta alla luce. Potremo quindi essere indotti a inferirne o che l'intensità iniziale della corrente secondaria è minore quando la cellula è illuminata, oppure, che in tali condizioni, qualunque sia l'intensità iniziale di questa corrente, la velocità, con cui essa diminuisce col tempo, è maggiore alla luce che non al buio.

Per risolvere la questione ho provato a paragonare il comportamento dei preparati studiati quando sono esposti alla luce col comportamento quando sono conservati al buio, variando gradatamente la durata della corrente primaria.

Orbene se si fa crescere la durata della corrente primaria si osserva che man mano la differenza fra le deviazioni impulsive al galvanometro va diminuendo sino a che, per una durata della corrente primaria diversa da cellula a cellula, ma sempre inferiore ai due secondi, la differenza cambia di segno. Ecco per esempio la serie che rappresenta il comportamento della cellula M. U.

Cellula M. U. Resistenza al buio = 36400 ohm. Resistenza alla luce = 14800 Ohm.

Voltaggio applicato = 10,5 volta.

Durata corrente primaria	0,06	0,3	0,8	1,2	1,5
δ al buio	31	69	113	140	160
δ alla luce	19	58	108	141	162

Talchè, se si adoperano delle durate di corrente primaria un po' rilevanti, si ottiene alla luce una deviazione impulsiva maggiore.

Se però alla luce si ha, per durate relativamente grandi della corrente primaria, una corrente secondaria inizialmente

maggiore, questa corrente secondaria decresce più rapidamente che non quando tutto il processo si compie al buio; ciò può rilevarsi dalle tabelle che seguono. Noto che, in tutte queste esperienze, la durata della corrente primaria fu di 10", e che l'inserzione della cellula nel circuito del galvanometro avvenne sempre 5" dopo l'interruzione della corrente primaria.

Nella prima colonna di ciascuna serie sono riportati i tempi in minuti primi nei quali si fa la lettura dell'intensità I della corrente secondaria, contati a partire dall'istante della interruzione della corrente primaria.

Comincio col riportare i numeri relativi alla cellula M. U. la quale venne cimentata in stadi diversi di resistenza ottenuti con cicli di riscaldamenti e raffreddamenti successivi¹⁾:

1) Pochettino e Trabacchi. N. Cimento (4). 13 aprile 1907.

Resistenza	{ buio luce		24.500 Ohm		29.900 Ohm		36.800 Ohm		42.800 Ohm		47.800 Ohm	
			17.800 "		20.400 "		24.100 "		28.600 "		29.700 "	
Votag. applicato			32,2 Volta		32,2 Volta		21,3 Volta		21,3 Volta		32,2 Volta	
Tempo	I scuro		I luce		I scuro		I luce		I scuro		I luce	
1'	67.10 ⁻⁹		72.10 ⁻⁹		85.10 ⁻⁹		88.10 "		94.10 ⁻⁹		97.10 ⁻⁹	
2'	33,5		36		47,5		46		46,5		47	
3'	24		23,5		34,5		81		32,5		29	
4'	18,5		17		27,5		23		25,2		21	
5'	11,5		12,5		22,5		18		20,5		15,6	
6'	10,5		7,8		19		13				12	
7'	10		5,5		17,2		11				9	
8'	9		3,5		15,5		9					
9	7,5		2,8		14,2		7,5					
10'	6,5		1,5		12,5		6		10,2		3,3	

Notiamo subito che in principio, a parità di distanza dall'istante in cui si interrompe la corrente primaria, è maggiore l'intensità della corrente secondaria quando la cellula è illuminata, poi man mano la differenza diminuisce finchè s'inverte e dopo circa 10' la corrente secondaria, quando la cellula è illuminata, è minore che non quando è conservata al buio; ne dovremo dunque concludere che la rapidità di diminuzione di questa corrente è maggiore alla luce che non al buio.

Riporto ancora qui, a titolo di esempio, i risultati ottenuti con altre cellule di prima specie:

Cellula	C		V		B		P		P ¹⁾		P ²⁾	
Resist. $\begin{cases} \text{buio} \\ \text{luce} \end{cases}$	2.153.400 Ohm 2.037.000 "		1.680.000 Ohm 1.800.000 "		480.000 Ohm 450.000 "		4020 Ohm 8090 "		46.600 Ohm 44.000 "		370.000 Ohm 310.000 "	
Vtaggio applicato	21 Volta		105 Volta		48,5 Volta		10,6 Volta		10,6 Volta		10,6 Volta	
Tempo	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce
1'	20.10 ⁻⁹ 21.10 ⁻⁹		16.10 ⁻⁹ 19.10 ⁻⁹		20.10 ⁻⁹ 22.10 ⁻⁹		273.10 ⁻⁹ 275.10 ⁻⁹		59.10 ⁻⁹ 61.10 ⁻⁹		76,5.10 ⁻⁹ 79,5.10 ⁻⁹	
2'	8,5 9		12,5 10,2		16 15		96 97		20,5 20		28,5 28	
3'	5 4,5		10,5 8,2		18 12		57 58		11 10,5		16 15	
4'			9,5 7,2		11,5 9,5		40 41		6,5 6		10,8 9,5	
5'			9 6,8		10 8		31 31,5		4,8 3,7		7,2 6	
6'			8,7 6,2		25 25		2,9 2,1		5,2 3,8			

1) Dopo un trattamento con 50 Volta di corrente alternata.

2) " " " 110 " "

Dall'esame dei risultati raccolti in questa tabella appaiono confermati i risultati ottenuti colla cellula M. U. Ancora una volta poi appaiono confermati alcuni risultati precedentemente rimarcati: per esempio che la cellula ad elettrodi di ferro (F') dà, a parità di condizioni, una corrente secondaria più intensa; che una stessa cellula dà una corrente secondaria maggiore quanto maggiore è la sua resistenza al momento delle misure (X e P'); che nelle cellule a bassa resistenza (X prima del trattamento colla corrente alternante) la differenza di comportamento fra buio e luce è meno marcata, e quasi nulla in quelle che hanno effetto fotoelettrico quasi nullo (F, carbone).

Fin qui abbiamo considerato delle cellule di prima specie, passiamo ora ad esaminare il comportamento in queste condizioni delle cellule di seconda specie: In generale queste cellule *non danno corrente secondaria di sorta* quando siano alla loro resistenza normale molto bassa; solo alcune hanno dato qualche accenno debolissimo di corrente secondaria, la quale però si manifestò solo per voltaggi elevati e nel suo comportamento si differenzia moltissimo da quella data dalle cellule di prima specie. Ecco i soli casi in cui ciò si manifestò:

Cellula	5		12		14	
Resistenza { buio luce	8,9 Ohm		150 Ohm		1119 Ohm	
	9,1 »		152 »		1129 »	
Voltaggio applicato	41 Volta		48,5 Volta		48,5 Volta	
Tempi	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce
1'	4,8	4,8	9	10,5	6,2	6,2
2'	1,6	2	4	4	2,7	3
3'	1	1,5	2,5	3	1,7	2

Come si vede in questi casi la corrente primaria ha raggiunto dei valori relativamente enormi e il notevole riscaldamento osservato nella cellula dopo questo trattamento fa sospettare che qui si tratti veramente di qualche fenomeno termoelettrico. Queste serie non hanno valore quindi per la nostra ricerca se non in quanto provano ancora una volta come piccola sarebbe l'influenza di un eventuale effetto termoelettrico anche nel caso di correnti primarie molto energiche; ad ogni modo si osservi che anche qui si verifica il fatto che a resistenza minore corrisponde una corrente secondaria meno intensa.

Non appena, coll'applicazione di una corrente alternante, queste cellule vengono ridotte ad alta resistenza e ad effetto fotoelettrico positivo, il loro comportamento rispetto alla corrente secondaria diventa come quello delle cellule di prima specie. Infatti ecco i risultati che si ottengono:

Cellula	8 (100 V —)	4 (100 V —)	5 (50 V —)	12 (50 V —)	14 (50 V —)	14 (100 V —)
Resist. { iniziale { luce	18 Ohm 18,8 »	45 Ohm 45,4 »	8,9 Ohm 9,1 »	150 Ohm 152 »	242 Ohm 244 »	242 Ohm 244 »
Resist. { dopo } corrente { luce	8470 Ohm 8340 »	100.000 Ohm 80.000 »	80.000 Ohm 20.500 »	36.800 Ohm 15.900 »	14.800 Ohm 13.300 »	1.110.000 Ohm 1.020.000 »
Voltaggio applicato	20 Volta	20 Volta	40 Volta	10 Volta	21,3 Volta	10 Volta
Tempo	Scuoro Luce	Scuoro Luce	Scuoro Luce	Scuoro Luce	Scuoro Luce	Scuoro Luce
1'	24,5.10 ⁻⁹ 35.10 ⁻⁹	98.10 ⁻⁹ 124.10 ⁻⁹	260.10 ⁻⁹ 265.10 ⁻⁹	15,5.10 ⁻⁹ 17.10 ⁻⁹	27.10 ⁻⁹ 28,4.10 ⁻⁹	79,5.10 ⁻⁹ 96.10 ⁻⁹
2'	11,5 15	55 60	117 111,5	2,5 5,5	15 15	40 41
3'	8 10	42 41	73 70	3,7 2,8	11 10,5	28,5 27
4'	6,2 7,5	35 30	56 50	2,5 1,2	9,5 8,5	22 20
5'	5,5 5,5	29 22	45 42	1,8 0,5	8,2 7,0	18 15
6'	5 4	24 16	88 82		7,3 6,0	15,5 11

(i numeri posti in parentesi accanto ai numeri che contraddistinguono le cellule indicano il voltaggio alternante applicato per provocare la variazione di resistenza).

Infine anche le cellule ad effetto fotoelettrico nullo o positivo debolissimo si comportano a questo riguardo come le cellule di seconda specie. Quando esse si trovano alla loro condizione normale non danno corrente secondaria se sono a bassa resistenza, o ne danno una debolissima, se sono ad alta resistenza; ma non appena, col trattamento di una corrente alternata di conveniente voltaggio, si riducono ad assumere le caratteristiche delle cellule di prima specie, esse danno una corrente secondaria apprezzabile.

Eccone alcuni esempi :

Cellula	δ		Zinco	α (50 V \sim)		β (100 V \sim)		P' (50 V \sim)	
Resistenza iniziale	buio	2480 Ohm	1.000.000 Ohm 1.000.000 \gg	2,1 Ohm	1670 Ohm 1670 \gg	451 Ohm 451 \gg	10.000 Ohm 9.660 \gg	14.10 ⁻⁹ 4,5	15,5.10 ⁻⁹ 4,5
	luce	2480 \gg							
Resistenza dopo corrente	buio			18,500 Ohm 13.250 \gg	31.400 Ohm 28.200 \gg	10.000 Ohm 9.660 \gg	14.10 ⁻⁹ 4,5	15,5.10 ⁻⁹ 4,5	15,5.10 ⁻⁹ 4,5
	luce								
Vollaggio applicato		40 Volta	48,5 Volta	40 Volta		40 Volta		20 Volta	
Tempo	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Scuro	Luce	Luce
1'	2,4.10 ⁻⁹	2,4.10 ⁻⁹	12.10 ⁻⁹	12,5.10 ⁻⁹	64.10 ⁻⁹	90.10 ⁻⁹	211.10 ⁻⁹	231.10 ⁻⁹	14.10 ⁻⁹
2'	0,7	0,7	9	9,5	26	28	108	112	4,5
3'	0,3	0,3	8	8	17	14	80	73	3
4'			7,5	7,5	11	8,5	67	64	2,8
5'			7	7	9	6	60	56,5	2,3

Beninteso la modificazione prodotta dalla corrente alterante dura quanto dura la variazione della resistenza.

In generale per le cellule di prima specie e per quelle che vennero ridotte ad esser tali, si trova che la quantità di elettricità restituita sotto forma di corrente secondaria è minore quando il processo viene eseguito alla luce che non quando avviene al buio.

Un'esperienza che dimostra infine in modo marcatissimo l'influenza dell'illuminazione sullo sviluppo della corrente secondaria è la seguente: prendiamo una cellula, la M. U. e, tenendola al buio, facciamo passare per essa una corrente primaria a 21 volta pei soliti 10", poi, dopo 5", inseriamola nel circuito del galvanometro ed osserviamo l'intensità della corrente secondaria di minuto in minuto; a un certo punto illuminiamola e continuiamo le osservazioni; ecco i numeri che si ottengono:

Cellula M. U. Resistenza: al buio = 36.300 Ohm, alla luce = 22.100 Ohm

Corrente primaria a 21 Volta: AL BUIO

	buio			luce		
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'
Corrente	82,1.10 ⁻⁹	46,2	30,5	10,5	4,7	2

Corrente primaria a 21 Volta: ALLA LUCE

	luce			buio		
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'
Corrente	74,5	38,5	24	26,2	22	16,7

Corrente primaria a 43 Volta: AL BUIO

	buio						luce			
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'
Corrente	162	93	75	60	50	30	25	18	15	12

Corrente primaria a 43 Volta ALLA LUCE

	luce					buio				
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'
Corrente	155	90	63	48	35	43	37	33	30	28

Non solo si osserva una diminuzione al buio della velocità di diminuzione della corrente secondaria, ma dei salti bruschi nella intensità: in aumento quando si passa dalla luce al buio e in diminuzione quando si passa dal buio alla luce. Noto che la cellula non dava assolutamente corrente propria per l'illuminazione come è il caso di alcune cellule').

Per rendere più evidente questo andamento i risultati precedenti sono riportati graficamente nel seguente diagramma.

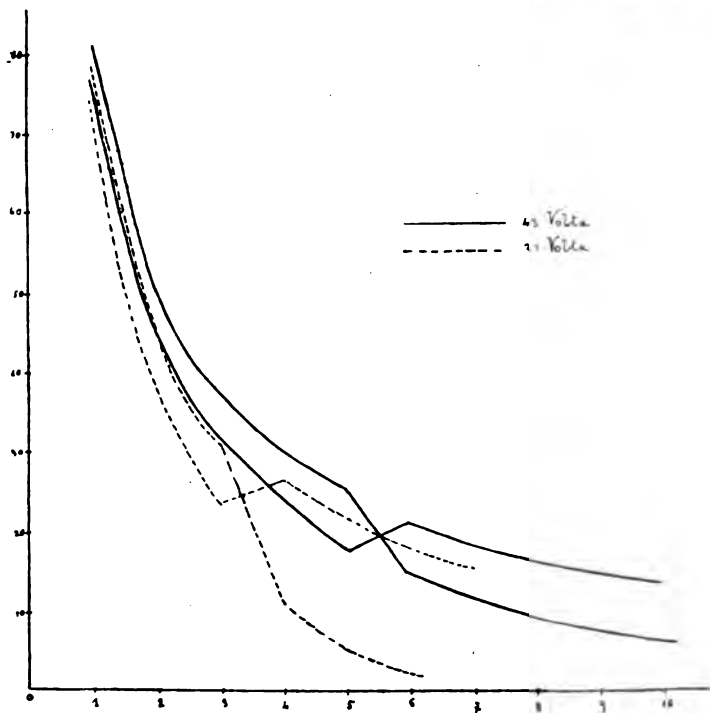


Fig. 7.

1) Riss C. *Phys. Zeit.* 9. p. 580. 1908.

Sulle ascisse sono riportati i tempi, sulle ordinate le intensità della corrente secondaria. Le curve relative al voltaggio di 43 volta sono costruite con ordinate in scala metà.

Lo stesso andamento, benchè meno marcato, presentano le altre cellule; prendiamo, per esempio, la cellula V: cimentata con una corrente primaria a 97 volta nel solito modo diede:

Corrente primaria al buio:

	buio				luce			
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'
Corrente	21	14,5	12	11	9	8	7	6,2

Corrente primaria alla luce:

	luce				buio			
Tempi	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'
Corrente	21,5	14,8	11,8	10	10,5	10	9,5	9

Riassumendo:

1) La corrente secondaria che si osserva nei preparati a selenio non è certamente di semplice origine termoelettrica;

2) Tutte le cellule, qualunque sia il metallo di cui son formati gli elettrodi, purchè abbiano effetto fotoelettrico positivo presentano una corrente secondaria. Questa è più marcata, a parità di ogni altra condizione, se gli elettrodi sono di ferro o di zinco;

3) La corrente secondaria comparisce sempre con maggiore intensità in quelle cellule che al momento dell'esperienza si trovano a resistenza maggiore e ad effetto fotoelettrico nettamente positivo cioè si trovano in quelle condizioni in cui la resistenza diminuisce relativamente di più al crescere del voltaggio e il comportamento s'accosta di più all'elettrolitico;

4) Se si fa variare la resistenza di una cellula coi mezzi noti, la corrente secondaria è tanto più marcata quanto maggiore è la resistenza alla quale è stata portata la cellula stessa;

5) Finchè la durata d'applicazione della corrente primaria non supera il minuto secondo, l'intensità iniziale della corrente secondaria cresce proporzionalmente al voltaggio applicato e proporzionalmente alla radice quadrata della durata di applicazione;

6) L'illuminazione produce un accrescimento nella velocità di diminuzione della corrente secondaria.

Il fatto infine che anche una cellula conservata in un tubo a vuoto si comporta come le altre non permette di ascrivere la corrente secondaria osservata alla presenza di umidità ¹⁾.

1) *Bies. Phys. Zeit.* 9, 1908.

SULLA DISTRIBUZIONE DELLE RIGHE DI FRAUNHOFER
NELLO SPETTRO DELLA CORONA SOLARE.

Nota del Prof. ALESSANDRO AMERIO.

1). Le osservazioni della corona solare fatte durante gli eclissi hanno dimostrato che essa si può immaginare scomposta in due parti.

Una, la cosiddetta *corona interna* che si presenta distribuita quasi uniformemente intorno al Sole come un'atmosfera straordinariamente rarefatta, partecipante al moto di rotazione del Sole e perciò più elevata nelle regioni equatoriali. Essa si estende fino a 4' circa dall'orlo del disco solare.

L'altra, detta *corona esterna*, che si avvanza dalla prima sotto forma di enormi pennacchi radiali, protendentisi nello spazio fino a quattro o cinque volte il raggio solare.

L'aspetto della corona interna è più costante di quello della corona esterna.

Esaminando la luce di entrambe si trova che è polarizzata, e allo spettroscopio si vede uno spettro continuo che, per la corona interna, è solcato da alcune righe luminose, tra cui quelle dell'idrogeno e la riga verde del coronio; per l'esterna si presentano alcune linee brillanti e *talvolta* anche *linee di Fraunhofer*.

Lo stato di polarizzazione e la presenza di righe di Fraunhofer dimostrano che, in parte almeno, la luce inviataci dalla corona solare è riflessa e ci inducono ad ammettere che nella corona stessa esistano particelle solide o liquide, mentre le righe brillanti dimostrano un'atmosfera gassosa a temperatura elevata.

Data la vicinanza del Sole, anche le particelle solide e liquide devono avere una propria emissione di temperatura.

Così che lo spettro della corona solare deve risultare dalla sovrapposizione di questi tre:

1° Uno spettro di righe dovuto ai gas resi luminosi o dalla elevata temperatura o anche dalla fluorescenza, come dimostrano le ricerche di Wiedemann e Schmidt, Wood, Puccianti.

2° Uno spettro continuo dovuto all'emissione propria di particelle solide o liquide, la cui temperatura risulterebbe compresa tra quella del Sole e quella dell'arco voltaico.

3° Di un altro spettro continuo, solcato da righe di Fraunhofer proveniente dalla riflessione e dalla diffrazione prodotte dalle particelle stesse, e poichè la parte dovuta a questa diffrazione cresce molto rapidamente col diminuire della lunghezza d'onda, questo spettro dev'essere, in proporzione a quello del Sole, più ricco dei raggi molto rifrangibili che degli altri ¹⁾.

2). Nell'attesa che le osservazioni ulteriori confermino o meno questo modo di vedere, resta a spiegare per qual ragione la corona interna non presenti le righe di Fraunhofer.

Bisogna perciò pensare che le parti riflettenti della corona non sono allo stato di quiete come se si trovassero in sospensione nella massa gassosa, ma, indipendentemente dai moti di questa, esse sono in movimento ascendente o discendente, dovuto alle azioni combinate della gravità e della repulsione prodotta dalla radiazione solare.

Per l'azione delle violenti perturbazioni che avvengono alla superficie del Sole si producono delle proiezioni copiose di materia verso l'esterno.

Ora si dimostra che se si considera una particella sferica, perfettamente assorbente, su di essa prevarrà l'azione della gravità o l'azione repulsiva della luce, secondo che il suo diametro sarà maggiore o minore di un certo valore che dipende dalla densità e che per un corpo avente la densità dell'acqua è di μ . 1,5, omettendo nel calcolo l'effetto della diffrazione.

1) Infatti le fotografie degli spettri della corona dimostrano che essi, per quanto siano poco luminosi, si estendono nell'ultravioletto tanto quanto lo spettro solare.

Questo diametro è detto *critico*.

Le particelle che superano il diametro critico, dopo esser salite ad un' altezza che dipende solo dalla velocità di proiezione (trascurando la debolissima resistenza offerta dai gas della corona) ricadono sul Sole; le altre o si muoveranno con moto uniforme se hanno il diametro critico, o con moto accelerato se hanno un diametro inferiore, e le loro velocità possono essere grandissime.

Infatti Arrhenius calcola che una particella avente un diametro metà di quello critico, allontanandosi dal Sole sotto l'azione della pressione luminosa, acquista una velocità di 430 Km. per secondo, dopo esser stata respinta per un percorso eguale al raggio del Sole.

Se a questa velocità si aggiunge quella di proiezione che può esser dello stesso ordine di grandezza, si vede facilmente che, dove cessa la corona interna, non è difficile che esistano velocità superiori ai 500 Km.

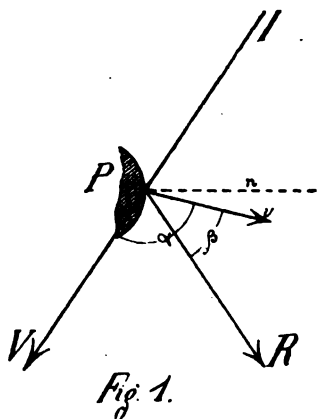
3). Ciò premesso, osserviamo che la riflessione della luce su queste particelle dotate di moti così rapidi è accompagnata da variazioni di lunghezze d'onda diverse da punto a punto e per ogni punto dipendenti dal tempo.

Indicando con V la velocità della luce, v quella di una particella, e supponendo v piccola rispetto a V , la variazione della lunghezza d'onda allorchè le velocità prima della riflessione hanno lo stesso senso è

$$\Delta \lambda = 2 \lambda \frac{v}{V}.$$

Se la velocità della particella P fa un certo angolo α con la direzione della luce incidente, (Fig. 1) e un angolo β con la direzione della luce riflessa la variazione sarà:

$$\Delta \lambda = \lambda \frac{v}{V} (\cos \alpha - \cos \beta).$$



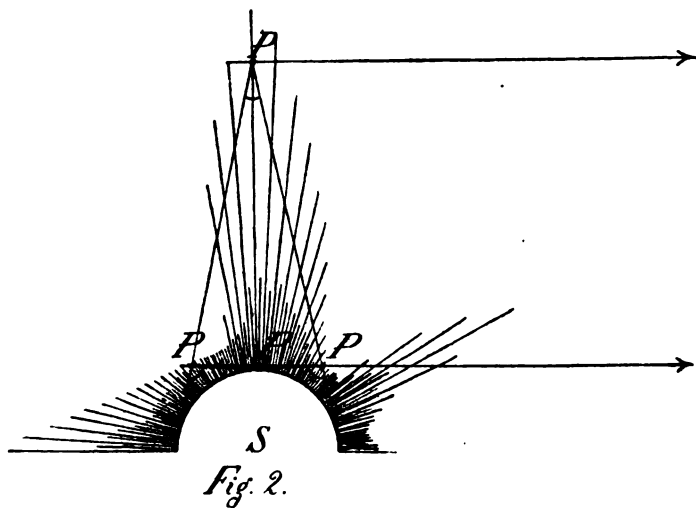
Nel caso in cui la velocità sia normale alla superficie riflettente la variazione sarà

$$\Delta \lambda = 2 \lambda \frac{v}{V} \cos \alpha$$

e se è parallela

$$\Delta \lambda = 0 .$$

Ora la luce che noi riceviamo esaminando un punto della corona solare, non proviene da un sottile strato superficiale, ma da tutte le particelle che si trovano nella corona, distese lungo la visuale che l'attraversa completamente perchè, come si sa, la corona è assai trasparente.



Da ognuno di questi punti P (Fig. 2) partirà luce emessa direttamente e luce riflessa. Questa porzione, se la particella riflettente è sferica, proverrà da tutti i punti del disco solare che sono visibili dal posto che essa occupa e per ognuno di essi c'è un valore diverso per gli angoli di incidenza e di riflessione e quindi anche per l'effetto Doppler.

Questo varierà inoltre col punto riflettente e sarà negativo, cioè produrrà una diminuzione della lunghezza d'onda,

se il punto riflettente nel suo moto si avvicina al Sole, perchè come è facile vedere in tal caso è sempre $\cos \alpha - \cos \beta < 0$; sarà invece positivo nel caso contrario quando il punto si allontana dal Sole.

In conseguenza le righe di Fraunhofer si devono allargare nei due sensi e, tenuto conto che le velocità maggiori devono spettare alle particelle che si allontanano dal Sole, perchè di queste alcune se ne allontanano definitivamente, si intende che dovrà prevalere l'allargamento verso la parte meno rifrangibile dello spettro, se pure la complessità delle circostanze agenti nei due sensi, non renderà insensibile questa dissimmetria.

Contemporaneamente l'interno delle righe sarà invaso dalla luce adiacente da ambo i lati.

Ed è facile vedere che con le velocità che si ammettono come possibili nella corona solare si devono produrre allargamenti tali che le righe svaniscano del tutto.

Infatti per produrre una variazione di $\frac{1}{1000} \lambda$ (all'incirca ciò che c'è fra le righe D_1 e D_2) nella luce inviata lungo una visuale che sia quasi tangente al disco solare, basta che le particelle riflettenti abbiano una velocità di circa 150 Km.

Ora nella corona solare si ammettono come esistenti velocità anche molto superiori, quindi si comprende come tutte le righe di Fraunhofer debbano confondersi, e lo spettro apparire perfettamente continuo pure essendo dovuto alla riflessione della luce solare. L'esistenza infine dello spettro proprio di emissione delle particelle renderà ancora più facile la sparizione delle righe oscure.

In quanto ai pennacchi, essi possono talvolta dare le righe di Fraunhofer sia perchè non conterranno in massima che particelle sfuggenti all'attrazione solare, sia perchè gli angoli d'incidenza dei raggi provenienti dalle varie parti del Sole saranno assai meno differenti, sia perchè in essi si hanno spessori enormemente minori, e quindi anche minori differenze tra punto e punto dell'effetto Doppler di quelle che sono presentate dalla corona interna, e sia ancora perchè lo spettro di emissione delle particelle incandescenti sarà meno

luminoso di quello della corona interna per via della minore temperatura.

Le righe vi dovranno apparire spostate verso la parte meno rifrangibile e anche alquanto allargate e slavate, ciò che farà sì che con forti dispersioni non saranno più visibili come effettivamente si verifica, mentre con dispersioni convenienti le principali tra esse potranno ancora esser notate, sempre che non ci siano differenze troppo forti tra le velocità delle particelle.

In conclusione :

1.^o Nella *corona interna* le grandi differenze tra gli angoli d'incidenza e di riflessione per ogni suo punto; il grande numero di particelle riflettenti; le loro diverse direzioni rispetto alla Terra; il fatto che alcune ricadono sul Sole mentre le altre ne sfuggono definitivamente, producendo notevoli effetti Doppler impediscono la formazione delle righe di Fraunhofer che sarebbero già rese poco nette dall'esistenza dello spettro continuo proprio.

2.^o Questa formazione è ancora permessa nei pennacchi ove il moto è quasi normale alla visuale e meno vari sono gli angoli di incidenza e di riflessione, di più tutte le particelle possono trovarsi all'incirca nelle stesse condizioni per la velocità e per la posizione rispetto al Sole, per cui gli effetti Doppler prodotti sono poco notevoli e tutti nello stesso senso.

Messina, novembre 1908.

ESPERIENZE SUL PENDOLO DI TORSIONE
COME APPARECCHIO ATTO A DETERMINARE LA GRAVITÀ,
di PIETRO PAGNINI.

In questo articolo riassumo i risultati delle misure da me eseguite nel corso di questi due ultimi anni ¹⁾ all'Osservatorio Astronomico di Arcetri, sopra il pendolo di torsione.

Queste misure furono fatte allo scopo di vedere se il pendolo di torsione presenta nella pratica una regolarità ed una costanza di oscillazione tale da poter presumere di adottarlo nelle misure di gravità relativa, senza ricorrere alle solite determinazioni di tempo, là dove appunto queste si rendono difficili, come nelle spedizioni scientifiche nelle regioni polari ecc. ecc.

Nel pendolo di torsione la forza direttrice non è la gravità, variabile da luogo a luogo, ma la coppia di torsione; e se noi possiamo fare assegnamento sopra un filo di sospensione che abbia il modulo di elasticità costante, si capisce che il pendolo di torsione sarà capace di mostrarci la variabilità del numero delle oscillazioni fatte da un pendolo di gravità da un luogo ad un altro.

Il problema praticamente non presenta che difficoltà di ordine fisico, vale a dire la sua soluzione è subordinata alla scelta del materiale adottato per la sospensione ed alle sue condizioni fisiche.

Dal lato analitico, invece, tutto si riduce al confronto delle due formule ben note della fisica

1) Vedi in proposito anche il *Journal de Physique*. Anno 1907. Febbraio, l'articolo: Pierre Pagnini. Nouvelle méthode pour la détermination de l'intensité de la pesanteur. Vedi anche *Forsch. d. Phys.*: Im. Jahre 1907, pag. 79.

$$(1) \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{M}{F}}$$

$$(2) \quad t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

che danno le durate di un'oscillazione completa di due pendoli, l'uno di torsione, in cui M è il momento d'inerzia della massa oscillante, ed F la forza di torsione, l'altro di gravità in cui l è la lunghezza del pendolo e g il valore della gravità.

Dalle (1) e (2) si deduce

$$(3) \quad k^2 = \frac{t^2}{\tau^2} = \frac{Fl}{gM} = \frac{C}{g}$$

e per un altro luogo di gravità g_1 si trova analogamente:

$$(4) \quad k_1^2 = \frac{t_1^2}{\tau^2} = \frac{C}{g_1}$$

e dalla (3) e (4)

$$g_1 = \frac{t^2}{t_1^2} g \quad \text{ed anche} \quad g_1 = \frac{k^2}{k_1^2} g.$$

Il problema della determinazione di g_1 rispetto a g si riduce dunque a determinare il rapporto fra i due numeri k e k_1 .

Ma k è il rapporto fra due tempi ed in ciascuno di quei tempi tanto il pendolo di torsione che quello di gravità avranno fatto un determinato numero di oscillazioni N ed n quindi potremo scrivere:

$$k^2 = \frac{n^2}{N^2}$$

e così per k_1 e per qualsiasi altro k ; di maniera che per uno stesso N noi potremo contare i corrispondenti valori di n non soltanto nel luogo g , ma anche in g_1, g_2, \dots

Evidentemente la bontà del metodo dipende dalla invariabilità di τ e questa alla sua volta dalla sostanza capace di mantenere tale invariabilità; e sebbene il quarzo fuso mi paresse a priori dover presentare tutti i requisiti richiesti,

tuttavia volli dapprima provare anche fili metallici e sperimentai il filo di lega Pt — Ag e di *invar* ¹⁾.

Tutte l'esperienze furono fatte confrontando i pendoli di torsione coll'orologio normale dell'Osservatorio Astronomico di Arcetri, avendo così il modo di determinare la durata di una oscillazione di torsione in secondi siderali.

I pendoli di torsione erano collocati in una stanzina al riparo delle correnti di aria, e tutti oscillavano all'aria libera, meno l'ultimo (in quarzo) che fu protetto da un tubo di ottone. Ai pendoli veniva fissato un piccolo specchietto, e potevo così osservare al cannocchiale i passaggi dello zero di una scala posta alla distanza D di circa m. 2,20 dal pendolo, in un'altra stanza attraverso la porta, così il pendolo era senza perturbazioni. Dopo ogni osservazione leggevo il termometro graduato in $\frac{1^\circ}{5}$, apprezzando i centesimi di grado. Ciascuna osservazione consisteva nel contare venti passaggi consecutivi (oscillazioni complete) registrate a mezzo di appuli inviati al cronografo contemporaneamente alla registrazione dei secondi siderali. Una esperienza aveva la durata di circa tre ore durante le quali, ad intervalli di mezz'ora o di un'ora, veniva fatta una osservazione rilevando nuovamente venti passaggi.

Però nelle prime esperienze coi filamenti metallici furono fatte meno esperienze perchè fin dai primi giorni mi parve non mi dessero da sperar bene, e portai la mia attenzione sulle fibre di quarzo.

I fili metallici venivano attaccati superiormente ed inferiormente (alla massa oscillante) a mezzo di piccoli morsetti, perchè stimai che una saldatura dovesse alterarli, e questo attacco con morsetti credo sia stata una delle cause perturbatrici che insieme alla natura fisica dei filamenti metallici ha contribuito a darmi risultati poco soddisfacenti ²⁾.

1) I campioni di questo metallo li devo alla cortesia del Sig. Ch. Ed. Guillaume.

2) In tal caso credo sia consigliabile ingrossare la parte del filo da serrarsi a mezzo della galvanoplastica che non altera il filo.

Per le sospensioni in quarzo, invece, furono fuse delle bacchettine cilindriche rigide e poi tirate nel mezzo cosicchè la parte inferiore e superiore la potei masticiare con tutta sicurezza nei fori cilindrici presentando così un punto di attacco inalterabile e ben definito.

La massa inferiore oscillante fu fatta o sferica o cilindrica perchè queste forme ammettono un asse di simetria verticale che è asse di rivoluzione del solido geometrico e asse principale d'inerzia. Ciò importa una minore resistenza dell'aria e soprattutto indipendenza dai campi perturbatori esterni. Perchè se la massa di oscillazione ha un asse di simetria o di un addensamento di massa trasversale all'asse di sospensione, il periodo di oscillazione sarà diverso a seconda che l'asse trasverso si trova ad oscillare nelle vicinanze del piano osculatore o in quelle del piano tangente alla linea di forza del campo terrestre passante per quel punto, e ciò secondo quanto sembrano rilevare le esperienze di R. Eötvös ¹⁾.

In tutte queste esperienze le elongazioni d variarono fra 100 e 1 mm. alla destra ed alla sinistra dello zero ciò che corrisponde, per la distanza adoperata e per la formula

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{d}{D}$$

ad un angolo α dello specchietto compreso fra 80' e 48' circa.

Del resto non c'è da preoccuparsi di ridurre le oscillazioni ed archi infinitesimi perchè dalla teoria sappiamo che la forza direttrice di torsione essendo proporzionale all'angolo e non al seno, importa un vero isocronismo per tutte le oscillazioni di qualunque ampiezza.

Ciò rilevai anche direttamente con una esperienza col secondo pendolo in quarzo, mediante torsioni differenti di 88 mm. e di 4 mm: per le quali ho ottenuto rispettivamente

$$\tau = 1^{\circ},988315 \quad \text{e} \quad \tau = 1^{\circ},988332$$

1) Rapports présentés au Congrès international de Physique. Anno 1900. Tome III. Pag. 371 e seguenti.

Vedi anche Prof. Adolfo Venturi. *Atti della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Palermo*, serie 3.a, volume IX.

le cui differenze rientrano nell'errore di osservazione, tanto più che accennano ad una diminuzione di durata col crescere della elongazione.

I pendoli in filamento metallico avevano per massa oscillante un cilindro di piombo del peso di circa gm. 2000, il filo di sospensione aveva il diametro di mm. 0,477 per il filo di *invar* e di mm. 0.5 per quello di lega Pt — Ag.; entrambi erano lunghi circa 1 metro.

Il primo pendolo in quarzo (vedi figura 1) invece aveva per massa oscillante una sfera di ottone del peso approssima-



Fig. 1.

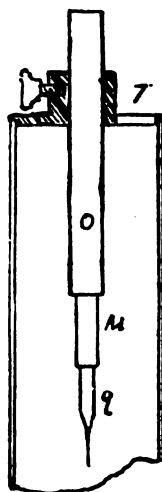


Fig. 2.

tivo di gm. 305, il secondo (vedi figura 2) un cilindro di ottone del peso di gm. 79.

Lo smorzamento delle oscillazioni per questi due pendoli era tale che dopo tre ore le oscillazioni erano sempre nettamente visibili; ciò permette di fare assegnamento sopra oscillazioni perfettamente libere per un tempo più che sufficiente al nostro scopo.

Il decremento logaritmico λ rispettivo di questi due pendoli (logaritmo neperiano del rapporto fra due elongazioni successive) risultò

$$\lambda_1 = 0,00037 \quad \text{e} \quad \lambda_2 = 0,00077.$$

Ed è questa libertà di oscillazione che a mio modo di vedere deve rendere il pendolo di torsione preferibile all'uso del cronometro a bilanciere il quale essendo sprovvisto di pendolo di gravità e avendo un regolatore a reazione elastica è anche esso indipendente dalle variazioni di g .

Di tutte le numerose esperienze da me eseguite all'Osservatorio, elencate in ordine cronologico, riassumo alcune delle più importanti e che a mio modo di vedere servono a dare un criterio sulla bontà del metodo sebbene sieno state fatte con mezzi imperfetti.

Nella tabella I sono riassunte le prove fatte col pendolo a filo *invar*; in essa τ è la durata di oscillazione in secondi siderali, θ la temperatura, B la lettura barometrica.

Ora si vede che per piccole variazioni degli elementi meteorologici il filo *invar* non diede valori di τ costanti ¹⁾.

Nella tabella II sono riassunte le esperienze sul pendolo con filo di lega Pt-Ag, e nella tabella III quelle fatte collo stesso filo ricotto al rosso dalla corrente elettrica. In tutte e due le tabelle abbiamo dei valori di τ variabili e non determinabili colle variazioni di temperatura.

La *fatica* dei metalli sembra pregiudicare queste esperienze.

Nelle due tabelle IV e V sono riassunte l'esperienze fatte coi pendoli in quarzo, pesante (gm. 305) e leggero (gm. 79); le colonne 6^a 7^a danno le differenze successive $\Delta\theta$ e $\Delta\tau$ il cui rapporto $\frac{\Delta\tau}{\Delta\theta}$ variazione di τ colla temperatura è contenuto

1) A questo proposito debbo notare che il Prof. Ch. Ed. Guillaume in un articolo apparso nel *Journal de Physique* del Giugno 1907, in seguito alla mia pubblicazione antecedente, mi mise in guardia contro l'uso dell'*invar*, il quale pur presentando preziose qualità riguardo alle variazioni di volume colla temperatura non ha un modulo di elasticità costante. Vedi anche *Forschritte der Physik*. In Jahre 1907, pag. 79.

nella 8^a. Da questa colonna vediamo che questo rapporto è abbastanza costante sebbene di valore elevato. La temperatura produce nel quarzo una modificazione del modulo di elasticità; ma la sufficiente regolarità della colonna 8^a permette di concludere che sia possibile di correggere la durata di oscillazione per effetto della temperatura giungendo così a valori di τ ben determinati, ciò che è necessario.

Osserviamo che nella tabella IV i valori di τ sono circa doppi di quelli della V, e quindi anche i valori di $\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta}$ sono circa il doppio, vale a dire che con pendoli differenti, costruiti in tempi differenti con materiale di provenienza diversa ¹⁾ il

rapporto $\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta}$ è molto approssimativamente eguale in entrambi gli apparecchi; per il pendolo più peso abbiamo

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta} = 0,000046$$

e per il pendolo più leggero

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta} = 0,000045.$$

Nella tabella 5^a i numeri che portano un asterisco * indicano che il pendolo è stato rimosso dalla sua posizione messo in riposo e ricollocato ogni volta al posto alle epoche di osservazione e con questo intesi provare che il maneggiamento non infligge alterazioni. Se poi si fa il medio dei $\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta}$ per i primi dodici valori si ottiene 0,0000894 per un'epoca media corrispondente all'8 ottobre 1907, se poi si paragona l'osservazione 12^a colla 13^a otteniamo $\frac{\Delta T}{\Delta \theta} = 0,0000907$ per l'e-

1) Il quarzo del pendolo 1° fu fuso e tirato da me: quello del pendolo 2° venne dal Johnson Matthey & C. di Londra.

poca media 5 maggio 1908. Dunque ad un intervallo sensibile di tempo di sei mesi si è ottenuto una variazione unitaria rispetto alla temperatura in sodisfacente accordo con quella data da 12 singoli valori trovati in condizioni assai variate di temperatura ed anche di maneggiamento del pendolo.

In tutte queste esperienze come si è detto la temperatura è stata presa con un termometro a $\frac{1}{5}^{\circ}$ apprezzando i centesimi ciò che credo sia stata la causa principale delle divergenze della colonna $\frac{\Delta\tau}{\Delta\theta}$ in causa dei grandi valori di $\Delta\tau$ e dei piccoli di $\Delta\theta$; quindi sembrami restar dimostrato la necessità in altre esperienze dell'uso di un termometro più sensibile e prostrarre le esperienze anche a temperatura sotto lo zero, in caso che il pendolo debba servire nelle spedizioni scientifiche alle terre polari. Assicurateci così della natura nella funzione

$$\tau = f(\theta)$$

restano a fare le esperienze di confronto fra il pendolo di torsione in quarzo con un pendolo di gravità in luoghi in cui g sia già noto, questo da me fino ad ora non è stato fatto per mancanza di mezzi.

Debbo far notare che la casa C. Bamberg di Berlino dietro mia richiesta sta studiando anch'essa a mezzo dell'Osservatorio Geodetico Imperiale di Potsdam con fili di quarzo e di Platino-Iridiato, i cui risultati potranno dare un criterio più decisivo sulle costanti dei pendoli di torsione.

TABELLA I.

N.°	Data	B	θ	τ
1	9 Ottobre 1908	753 ^{mm}	21°,18	14°,0376
2	10 » »	753	21°,18	14°,0252
3	11 » »	750	20°,70	14°,0240
4	12 » »	746	20°,70	14°,0335

TABELLA II.

N.º	Data	B	θ	τ
1	28 Ottobre 1906	747 ^{mm}	18°,15	14°,7857
2	1 Novembre »	736	15°,23	14°,7716
3	2 » »	743	14°,52	14°,7685
4	4 » »	748	13°,60	14°,7709

TABELLA III.

N.º	Data	B	θ	τ
1	25 Dicembre 1906	741 ^{mm} ,6	5°,78	16°,2417
2	30 » »	738	6°,62	16°,2417
3	6 Gennaio 1907	754	8°,12	16°,2457
4	24 Febbraio »	742,8	9°,78	16°,2531
5	17 Marzo »	748,4	9°,90	16°,2330

TABELLA IV.

N.º	Data	B	θ	τ	$\Delta \theta$	$\Delta \tau$	$\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta}$
1	28 Aprile 1907	735 ^{mm}	15° 25	4 ^s ,044511	- 2° 03	+ 0 ^s ,000372	- 0 ^s ,000184
2	1 Maggio »	746	13° 22	4 ^s ,044913	+ 1° 43	- 0 ^s ,000244	- 0 ^s ,000171
3	5 » »	748,7	14° 05	4 ^s ,044682	+ 4° 47	- 0 ^s ,000904	- 0 ^s ,000202
4	9 » »	750	19° 12	4 ^s ,043803	+ 6° 44	- 0 ^s ,001125	- 0 ^s ,000175
5	23 Giugno »	746,4	25° 56	4 ^s ,042678			

TABELLA V.

N.º	Data	B	θ	τ	$\Delta \theta$	$\Delta \tau$	$\frac{\Delta \tau}{\Delta \theta}$
1	8 Agosto 1907	751 ^{mm} ,35	28° 92	1 ^s ,988106	- 2° 45	+ 0 ^s ,000191	- 0,000078
2	18 » »	750,8	26° 47	1 ^s ,988297	- 1° 77	+ 0 ^s ,000152	- 0,000086
3	23 » »	748,8	24° 70	1 ^s ,988449	+ 0° 84	- 0 ^s ,000077	- 0,000092
4	8 Settembre »	754,8	25° 54	1 ^s ,988372	- 2° 74	+ 0 ^s ,000259	- 0,000094
* 5	20 » »	752,3	22° 80	1 ^s ,988631	- 1° 88	+ 0 ^s ,000145	- 0,000077
* 6	13 Ottobre »	750,5	20° 92	1 ^s ,988776	- 0° 92	+ 0 ^s ,000100	- 0,000108
7	20 » »	753,2	20°	1 ^s ,988876	- 1° 78	+ 0 ^s ,000162	- 0,000091
* 8	27 » »	742,3	18° 22	1 ^s ,989038	- 2° 14	+ 0 ^s ,000175	- 0,000082
* 9	3 Novembre »	743,1	16° 08	1 ^s ,989212	- 1° 77	+ 0 ^s ,000192	- 0,000108
* 10	17 » »	750,7	14° 31	1 ^s ,989404	- 4° 72	+ 0 ^s ,000390	- 0,000083
* 11	24 » »	746,7	9° 87	1 ^s ,989795	- 2° 90	+ 0 ^s ,000252	- 0,000084
* 12	9 Febbraio 1908	750	6° 88	1 ^s ,989948	- 20° 75	- 0 ^s ,001882	- 0,0000907
* 13	2 Agosto »	747,9	27° 63	1 ^s ,988166			

Firenze, 26 Agosto 1908.

DISTRIBUZIONE DELLE QUANTITÀ DI ELETTRICITÀ NEI RETICOLATI.

Nota di F. IACOVIELLO.

1. Tra i più recenti autori, che hanno trattato il problema della distribuzione delle correnti in un reticolato durante il regime permanente, trovo il Raynaud ¹⁾ ed il Maxwell ²⁾. Quest'ultimo s'è servito di un metodo più semplice e simmetrico: l'uno e l'altro hanno trovata la condizione necessaria perchè la corrente in un filo di un reticolato sia indipendente dal valore della f. e. m. attiva agente in un altro filo. Il Mascart ed il Joubert ³⁾ ripetendo il ragionamento del Raynaud, trovano la stessa condizione, senonchè poi ⁴⁾ affermano gratuitamente che questa condizione valga non solo qualunque sia il valore della f. e. m., ma anche il valore della resistenza. Pochi anni fa c'è stato fra i nostri elettrotecnici chi ha trattato il problema con metodo non privo di eleganza; ma la dimostrazione che la stessa condizione valga per l'indipendenza non solo della f. e. m. ma anche dalla resistenza, mi ha poco persuaso.

Qui tratterò un caso più generale: troverò la condizione necessaria e sufficiente, perchè l'intensità della corrente in un filo durante il regime permanente sia indipendente dalla differenza di potenziale di due nodi del reticolato, e quindi anche sia dalla f. e. m., sia dalla resistenza di un filo qualsiasi, che fa capo a questi due nodi. Dipoi troverò una condizione analoga per la quantità di elettricità durante il regime variabile. La soluzione di questa seconda parte del problema sarà molto utile per la misura delle resistenze elettrolitiche, come mostrerò in una prossima nota.

1) Journal de Physique, série 1, T. II, p. 161.

2) Maxwell. — Traité d'Électricité, T. I, pag. 458.

3) Mascart et Joubert — Leçons sur l'électricité et le magnétisme, T. II, p. 379.

4) Op. c., pag. 350.

2. Si abbia un reticolato composto di m fili conduttori, nel quale si sia stabilito il regime permanente. L'intensità delle correnti, le resistenze e le f. e. m. attive negli m fili costituiscono un gruppo di $3m$ variabili, le quali per le leggi di Kirchhoff soltanto $2m$ sono indipendenti. Se n sono i nodi, delle m relazioni, che si deducono da queste leggi, $m - (n - 1)$ sono del tipo

$$(1) \quad \sum r_u i_u = \sum e_u ,$$

e $(n - 1)$ del tipo

$$(2) \quad \sum i_u = 0 ,$$

dove r_u , i_u ed e_u indicano rispettivamente la resistenza, l'intensità e la f. e. m. attiva del filo u . L'equazioni del tipo (1) si possono mettere sotto la forma

$$(3) \quad \sum_{u=1}^{u=m} r_{su} i_u = \sum_{u=1}^{u=m} e_{su} ,$$

in cui r_{su} ed e_{su} sono uguali rispettivamente in valore assoluto alla resistenza ed alla f. e. m. attiva del filo u , oppure sono uguali a zero, se la maglia s a cui si riferisce l'equazione (3) non comprende il filo u . Analogamente l'equazione (2) si può mettere sotto la forma

$$(4) \quad \sum_{u=1}^{u=m} a_{tu} i_u = 0 ,$$

in cui a_{tu} è uguale in valore assoluto ad 1, oppure è eguale a zero, se il filo u non appartiene al nodo t , a cui si riferisce l'equazione (4). Se s indica con v_s , la differenza di potenziale dei due nodi a cui fa capo il filo 1, numero col quale si può indicare uno qualsiasi dei fili del reticolato, si ha

$$v_{s_1} = e_{s_1} - r_{s_1} i_1 .$$

Per questa relazione la (3) diventa

$$(5) \quad \sum_{u=2}^{u=m} r_{su} i_u = \sum_{u=2}^{u=m} e_{su} + v_{s_1} ,$$

in cui però $v_{s_1} = 0$ se il filo 1 non fa parte della maglia s .

Dal sistema delle m equazioni lineari del tipo 4 e 5 possiamo facilmente dedurre i valori delle intensità delle correnti in funzione delle altre $2m - 1$ variabili. Per l'intensità i_u avremo quindi ponendo

$$m - (n - 1) = p.$$

$$n - 1 = q,$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1u-1} & r_{1u} & r_{1u+1} & \dots & r_{1m} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2u-1} & r_{2u} & r_{2u+1} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & r_{p2} & r_{p3} & \dots & r_{pu-1} & r_{pu} & r_{pu+1} & \dots & r_{pm} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1u-1} & a_{1u} & a_{1u+1} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2u-1} & a_{2u} & a_{2u+1} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & a_{q2} & a_{q3} & \dots & a_{qu-1} & a_{qu} & a_{qu+1} & \dots & a_{qm} \end{vmatrix},$$

$$(6) D_u = \begin{vmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1u-1} & v_{11} + \sum_{u=2}^{u=m} e_{1u} r_{1u+1} & \dots & r_{1m} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2u-1} & v_{21} + \sum_{u=2}^{u=m} e_{2u} r_{2u+1} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & r_{p2} & r_{p3} & \dots & r_{pu-1} & v_{p1} + \sum_{u=2}^{u=m} e_{pu} r_{pu+1} & \dots & r_{pm} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1u-1} & 0 & a_{1u+1} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2u-1} & 0 & a_{2u+1} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & a_{q2} & a_{q3} & \dots & a_{qu-1} & 0 & a_{qu+1} & \dots & a_{qm} \end{vmatrix},$$

$$(7) \quad i_u = \frac{D_u}{D}.$$

Indichiamo con Δ il determinante del sistema delle equazioni (3) e (4). Il determinante D si ottiene dal determinante Δ , sostituendo zero alla resistenza r_1 del filo 1. Ora il determinante Δ ha un valore finito diverso da zero, perchè è uguale alla somma di più termini che hanno tutti lo stesso se-

gno ¹⁾). Ciascuno di questi termini è un prodotto di p fattori, uguali a p resistenze di p fili diversi, in modo che, sopprimendo questi p fili, non rimanga del reticolato alcuna figura chiusa, e ne rimanga una sola, sopprimendone $p - 1$. Ora facendo uguale a zero nel determinante Δ la resistenza r_1 , si sopprimono tutti i prodotti, in cui entra come fattore la detta resistenza. Ma il determinante Δ è composto oltre che di questi prodotti almeno di un altro, in cui non entri come fattore la resistenza del filo 1. Infatti consideriamo un prodotto, in cui entri la resistenza del filo 1 come fattore, e sopprimiamo nel reticolato i $p - 1$ fili diversi da 1, le cui resistenze costituiscono gli altri $p - 1$ fattori di questo prodotto. Del reticolato rimarrà allora una sola maglia, nella quale oltre il filo 1 dovrà trovarsi almeno un altro filo diverso dai $p - 1$ considerati. Sopprimendo quest'altro filo, non rimarrà del reticolato alcuna figura chiusa, e quindi la resistenza di questo filo insieme con quelle dei $p - 1$ fili diversi da 1 costituiscono un prodotto di p fattori, appartenente al determinante Δ . Ora questo prodotto non viene soppresso, quando si fa uguale a zero nell'espressione di Δ la resistenza del filo 1, e perciò anche il determinante D ha un valore finito diverso da zero.

Questo determinante inoltre non dipende dalla differenza di potenziale v_1 . Quindi perchè t_u sia indipendente da v_1 , si dovrà avere

$$\frac{\partial D_u}{\partial v_1} = 0,$$

ossia

$$(8) \quad \begin{vmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1u-1} & b_{11} & r_{1u+1} & \dots & r_{1m} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2u-1} & b_{21} & r_{2u+1} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & r_{p2} & r_{p3} & \dots & r_{pu-1} & b_{p1} & r_{pu+1} & \dots & r_{pm} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1u-1} & 0 & a_{1u+1} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2u-1} & 0 & a_{2u+1} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & a_{q2} & a_{q3} & \dots & a_{qu-1} & 0 & a_{qu+1} & \dots & a_{qm} \end{vmatrix} = 0,$$

1) Vedi Raynaud op. c., pag. 166 e 167.

dove b_{st} è uguale in valore assoluto ad 1, oppure a zero, se il filo 1 non appartiene alla maglia s . Questa equazione stabilisce una relazione tra $m - 2$ resistenze del reticolato, nelle quali non sono comprese nè quella del filo 1 nè quella del filo u ; essa quindi permette di determinare una delle altre $m - 2$ resistenze, quando sono note le rimanenti. Possiamo dunque concludere: *la condizione necessaria e sufficiente perchè l'intensità in un filo appartenente ad un reticolato resti costante, comunque si faccia variare la differenza di potenziale di due punti del reticolato* (e quindi sia la f. e. m. attiva, sia la resistenza di un filo che fa capo a questi due punti), *è espressa analiticamente dalla relazione* (8).

Caso particolare di questa proposizione, che io non so se finora sia stata dimostrata in modo così generale, è la condizione dell'equilibrio in un ponte di Wheatstone. Faccio notare che la condizione (8) è identica a quella trovata dagli autori anzidetti per l'indipendenza della sola f. e. m. Infatti si può passare dalla prima alla seconda, aggiungendo agli elementi della prima colonna quelli della u -esima moltiplicati per la resistenza r_1 del filo 1.

3. Supponiamo che, oltre le f. e. m. costanti e_{su} , agiscano nel reticolato delle f. e. m. variabili.

Indichiamo con j_u l'aumento che subisce l'intensità i_u per queste f. e. m. variabili, con $M^{z_{su}}$ il coefficiente di induzione tra il filo u e z , e con e_{su} la f. e. m. variabile. Durante lo stato variabile le relazioni, che esprimono le leggi di Kirchhoff, saranno

$$\sum_{u=1}^{u=m} r_{su} (i_u + j_u) + \sum_{u=1}^{u=m} \sum_{z=1}^{z=m} M^{z_{su}} \frac{dj_z}{dt} = \sum_{u=1}^{u=m} e_{su} + \sum_{u=1}^{u=m} e_{su},$$

$$\sum_{u=1}^{u=m} a_{tu} (i_u + j_u) = 0;$$

e per le (3) e (4)

$$\sum_{u=1}^{u=m} r_{su} j_u + \sum_{u=1}^{u=m} \sum_{z=1}^{z=m} M^{z_{su}} \frac{dj_z}{dt} = \sum_{u=1}^{u=m} e_{su},$$

$$\sum_{u=1}^{u=m} a_{tu} j_u = 0.$$

Ora supponiamo che le f. e. m. variabili durino dal tempo t_1 a t_2 , e che tanto i coefficienti di induzione quanto le resistenze rimangano costanti durante questo tempo'). Avremo allora

$$\int_{t_1}^{t_2} M_{su} \frac{dj_s}{dt} dt = M_{su} \int_{t_1}^{t_2} di_s = 0 .$$

Quindi moltiplicando le due equazioni precedenti per dt , ponendo

$$j_u dt = dq_u ,$$

ed integrando, si ottengono le due relazioni

$$(9) \quad \sum_{u=1}^{u=m} r_{su} q_u = \sum_{u=1}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{su} dt ,$$

$$(10) \quad \sum_{u=1}^{u=m} a_{su} q_u = 0 .$$

Alla (9), ponendo

$$w_{s_1} = \int_{t_1}^{t_2} e_{s_1} dt - a_{s_1} q_1 ,$$

possiamo sostituire l'altra

$$(11) \quad \sum_{u=2}^{u=m} r_{su} q_u = \sum_{u=2}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{su} dt + w_{s_1} .$$

Le relazioni (10) ed (11) sono analoghe alle (4) e (5). Esse ne differiscono, perchè le quantità di elettricità q_u fanno le veci delle intensità delle correnti i_u , gl' integrali delle f. e. m. variabili le veci delle f. e. m. costanti, e l' integrale della differenza di potenziale variabile agli estremi del filo 1 le veci

1) La costanza dei coefficienti d' induzione e delle resistenze è confermata dall'esperienza sempre che non si tratti di correnti oscillanti di alta frequenza, e che inoltre per coefficienti d' induzione non vari la permeabilità del mezzo con l' intensità del campo. Con queste restrizioni saranno valide le conseguenze, a cui si giunge in questo e nei successivi paragrafi.

della differenza di potenziale costante agli estremi di questo filo. Risolvendo perciò il sistema di equazioni (10) ed (11) rispetto alle q_u , i valori di queste differiscono da quelli delle i_u semplicemente perchè gl'integrali delle f. e. m. variabili tengono il luogo delle f. e. m. costanti. Quindi la derivata $\frac{dq_u}{dw_{s1}}$ è identica a $\frac{di_u}{dv_{s1}}$, e se ne deduce che la condizione necessaria e sufficiente perchè la somma algebrica delle quantità di elettricità, che attraversino un filo di un reticolato a causa di f. e. m. variabili, sia indipendente dall'integrale della differenza di potenziale variabile di due punti del reticolato, è espressa dalla relazione (8)

Nel caso particolare che non esista alcuna f. e. m. costante o variabile in tutti i fili diversi del filo 1, tanto l'intensità della corrente per lo stato permanente, quanto la somma algebrica delle quantità di elettricità durante lo stato variabile hanno un valore nullo nel filo u , quando sia soddisfatta la relazione (8), qualunque sia la differenza di potenziale costante o l'integrale della differenza di potenziale variabile agli estremi del filo 1.

Queste conseguenze restano valide, anche quando s'inseriscano dei condensatori nei fili del reticolato. Infatti per questa introduzione bisogna aggiungere nel 2° membro dell'equazione (9) gl'integrali delle differenze di potenziale tra le armature dei condensatori. Considerando queste differenze di potenziale come delle f. e. m. attive, l'equazioni (10) ed (11) continuano a sussistere con tutte le conseguenze, che ne abbiamo dedotte. In particolare se esiste soltanto un condensatore nel filo 1, la scarica di questo condensatore, oppure la variazione di potenziale, a cui esso può andar soggetto per le correnti nel filo 1, non apportano alcuna variazione alla somma algebrica delle quantità di elettricità che attraversino il filo u , nel caso che sia soddisfatta la relazione (8).

4. È interessante il caso, in cui per ogni maglia il rapporto tra la somma algebrica degli integrali delle f. e. m. variabili e quella delle f. e. m. costanti sia sempre il medesimo; caso che si avvera sempre quando le f. e. m. costanti

e variabili non esistono che in un solo filo. Questo caso è espresso analiticamente dalla relazione

$$(12) \quad \sum_{u=1}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{su} dt : \sum_{u=1}^{u=m} e_{su} = K = \text{costante} ,$$

qualunque sia s . Avremo allora per due fili t ed u

$$(13) \quad \frac{q_t}{q_u} = \frac{i_t}{i_u} .$$

Infatti l'intensità

$$(14) \quad i_u = \left[A_{1u} \sum_{u=1}^{u=m} e_{1u} + A_{2u} \sum_{u=1}^{u=m} e_{2u} + \dots A_{pu} \sum_{u=1}^{u=m} e_{pu} \right] \frac{1}{\Delta} ,$$

dove A_{su} è il complemento algebrico dell'elemento r_{su} del determinante Δ . Analogamente si ha

$$q_u = \left[A_{1u} \sum_{u=1}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{1u} dt + A_{2u} \sum_{u=1}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{2u} dt + \dots A_{pu} \sum_{u=1}^{u=m} \int_{t_1}^{t_2} e_{pu} dt \right] \frac{1}{\Delta} ,$$

e per la (12)

$$q_u = \left[A_{1u} \sum_{u=1}^{u=m} e_{1u} + A_{2u} \sum_{u=1}^{u=m} e_{2u} + \dots A_{pu} \sum_{u=1}^{u=m} e_{pu} \right] \frac{K}{\Delta} .$$

Dividendo membro a membro questa relazione per la (14) si ha

$$\frac{q_u}{i_u} = K ,$$

qualunque sia u . Per 2 fili qualsiasi t ed u si ha allora

$$\frac{q_u}{i_u} = \frac{q_t}{i_t} ,$$

dove si deduce la (13).

Se i due fili t ed u fanno capo agli stessi nodi, e le somme algebriche delle f. e. m. costanti e degli integrali delle

f. e. m. variabili sono eguali a zero nella maglia da essi costituita, si avrà dalle relazioni (3) e (9)

$$\frac{i_u}{i_t} = \frac{q_u}{q_t} = \frac{r_t}{r_u}.$$

Questa relazione è stata trovata dal Garbasso ¹⁾ nel caso particolare della scarica di un condensatore in n fili in parallelo.

5. La relazione (13) si può sottomettere all'esperienza nel seguente modo. S' inserisca nel filo t un rocchetto e nel filo u l'altro rocchetto di un galvanometro differenziale e balistico. Si faccia poi agire una pila in un filo del reticolalo, e si regolino le distanze dei rocchetti dell'ago, e le resistenze dei fili t ed u in modo che l'ago resti nella posizione di riposo. Sostituendo alla corrente costante della pila una scarica di un condensatore o di un rocchetto d' induzione, l'ago dovrebbe continuare a star fermo.

Ho mandato la corrente di un accumulatore in due fili in parallelo, in ciascuno dei quali era stato inserito una coppia di rocchetti di un galvanometro Hartmann, la cui durata di oscillazione semplice era di circa 10 secondi; e nel modo descritto ho ottenuto l'azzeramento dell'ago. Scaricando poi un condensatore attraverso i due fili oppure facendovi agire la corrente indotta di un rocchetto non ho mai osservato alcuna deviazione dell'ago. La sensibilità del galvanometro era tale che $\frac{1}{100}$ di microcoulomb produceva una deviazione di circa 12 mm. sulla scala posta a 5 m. dallo specchietto; ed il condensatore era formato da recipienti cilindrici di vetro ad armature di stagnola, aveva la capacità di circa $\frac{1}{100}$ di microfaraday, e veniva caricato a circa 5000 volta.

Ho sottomesso all'esperienza anche la proposizione dimostrata nel § 3. Con lo stesso galvanometro ho equilibrato un ponte di Wheatstone con le correnti costanti. Questo equilibrio è rimasto sempre inalterato, quando in luogo delle correnti costanti ho mandato nel ponte le scariche del condensatore e

1) Nuovo C. serie V, T. III, p. 880.

del rocchetto d'induzione. Tanto in questa esperienza quanto nella precedente ho inserito in uno dei fili uno o due rocchetti da galvanometro aventi ciascuno circa 100 ohm. di resistenza. L'autoinduzione delle altre resistenze, costituite da fili di manganina avvolti intorno a lastre di mica, era trascurabile rispetto a quella dei rocchetti.

Nel caso delle scariche per osservare l'equilibrio nel ponte ho adoperato anche un elettrometro balistico a quadranti, messo nelle condizioni per far le misure col metodo di Mascart. In questa esperienza uno dei due nodi, fra i quali prima era inserito il galvanometro, era unito al suolo e l'altro all'ago dell'elettrometro. Adoperando questo strumento per l'azzerramento, ho potuto caricare il condensatore fino a circa 30000 volta senza mai osservare alcuna deviazione.

In queste esperienze i valori delle resistenze erano tali da non avere correnti oscillanti nei circuiti. Ritorrò su di esse, quando tratterò dei metodi di misura delle resistenze elettrolitiche per mezzo delle scariche.

Istituto di Fisica della R. Università di Parma
Ottobre 1907.

SUL CALORE SPECIFICO DEI LIQUIDI A PRESSIONE COSTANTE SOTTO VARIE PRESSIONI.

Nota preliminare del Prof. S. LUSSANA.

La ricerca del calore specifico a pressione costante e sotto varie pressioni presenta un notevole interesse per l'esame di molte relazioni di termodinamica, come pure per lo studio di varie proprietà che si connettono intimamente con la struttura della materia.

Per quanto abbia attentamente studiato la letteratura in proposito, non trovai alcun lavoro sperimentale che si occupasse di questo problema. Solo mi fu dato di leggere un lavoro del Tamman¹⁾ nel quale partendo dalla nota relazione

$$\frac{d c_p}{d p} = - \frac{T}{J} \left(\frac{d^2 v}{d T^2} \right)_p$$

questo autore calcola a varie temperature la variazione di c_p per l'acqua facendo uso delle isobare dedotte dai lavori dell'Amagat.

In seguito il Dalton²⁾ partendo dalle relazioni

$$c_p - c_v = - \frac{T \left(\frac{d p}{d T} \right)_v^2}{\left(\frac{d p}{d v} \right)_T}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{S^2}{V^2 \left(\frac{d p}{d v} \right)_T}$$


$$c_v = \frac{T \left(\frac{d p}{d T} \right)_v^2}{\left(\frac{d p}{d v} \right)_T - \left(\frac{d p}{d v} \right)_s}$$

1) G. Tamman — Ueber die spezifischen Wärmen der Lösungen (Zeit. f. Phys. Chem. 18. 625. 1895).

2) John P. Dalton — On the Variation of Specific Heats with Temperature and Density (Phyl. Mag. (6) 18. 525. 1907).

dove S indica la velocità di propagazione del suono nel vapore, e facendo uso delle determinazioni di Ramsay e Joung sull'etere, calcola i detti valori giungendo a qualche conclusione.

Il calcolo della variazione di c_p con la pressione potrebbe anche essere tentato, come lo fa notare il Weinstein ¹⁾, partendo dalle equazioni di stato del van der Waals o del Clausius, oppure secondo qualche altra trasformazione delle note formole di termodinamica; ma mi sembrò di particolare interesse affrontare il problema della determinazione diretta dei valori di c_p in funzione della pressione.

Dopo molti e laboriosi tentativi, mi riuscì di studiare alcuni liquidi sotto questo punto di vista con un procedimento che mi riservo di descrivere minutamente in seguito, e che schematicamente può essere rappresentato da un rettangolo a cui sta aggiunto una L (). Il gambo della L contiene un manometro; i due vertici superiori del rettangolo sono costituiti da blocchi di ferro contenuti rispettivamente in un calorimetro ed in una caldaia: mentre il lato a destra del rettangolo è formato da due corpi di pompa nei quali un doppio stantuffo convenientemente manovrato fa passare alternativamente il liquido in esame dall'uno all'altro dei due blocchi.

Con questo apparecchio, usando di tutte le precauzioni del caso e tenendo conto di tutte le correzioni richieste, studiai fino ad ora il calore specifico medio a pressione costante

del Mercurio	fra 20° e 100° di temp. e fra 1 e 350 atm. di press. osservando un aumento di c_p .
»	» 20° e 160° di temp. e fra 1 e 600 atm. di press. osservando una diminuzione.
dell'Alcool Metilico	» 25° e 60° di temp. e fra 1 e 560 atm. di press. osservando un aumento.
»	» 3° e 22° di temp. e fra 1 e 550 atm. di press. osservando una diminuzione.
dell'Acetone	» 20° e 60° di temp. e fra 1 e 640 atm. di press. osservando un aumento per

1) B. Weinstein — Thermodynamik und Kinetic der Körper. Zweiter Band 146.

pressioni minori seguito poi da diminuzione.

dell' Acetone fra 0° e 20° di temp. e fra 1 e 570 atm. di press. osservando una diminuzione.

Per l' alcool metilico e per l' acetone non si hanno dati sufficienti per calcolare le isobare allo scopo di fare il confronto coi risultati ora ottenuti: per il mercurio invece ho potuto valermi di quelli del Dott. Carnazzi ¹⁾ per mezzo dei quali calcolai le seguenti equazioni per le isobare fra 22°,8 e 110°

$$P = 1 \quad V_1 = 1.00414 + 1811.10^{-7} (t - 22.8) + 148.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 100 \quad V_1 = 1.00375 + 1813.10^{-7} (t - 22.8) + 90.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 200 \quad V_1 = 1.00336 + 1810.10^{-7} (t - 22.8) + 79.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 300 \quad V_1 = 1.00297 + 1807.10^{-7} (t - 22.8) + 75.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 400 \quad V_1 = 1.00259 + 1805.10^{-7} (t - 22.8) + 41.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 500 \quad V_1 = 1.00221 + 1801.10^{-7} (t - 22.8) + 45.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 600 \quad V_1 = 1.00183 + 1799.10^{-7} (t - 22.8) + 12.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 700 \quad V_1 = 1.00145 + 1793.10^{-7} (t - 22.8) + 46.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

$$P = 800 \quad V_1 = 1.00107 + 1786.10^{-7} (t - 22.8) + 96.10^{-10} (t - 22.8)^2$$

Da queste risulta che $\frac{d^2 v}{dt^2}$ si può rappresentare con una curva di secondo grado di cui il ramo fra 1 e 100 atmosfere si confonde sensibilmente con la retta

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = 294.10^{-10} - 118.10^{-12} \cdot p.$$

Alla pressione di 100 atm. ed alla temp. di 22°.8 si ha dunque:

$$c_p = c_0 - 212.10^{-8} + 425.10^{-8} = c_0 + 213.10^{-8}.$$

A questa temperatura dunque e per pressioni relativamente basse il valore di c_p aumenta come realmente risulta dalle mie determinazioni.

1) P. Carnazzi — Influenza della pressione e della temperatura sul coefficiente di compressibilità del mercurio (Nuov. Cim. (5) V. 180. 1903).

Le isobare calcolate fra 110° e 191°.8 sono invece :

$$P=1 \quad V_1 = 1.02004 + 1841.10^{-7} (t - 110) + 143.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=100 \quad V_1 = 1.01962 + 1833.10^{-7} (t - 110) + 145.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=200 \quad V_1 = 1.01920 + 1826.10^{-7} (t - 110) + 148.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=300 \quad V_1 = 1.01878 + 1813.10^{-7} (t - 110) + 210.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=400 \quad V_1 = 1.01836 + 1804.10^{-7} (t - 110) + 243.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=500 \quad V_1 = 1.01794 + 1797.10^{-7} (t - 110) + 245.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=600 \quad V_1 = 1.01752 + 1787.10^{-7} (t - 110) + 277.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=700 \quad V_1 = 1.01711 + 1776.10^{-7} (t - 110) + 338.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=800 \quad V_1 = 1.01670 + 1767.10^{-7} (t - 110) + 347.10^{-10} (t - 110)^2$$

$$P=900 \quad V_1 = 1.01629 + 1755.10^{-7} (t - 110) + 405.10^{-10} (t - 110)^2$$

dalle quali risulta

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = 288.10^{-10} + 536.10^{-13} \cdot p$$

e quindi

$$c_p = c_0 - 268.10^{-9} p - 250.10^{-12} \cdot p^2 .$$

Alla temperatura di 110° dunque il calore specifico del mercurio a pressione costante diminuisce coll' aumentare della pressione come appunto risulta dalle mie esperienze.

In quanto all' acetone ed all' alcool metilico risulta dalle mie esperienze che al di sopra di 20° e nei limiti di pressione da me raggiunti, il calore specifico medio a pressione costante aumenta coll' aumentare della pressione raggiungendo per il primo dei due un massimo, mentre che al di sotto di 20° diminuisce costantemente.

Istituto Fisico dell' Università di Siena 9 Settembre 1908.

LA CRISTALLIZZAZIONE DELL'ACQUA SOPRAFUSA.**BORIS WEINBERG.**

Per mostrare con un'esperienza da lezione il fenomeno della soprafusione dell'acqua, ho pensato di ricorrere a un metodo che permettesse il libero sviluppo dei cristalli; e cioè di introdurre nell'acqua soprafusa un pezzetto di ghiaccio contenuto in un tubo di vetro affilato. Questa esperienza, eseguita per la prima volta dal Sig. Michel Iwanow, dette dei risultati inattesi: quando la cristallizzazione raggiungeva la sommità del tubo ivi cominciava a crescere un cristallo a forma di stella esagonale, molto simile ai cristalli caratteristici di neve. L'abbondanza delle ramificazioni e la rapidità della cristallizzazione erano tanto più grandi quanto più bassa la temperatura dell'acqua sopraffusa.

**Fig. 1.**

Le soprafusioni da $-0^{\circ},3$ a -1° davano delle piccole stelle con delle ramificazioni sottili e poco numerose (fig. 1). Soprafusioni maggiori (da -1° a -3°) producendo delle stelle

con ramificazioni così sviluppate da rassomigliarle (fig. 2) a lamelle esagonali.



Fig. 2.

Il piano delle stelle conteneva la direzione della estremità del tubo di modo che — essendo tale estremità verticale — una lamella abbastanza grande divideva il vaso con l'acqua soprafusa in due parti.

Soprafusioni maggiori di -3° , specialmente se l'estremità del tubo non era abbastanza stretta, davano origine a parecchie lamelle orientate secondo differenti azimut; tutta la massa prendeva la consistenza d'un grumo e rassomigliava molto al « ghiaccio del fondo ».

I cristalli consistevano spesso in parecchie stelle di differenti dimensioni insieme combinate e aventi i loro piani, i loro raggi principali e anche le loro ramificazioni parallele (fig. 3).

Se una stella si frantuma, ogni pezzetto sale con delle piccole oscillazioni della normale al suo piano intorno alla direzione verticale e raggiunge così la superficie. Questa circostanza permette di spiegare la verticalità dell'asse ottico del ghiaccio dei laghi e delle riviere.

Lo sviluppo di questi cristalli di neve artificiale è facilmente proiettato sopra uno schermo se si colloca il vaso (un

pallone, un bicchiere, un cristallizzatore) con l'acqua sopra-fusa dentro un altro vaso a pareti piane e parallele contenente acqua a temperatura appena superiore alla temperatura di rugiada dell'aria ambiente.



Fig. 3.

Per soprafusione può servire un'acqua d'origine qualunque (distillata, di fonte etc), ma bisogna badare che il miscuglio refrigerante (ghiaccio tritato cosperso d'una forte soluzione di Na Cl) non sia troppo freddo (le migliori temperature sono da -4° a -6°) e che il suo livello sia inferiore a quello dell'acqua che si deve soprafondere. La proiezione è soprattutto brillante se si colloca il vaso tra due nicol incrociati. (In questo modo furono fatte le fotografie su riportate; ingrandimento 3×1). Allora la stella che si sviluppa progressivamente apparisce sopra un fondo scuro, diventa sempre più bianca col crescere del suo spessore (il quale è dell'ordine di

$\frac{1}{10}$ di millimetro) e poi prende le colorazioni di polarizzazione cromatica. Si può così dimostrare che questo cristallo è otticamente uniassico: se si gira il tubo affilato in modo che il piano della stella sia perpendicolare ai raggi che passano dentro i due nicol incrociati, l'immagine della stella scompare.

Le misure esatte di questi cristalli potranno essere fatte d'inverno, quando sarà facile rendere la loro esistenza meno passeggera che in quest'epoca. Le dimensioni di queste stelle — ad una soprafusione sufficiente (di -2° per es.) — dipendono principalmente dalle dimensioni del vaso che contiene l'acqua soprafusa: ho spesso ottenuto delle stelle grandi da 8 a 12 $\frac{c}{m}$.

St. Pétersbourg, Giugno 1908.

**Relazione del prof. Luigi Puccianti alla Società Italiana di Fisica
sopra la officina Carl Zeiss e sul corso di microscopia tenuto
in Jena l'ottobre 1907.**

*(Comunicata al Congresso di Firenze nella sezione di
Fisica — Ottobre 1908).*

Prima di tutto un saluto e un ringraziamento alla Società Italiana di Fisica e a tutte le gentili persone che in Jena agevolarono il mio compito con distinta ospitalità e cortesia.

Sebbene l'obiettivo principale della mia visita fosse la celebre officina ottica e le dimostrazioni pratiche, pure non è da trascurare un breve riassunto delle cose esposte nelle lezioni, per l'intelligenza delle quali una certa cognizione degli argomenti compensò in me l'imperfetta conoscenza della lingua.

Al corso erano presenti un buon numero di professori, dottori e qualche studente, cultori della fisica e delle scienze naturali e biologiche, convenuti da varie parti della Germania: tre scienziati francesi ed io eravamo i soli stranieri.

Aprì il corso il sig. H. Ambronn, professore di microscopia all'università di Jena, nella scuola del suo Istituto. Egli trattò diffusamente del limite di risoluzione del microscopio, illustrandolo secondo la teoria di Abbe, la quale consiste nel considerare l'oggetto non come una sorgente luminosa, sibbene come un apparecchio di diffrazione.

Per semplicità cominciò dai fenomeni coll'illuminazione centrale, e per oggetti di diversa costituzione, come reticoli di linee parallele, oppure di punti disposti regolarmente con struttura quadrata o triangolare, costruì le diverse figure

di diffrazione che si formano nel piano focale posteriore dell'obiettivo microscopico, e quindi le corrispondenti figure d'interferenza, che si ottengono quando la figura di diffrazione venga limitata da diaframmi diversi. Le quali figure d'interferenza costituiscono appunto l'immagine microscopica.

Estese appresso le considerazioni all'illuminazione con raggi convergenti, e, introdotto il concetto di apertura numerica, dedusse il limite di risoluzione del microscopio, dato dalla metà della lunghezza d'onda divisa per l'apertura numerica, e mostrò come questo si poteva abbassare:

1. aumentando l'apertura numerica (immersione omogenea uso della monobromonafalina),
2. diminuendo la lunghezza d'onda (microfotografia coi raggi ultravioletti).

Parlò poi dell'illuminazione a campo oscuro, riconnettendola alle cose precedentemente dette, coll'osservazione che in essa non si utilizza la luce trasmessa, sibbene quella diffratta.

Questa la parte principale della conferenza del prof. Ambronn, nella quale dal punto di vista didattico, mi interessò il modo chiaro ed elegante di illustrare la teoria di Abbe con grandi figure rappresentanti l'oggetto, l'immagine di diffrazione (che veniva via via in parte coperta con cartoni traforati) e le immagini microscopiche corrispondenti.

Seguirono esercitazioni pratiche, dirette dal dott. A. Köhler, nelle quali con reticoli incisi sopra vetro argentato e varii diaframmi da applicarsi nel piano focale posteriore dell'obiettivo, potemmo verificare le conseguenze della teoria di Abbe, e, quel che è più interessante, osservammo le figure di diffrazione prodotte da un *pleurosigma angulatum*, e verificammo come la sua immagine microscopica dipenda dall'illuminazione.

Altre esercitazioni, pure dirette dal Köhler servirono a mostrare l'uso delle *Testplatten* per osservare l'aberrazione cromatica residua (spettro secondario) degli obiettivi acromatici, e per correggere con l'opportuna lunghezza del tubo la aberrazione del vetrino copri-oggetti; correzione che cogli apocromatici di corto fuoco, si eseguisce invece coll'aiuto dello spostamento elicoidale dell'obiettivo stesso. Quindi facemmo misure dell'apertura numerica coll'*apertometro*.

Nella seconda conferenza, il dott. Köhler parlò dell'arte delle proiezioni e della fotografia microscopica e del suo processo di fotografia ed osservazione coi raggi ultravioletti.

Le proiezioni e fotografie si fanno:

1. col microscopio semplice (obiettivo Planar di corto fuoco),

2. col microscopio composto: e in questo caso bisogna fare attenzione al passaggio dalla messa in punto per l'occhio a quella per la proiezione. Ciò si può ottenere allontanando un poco tutto il microscopio dal preparato; ma così si va incontro all'inconveniente di turbare la correzione dell'aberrazione sferica. È quindi preferibile:

a) allungare il tubo,

b) allontanare l'oculare dalla lente del campo, ciò che è fatto negli oculari speciali per proiezione,

c) porre una camera fotografica puntata all'infinito al luogo dell'occhio.

Quando si tratta, o per fotografie o per proiezioni di adoprare una sorgente artificiale di luce, bisogna ricordare che il condensatore di Abbe non è esente del tutto da aberrazione sferica, e quindi, perchè esso dia un fascio di luce convergente bene uniforme, bisogna scegliere opportunamente il punto ove collocare la sorgente luminosa. In ogni caso è da evitare che l'immagine della sorgente si formi sul preparato. Per ottenere illuminazioni molto intense, quali sono necessarie nelle proiezioni ad un uditorio molto numeroso, è raccomandabile l'uso di una lente collettrice che formi l'immagine della sorgente nel piano focale del condensatore, o di due lenti, cioè un collimatore e un collettore.

Se fra queste due lenti s'inserisce uno o più prismi, si ottiene un illuminatore monocromatico, purchè la sorgente usata dia uno spettro di righe, come l'arco nel vuoto di mercurio, o le scintille tra elettrodi di cadmio e di magnesio; perchè si può fare in modo che la luce corrispondente a una sola riga venga a concentrarsi sull'Abbe.

Ricordando ciò che è detto nella prima conferenza, è facile prevedere i cambiamenti nell'immagine microscopica, quando si adoprano righe via via di diversa lunghezza d'onda.

Massimamente convenienti saranno i raggi ultravioletti. In tal caso è necessario usare il quarzo per le parti dell'illuminatore e per l'*Abbe*, e così per un prisma a riflessione totale, che sostituisce l'ordinario specchietto, e per la lastrina portaoggetti.

Ma per le parti ottiche del microscopio vero e proprio e per i *copri-oggetti* è necessario, a fine di evitare disturbi dovuti alla birefrangenza del cristallo di rocca, usare il quarzo fuso.

In mezzo a queste complicazioni una semplificazione notevole. Siccome si opera con luce monocromatica, non occorre la correzione di rifrangibilità, ma basta la semplice correzione sferica. Così è costruito l'obiettivo *monocromatico* aplanatico da una lente emisferica e tre menischi convergenti ¹⁾.

Così si può utilizzare un potere risolutivo circa doppio di quello che si può ottenere con la luce ordinaria; e si fanno fotografie; ma si può anche coll'aiuto di una piccola camera fluorescente, munita di un oculare, osservare comodamente ad occhio.

All'esposizione seguirono dimostrazioni pratiche eseguite dallo stesso Köhler dell'arte di fare le proiezioni, nelle quali dette molti ammaestramenti pratici, che qui non si possono in alcun modo riassumere.

Più interessanti furono le dimostrazioni coll'illuminazione monocromatica, e specialmente ultravioletta.

Due microscopi uguali, muniti di illuminatore monocromatico erano usati il primo con luce gialla, l'altro con luce azzurra (la riga azzurra forte del magnesio); il primo non risolveva, il secondo risolveva la struttura di un *pleurostigma angulatum*, come poteva prevedersi osservando (tolto l'oculare) la pupilla di egresso dell'obiettivo, la quale solo per il secondo comprendeva i raggi diffratti.

L'apparecchio per la fotografia e l'osservazione coi raggi ultravioletti era disposto nel modo seguente: La sorgente luminosa era costituita da una successione rapidissima di scin-

1) Pare che il metodo seguito nella costruzione di questi obiettivi sia una semplice applicazione del principio dei punti aplanatici della sfera, con cui l'Amici fece i primi obiettivi a immersione.

tille piuttosto brevi, che scoppiavano tra due elettrodi di magnesio, congiunti colle due armature di una batteria di bottiglie di Leyda. Questa veniva caricata da un trasformatore ad alta tensione, alimentato da corrente alternata. Si avevano più scariche ad ogni alterazione, cioè la frequenza media delle scariche doveva salire a qualche centinaio per secondo, e ne risultava una illuminazione dello schermo fluorescente che all'occhio appariva come continua. L'illuminatore monocromatico mandava nel microscopio la radiazione della riga $0^{\text{a}}, 275$. Sopra al microscopio era disposta la camera fluoroscopica o cercatore. Il preparato esposto era una sezione non colorata dell'occhio di una larva di rana, nella quale si vedevano in iscuo alcune particolarità istologiche della retina, ed il cristallino appariva come un corpo opaco. Lo stesso preparato non presentava all'osservazione ordinaria che qualche contorno.

Erano anche esposte parecchie fotografie, ottenute col processo del Köhler e colla luce ordinaria, le quali mostravano chiaramente i vantaggi della fotografia ultravioletta, cioè:

1. un aumento di risoluzione,
2. la possibilità di usare una minore apertura a parità di risoluzione,
3. la possibilità di ottenere immagini ben rilevate di molte particolarità istologiche, senza l'uso della colorazione.

Voglio osservare che il vantaggio 2 per la microscopia e micrografia è importante quanto il primo, e il 3, io credo assai di più.

Veramente tutti quelli che son pratici del microscopio sanno come la fotografia si applichi male ai forti ingrandimenti, cioè con grandi aperture numeriche pei preparati istologici, perchè i diversi piani del preparato non possono essere messi in fuoco insieme neanche con una tollerabile approssimazione. La possibilità a pari ingrandimento e con una risoluzione sufficiente per ottenere immagini perfettamente nette, di abbassare notevolmente nel rapporto da 1 a $\frac{1}{2}$, l'apertura numerica, accresce il potere penetrante, o se si vuole, la profondità di fuoco, e quindi migliora e facilita la fotografia.

Il potere risparmiare la colorazione, ed evitare quanto di incerto o relativo, o forse anche d'estraneo essa può intro-

durre nel preparato, mi pare cosa di un'importanza grandissima, nei casi almeno in cui non sia necessario il fissamento. Forse ciò non parrà così evidente agli scienziati che da tempo son abituati ad usare ed a fidarsi (non dico a torto) dei processi di colorazione; ma mi si permetta di citare il proverbio: fidarsi è bene, e non fidarsi è meglio. E se, essendo già diffusi, come per ora non sono, questi processi più diretti, si fossero messi fuori quelli di colorazione, che ora invece sono in uso, certo questi sarebbero stati accolti con diffidenza e si sarebbe detto: in ogni modo è sempre prudente fare osservazioni di riprova con preparati senza colorazione.

S'intende bene che ciò è detto per la colorazione in quanto serve a render visibili elementi di pura forma, non in quanto serve come reattivo. Nè si deve credere che i raggi ultravioletti non si possano usare che fotograficamente, perchè il cercatore permette già, come abbiamo visto, una comoda e chiara osservazione diretta.

Perciò credo bene richiamare l'attenzione sopra questo metodo, che, a differenza dei metodi ultramicroscopici, non è fra noi ancora conosciuto, e mi pare almeno altrettanto degno di considerazione da parte dei biologi.

Ma più che dalle mie parole i colleghi possono farsi un'idea diretta dei risultati di questo metodo dalla serie di fotografie che chiesi, ed ottenni per la biblioteca della nostra società.

La terza conferenza del dott. H. Siedentopf versava sopra un argomento più conosciuto, e quindi basterà per parte mia un breve cenno.

Egli parlò delle particelle ultramicroscopiche distinguendole in *amicroscopiche* (quelle che in nessun modo si possono osservare) e *sottomicroscopiche*, cioè quelle che possono diffondere tanta luce da dare un sensibile dischetto di diffrazione. Fece quindi una rivista diffusa sopra i moti browniani, descrisse le diverse disposizioni d'illuminazione col campo scuro, che servono a rendere visibili le particelle *sottomicroscopiche*, cioè quelle per riflessione totale di Cotton e Mouton e la modificazione di Scarpa, il riflettore parabolico, i diaframmi centrali applicati all'apparecchio d'illuminazione e all'obiet-

tivo a fine d'intercettare la luce diretta e lasciare la sola diffratta.

Seguirono esercitazioni col riflettore parabolico, il quale permette di osservare assai bene microbi viventi e le soluzioni colloidalì di oro e d'argento.

Qui è da fare una osservazione simile a quella fatta sopra per il metodo del Köhler. Anche questo processo, nato col fine di allargare la categoria degli oggetti osservabili col microscopio, ha ottenuto, quasi senza cercarlo, l'altro di perfezionare e render più diretta l'osservazione di quelli che già erano nel campo della microscopia, vale a dire i microrganismi. Per questi è già in uso da molto tempo di osservarli viventi, come sogliono dire i battereologi « in goccia pendente », metodo che permette di vedere poco e male. L'osservazione col condensatore parabolico ci mostra vivamente illuminati, sopra un campo quasi affatto nero, i microrganismi in modo evidentissimo. La tecnica ne è semplice e alla portata degli scienziati non fisici di professione. Credo quindi che il riflettore parabolico, forse più che per l'osservazione delle particelle ultramicroscopiche (per la quale il primo metodo d'illuminazione laterale di Siedentopf e Ziegmondy sarà sempre preferibile per potenza e per compiutezza di effetti), debba avere una larga applicazione alla battereologia, alla quale sembrava da principio che questi nuovi processi avessero a recare scarso contributo. Ricordo di aver sentito dire da qualche valente battereologo: « l'osservazione ultramicroscopica non ci potrà mostrare niente della struttura dei microrganismi così piccoli da sfuggire all'osservazione ordinaria: essa ce li mostrerà tutto al più come puntini luminosi che intorbidano un liquido, e ciò è troppo poco. Per quelli che già osserviamo, cioè che non sono ultramicroscopici non è il caso naturalmente di usare l'ultramicroscopio ».

Ma dopo le osservazioni eseguite col dott. Siedentopf non esito a rispondere che i metodi a campo oscuro non sono soltanto metodi ultramicroscopici, ed anche qui si offre il vantaggio di poter risparmiare la colorazione.

L'uso di un semplice diaframma centrale applicato all'Abbe può servire, sebbene incompletamente, all'osservazione

dei micròbi, ma non è indicato pei colloidi. Questi si possono osservare anche coll'obbiettivo munito di diaframma centrale ed uno speciale condensatore di piccola apertura numerica.

Ma preferibile a tutti, come già accennai, quale vero e proprio ultramicroscopio, è quello a illuminazione laterale. Con esso il dott. Siedentopf ci mostrò le particelle ultramicroscopiche nei vetri rossi di oro e in certi esemplari colorati di salgemma, facendoci ripetere alcune delle osservazioni già da lui pubblicate.

Assai interessanti per la fisica furono molte e belle proiezioni, specialmente quelle colle quali si ripeterono davanti a tutto l'uditorio alcune delle più caratteristiche esperienze del Lehmann sopra i cristalli fluidi e semifluidi.

Naturalmente tutti gli apparecchi usati nelle dimostrazioni e nelle esercitazioni erano i prodotti dell'officina Zeiss, e ciò mi dispensa dal darne una descrizione perchè essi sono ampiamente descritti nei cataloghi e nelle apposite istruzioni.

Insomma anche in questo corso era sinceramente e garbatamente svolto il doppio programma scientifico e industriale che Ernst Abbe dette alla sua fondazione.

Nel programma del corso era compresa una visita alle officine ottiche, ed alcune delle dimostrazioni pratiche si compievano in esse; ma ciò non bastava per me a compiere la mia missione principale di visitare e conoscere più ampiamente che mi fosse possibile la celebre industria.

Per ciò cercai subito di mettermi in relazione con qualcuno del personale scientifico di questa, che non fosse appunto in quei giorni occupato fuori dell'ordinario per il corso di microscopia, e che mi potesse esser di guida. E tale guida trovai subito, eccellente per cortesia e competenza, e in particolare utile a me per la sua conoscenza perfetta della mia lingua, nel dott. Max Pauly della sezione astronomica, al quale i miei più vivi ringraziamenti. Del resto nell'officina Zeiss si fa vedere volentieri il più possibile a chi mostri di intendersi della partita.

La prima impressione confermò, anzi accrebbe la persuasione che non si trattava di una semplice industria, ma di un istituto in cui la parte scientifica non era accessoria, o au-

siliaria, o direttiva, ma una parte finale e importante, se non estesa, come quella industriale; ma occupante anzi il posto d'onore. Così ciascuno dei collaboratori scientifici ha nella parte più quieta, e, dirò così meno officinale degli edifici, il suo piccolo laboratorio, dove svolge le sue ricerche, le quali sono riconnesse più o meno largamente e liberamente coll'attività industriale. Così non si cerca, come di solito nell'industria, un prodotto che superi quello dei concorrenti, ma un prodotto che superi via via anche il proprio, in modo da affrettare tutto il progresso dell'industria e della tecnica non solo a fine di concorrenza, ma senz'altro proponendosi questo progresso come fine.

Delle cose osservate in questi laboratori o studi ricorderò alcune nuove disposizioni spettrali a deviazione costante del dott. Löwe e gli strumenti di misura del dott. C. Pulfrich. Tra questi vi sono diverse forme di stereocomparatore e applicazioni della visione binoculare e dello stereoscopio, e in generale della fotografia presa da due punti di vista alle misure astronomiche topografiche, ad alcune osservazioni di fisica terrestre o meteorologia, p. e. allo studio delle nubi, e infine alla antropometria.

Queste ultime, che sono anche le più recenti, giungevano per me affatto nuove, e quindi fermavano maggiormente la mia attenzione.

Una fotografia stereoscopica presa con una speciale macchina di precisione, nella quale viene all'atto stesso della posa registrata automaticamente ogni indicazione necessaria, è poi misurata con uno stereometro di uso assai semplice, che permette di farne colla precisione sufficiente il rilievo a tre dimensioni.

E mi potei divertire a misurare alcune particolarità e rilievi della testa veneranda di Ernesto Eckel, il quale non aveva fatto che posare, come per un ordinario ritratto. E ricordai il racconto delle fatiche improbe durate dal collega Aldobrandino Mochi per misurare cogli ordinari strumenti antropometrici un gran numero d'indigeni in una sua recente spedizione scientifica nell'Africa.

Ognuno comprende come il lavoro antropometrico, specialmente in casi simili, possa venire straordinariamente alleggerito e abbreviato. Senza dire che le fotografie stereoscopiche conservano, oltre agli elementi necessari per la misura, tutte quelle particolarità e quell'espressione che la misura non potrà mai tradurre in numeri.

Questo è ciò che più fermò la mia attenzione nella sezione delle misure.

La sezione astronomica è naturalmente la più ricca di cose grandi, e ad essa è unito una specie di cantiere con un tornio enorme, con tettoie scorrevoli per la montatura dei grandi strumenti e per la prova degli obiettivi. Per questa vi è ancora una cupola nelle vicinanze delle officine e una sulle colline boschive che circondano la città.

Nel cantiere si trovava allora già quasi finito un equatoriale fotografico di grandi dimensioni, e nelle officine di questa sezione un numero grandissimo di strumenti minori in diverse fasi di fabbricazione, che le davano un carattere di lavoro intenso.

Fra le novità riconobbi con piacere l'elioscopio del Colsi di cui si costruisce nell'officina Zeiss un grandissimo numero di riproduzioni. Se questo giovane che pone tanto amore ed entusiasmo negli studi dell'ottica, legge il presente scritto, vi trovi anche le mie congratulazioni e l'incoraggiamento a proseguire per la via così bene incominciata.

I prismi del Porro, che hanno la più importante applicazione ai cannocchiali terrestri, servono utilmente a rendere più comodi gli spettroscopi da applicare ai cannocchiali per l'osservazione delle protuberanze solari.

Seppi inoltre che si dedicavano studi speciali agli specchi concavi che ora riprendono una grande importanza nella fotografia celeste.

Quanto all'arte della fotografia, non è il caso di riferire i recenti progressi degli obiettivi fotografici, e di descrivere i nuovi tipi di anastigmatici e apocromatici che sono quanto di più perfetto l'arte ottica ha saputo fare, e tali che quasi non si saprebbe desiderarli migliori. Più interessante sarà il fatto che nella Zeiss, per opera del dott. H. Lehmann si fanno studi

intorno alla fotografia a colori col processo Lipmann, cercando di renderne la tecnica più comoda e di più vasta applicazione.

Ci furono mostrate varie proiezioni di queste fotografie che per ora hanno più interesse scientifico che artistico.

Nella nostra visita agli stabilimenti ci fu presentata una specie di esposizione, e passammo in rivista microscopi di tutti i tipi per biologia, per geologia, microscopi stereoscopici, macchine fotografiche, strumenti di misura, refrattometri, cannocchiali terrestri, cannocchiali e binocoli stereoscopici, telemetri monoculari e binoculari, disposti questi per l'uso sulle terrazze dell'officina, e puntati alle placide collinette, già teatro delle gesta napoleoniche. Ma la sera, per favore speciale del dott. Straubel, tornai sopra le terrazze per ammirare altri strumenti più confacevoli alla storia del luogo, cioè i proiettori e i telegrafi ottici militari e certi apparecchi costruiti a forma di tetraedro, i quali, per mezzo di tre riflessioni totali rimandano i raggi sopra il loro cammino, qualunque sia l'incidenza. Due di questi, collocati sopra una collinetta a qualche chilometro di distanza, senza nessuna speciale cura di orientamento, risplendevano vivamente, ricevendo il fascio luminoso dei proiettori visibilissimi a noi, invisibili a chi si trovasse in altro luogo.

Questi strumenti hanno anche un'applicazione pacifica alle mire dei cerchi meridiani.

Le officine (dico le vere officine, non i laboratori scientifici) naturalmente sono parte meccaniche e parte ottiche. Queste ultime, essendo il lavoro ottico assai più lento, occupano una grande estensione. Delle meccaniche non è a dire in particolare niente di caratteristico, salvo che apparivano ben fornite di macchinario moderno, e bene ordinate e mantenute. Si capisce che la costruzione procede per serie di pezzi, ed è affidata a numerose e svariate macchine utensili. Le officine ottiche contrastano singolarmente con le meccaniche per esser queste rumorose e come piene di vita, quelle silenziose e monotone per l'uniformità e la lentezza del lavoro.

Tutti i pezzi ottici non così piccoli, come le lenti degli obiettivi microscopici, sono puliti colla macchina, e questa funziona tanto più lentamente quanto più grande è il pezzo da pulire: quelli al di sotto di una certa dimensione, vengono la-

vorati a molti insieme; per i prismi a riflessione totale, si usano addirittura come grandi vassoi, in cui si lavorano in uno stesso piano parecchie decine di facce.

L'operaio qui non fa che invigilare l'andamento delle macchine, e saggiare di tanto in tanto il pezzo, applicandolo sul vetro di prova. Questo è precedentemente lavorato colla stessa curvatura, ma di segno contrario, al pezzo che si deve ottenere. Il pezzo sarà finito quando le due superficie si adatteranno così esattamente l'una sull'altra che non si vedono più gli anelli di Newton, ma una tinta di interferenza uniforme.

L'indirizzo dato da Abbe alla costruzione ottica esclude i tentativi e le approssimazioni e i ritocchi; calcolati matematicamente gli elementi geometrici del sistema in modo da ottenere gli effetti e le correzioni volute, si costruiscono i pezzi, senza pensare, nè provare l'effetto, ma riproducendo con mezzi di verifica rigorosissimi gli elementi ottenuti dal calcolo. Per verificare lo spessore delle lenti servono specie di sferometri a indice di uso assai spedito. La pulitura viene verificata osservando le lenti esposte a un vivo raggio di luce. Il verificatore sceglie i pezzi perfetti, e rimanda indietro gli altri opportunamente segnati.

I pezzi piccoli vengono lavorati a mano, e uno stesso operaio (mi si disse) compie le diverse arrotature e puliture portando così il pezzo fino alla fine, mentre i pezzi grandi passano da un lavoratore all'altro.

Si comprende come di una buona lavorazione ottica sia nemica la polvere, e nelle officine Zeiss vi sono speciali disposizioni per toglierla. La nettezza e forbitezza delle stanze di lavoro ottico è sorprendente anche ragion fatta della solita scrupolosa forbitezza germanica, e aggiunge qualche cosa a un certo carattere signorile diffuso in ogni parte dello stabilimento. E questa impressione è, come a dire, confermata dall'aspetto stesso degli operai e dal loro contegno, dal numero piuttosto piccolo delle ore di lavoro, dall'ordine perfetto in cui vengono lasciate a sera le sale e le macchine.

È ammirevole la cura che si pone nell'educare e incivilire l'operaio, cominciando dall'abituarlo all'ordine e alla pulizia della propria persona e delle cose che lo circondano, e

poi venendo all'educazione della mente e dell'animo colle sale di ritrovo e di lettura e con tante altre istituzioni umane e benefiche fondate da Ernst Abbe.

La storia di queste opere e della officina e della fondazione Carl Zeiss è stata scritta in un volume assai interessante dal prof. Felice Hauerbach dell'università d'Jena, il quale accompagna la sua narrazione e la sua descrizione con considerazioni acute e profonde, talvolta anche troppo sottili, d'indole scientifica, tecnica, economica, sociale, umana ¹⁾.

A me basteranno poche parole.

La officina, dapprima, molto modesta, fu fondata nel 1846 per la meccanica di precisione da Carl Zeiss, nato nel 1816 a Weimar.

Zeiss cominciò tosto a costruire microscopi semplici, poi microscopi composti; poi, volendo fare qualcosa di più e di meglio di ciò che produceva allora la tecnica, cercò un col-laboratore scienziato, ed ebbe il senno e la fortuna di fermarsi sopra Ernst Abbe (nato nel 1840 ad Eisenach) che aveva in varié università della Germania fatte lodevoli prove nella fisica e nella matematica, e che fu anche chiamato come professore di fisica nell'università stessa d'Jena, ma lasciò l'insegnamento per la tecnica; e che fu poi nominato dottore onorario dalla facoltà di medicina di Halle e da quella di diritto d'Jena. Egli riformò l'industria ottica, togliendone i tentativi e le approssimazioni successive, e fondandola sopra calcoli di alta precisione che assegnassero preventivamente gli elementi geometrici del sistema. Riconobbe come i soliti vetri fossero insufficienti a concretare i migliori risultati del calcolo, i quali egli verificò coll'aiuto di liquidi che permettevano con opportuna scelta e miscugli di avvicinarsi meglio alla rifrazione e alla dispersione, indicate come desiderabili dalla teoria. Come Abbe ebbe messa in luce, e dimostrata in una pubblicazione la necessità di una riforma dell'arte vetraria, si offrì ad attuarla il dott. Otto Schot di Witten, che fondò la vetreria, la quale per parte sua allargò il programma alla costruzione di tutte le specialità vetrarie richieste dalla tecnica e dalla scienza.

1) Felix Auerbach "Das Zeisswerk und die Carl Zeiss Stiftung: Ihre Wissenschaftliche Technische und Soziale Entwicklung und Bedeutung". Jena 1907.

Così, procedendo, dalla teoria delle immagini, che Abbe fece quasi solo per la sua opera, l'industria ottica, munita di potenti mezzi analitici, dotata del nuovo e svariato materiale vetrario, sorse prima coi microscopi, poi coi cannocchiali, cogli obiettivi fotografici ecc. ecc. ad una altezza ed una perfezione di cui prima non si aveva idea. Così dopo un lungo periodo di lotte e di preparazioni ed una rapida ascensione, fu vinta la concorrenza mondiale.

Su questa solidissima base economica si impiantarono agevolmente le riforme e le istituzioni sociali. Finchè Abbe, rimasto unico proprietario, trasformò addirittura, con un atto di generosità meraviglioso, la sua proprietà in una istituzione impersonale la *Carl Zeiss Stiftung*, cioè in un ente morale, sottoposto alla tutela dello Stato, retto da uno statuto che gli economisti e sociologi giudicano un capolavoro di saggezza e di previdenza; la quale Fondazione Carlo Zeiss si propone l'utile della scienza, della tecnica e dell'umanità, cominciando dai propri lavoratori e estendendosi anche assai fuori delle porte della officina.

In poche parole, Abbe, oltre la sua opera infaticabile, donò tutto il suo, cioè molti milioni al bene degli uomini, bene materiale, intellettuale, morale, serbando a sè solo poche centinaia di migliaia di marchi, e non per sè, ma per dotare le due sue figlie.

Il lettore immaginerà facilmente l'effetto di una tale opera in una piccola città, sede del piccolo, antico e glorioso ateneo che ha avuto fra i suoi professori Federigo Schiller, sola nel piccolo ducato di Sax Weimar.

La città si è arricchita, abbellita, ed è avanzata moralmente e materialmente.

La università, alle vecchie glorie ha aggiunto la floridezza moderna di nuovi, bellissimi istituti scientifici, dei quali più attentamente, come era naturale, io visitai quello di fisica, diretto dal prof. Winkelmann.

Il piccolo ducato ha acquistata nuova importanza e gloria, o meglio nuovo splendore alla tradizionale gloria vetraria della Turingia.

Così il primo oggetto del mio studio e della mia ammirazione, cioè l'officina e il laboratorio e le conquiste dell'arte e della scienza ottica, cedeva il posto d'onore a un altro più nobile e vivo, la fondazione e la sua opera largamente benefica; e fui preso dal fascino ben più potente dell'uomo buono, di cui era così fresca la memoria nelle persone che incontravo.

Le opere di grande valore umano sono prodotte da una inesorabile volontà, congiunta ad una vivida intelligenza e ad un fervido senso di amore. Se queste tre forze, che sono l'esaltazione stessa delle facoltà fondamentali dello spirito, non possono essere totalmente disgiunte fra le varie persone, le quali si uniscono armonicamente nell'opera, pure sono spesso incarnate in grado diverso da ciascuna di esse.

Carl Zeiss fu principalmente la volontà che intraprende e persevera, che si appunta con egual forza sul fine lontano e sul mezzo necessario, che si propone sempre un fine più lontano di quello conseguito.

Ma Abbe fu l'intelletto e l'amore, anzi fu così unitamente l'una e l'altra cosa, che meglio è dire di lui « fu l'intelletto d'amore ».

Non è fare un gioco di parole il dire che una stessa potenza in lui contenuta operasse la convergenza perfetta dei raggi luminosi attraverso i dotti sistemi ottici, e la concordia degli uomini nella buona fondazione. Il suo procedimento fu matematico; l'idea astratta era in cima alla sua mente, e vi regnava sovrana. Lo schema puro e vuoto ne discendeva prima anche che esistesse la materia specifica in cui concretarlo; così i sistemi apocromatici esistevano già in potenza nei numeri, prima ancora che Otto Schott, il maestro del vetro, avesse preparato le sostanze rifrangenti in cui tagliarli. Così il suo mirabile statuto nacque nella astrazione, e vive e opera ancora nella realtà degli uomini.

Questa armonia e quasi unità della sua opera scientifica e umana, questo suo carattere eminentemente intellettuale e logico, ha fatto ritenere anche la sua bontà, la generosità quasi senza paragone, il sacrificio di tutto sé agli altri, come una deduzione logica di un suo concetto del dovere. Ma ciò non

può essere ; o ad ogni modo io potrò ancora domandare : di dove questo concetto del dovere ? E perchè un uomo che aveva un concetto quasi unico del dovere non sarebbe poi condotto al disprezzo degli altri, anzi avrebbe avuto tanta indulgenza e benignità da accogliere chiunque battesse alle porte della sua officina, da moltiplicare le prove e i tentativi sugli inetti o gl' indolenti, pur di trovare finalmente un lavoro che riuscissero a fare ?

No, per carità, non trasformiamo un uomo nobile e pienamente vissuto in una figura astratta e irreale come una figura geometrica. Io non credo che la bontà possa nascere dal ragionamento, che la fede negli uomini possa stabilirsi sopra un sistema filosofico, che il sacrificio possa risultare dal calcolo.

Forse una modestia rara, quasi una pudicizia squisita condusse Abbe stesso a far pensare ciò di sè, celando così la parte più nobile della sua anima ; ma io non posso immaginare il principio dei suoi grandi benefici, della sua rinunzia, che in un grande moto del sentimento, in un vivo palpito del cuore.

Alla sua memoria mi piace di mandare un saluto da Firenze che conserva nella antichissima S. Maria Maggiore, una tomba con questa semplicissima iscrizione :

QUI DIACE

SALVINO ARMATO DEGLI ARMATI DI FIRENZE

INVENTOR DEGLI OCCHIALI

DIO GLI PERDONI LE PECCATA

ANNO D. MCCCXVII.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Walker M. Bezeichnungen für physikalische Größen. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 786, 1908.
- Northrup E. F. Use of Analogy in viewing physical Phenomena. *Journ. Franklin Inst.* **166**, p. 1, 1908.
- Hargreaves R. Integral Forms and their Connexion with physical Equations. *Trans. Cambr. Phil. Soc.* **21**, p. 107, 1908.
- Witt G. Ueber Interpolation durch Addition. *Astron. Nachr.* **178**, p. 225, 1908.
- Sutherland W. Another Method of measuring large molecular Masses. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 497, 1908.
- Stephensen A. On periodic nonregenerating force of high frequency. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 616, 1908.
- Picard E. Sur deux applications de l'équation de Fredholm à des problèmes de Physique mathématique. *Compt. Rend.* **147**, p. 547, 1908.
- Tedone O. Sui metodi della fisica matematica. *Ann. di Matem.* (3), **15**, N. 2, 1908.
- Appel P. L'enseignement des sciences et la formation de l'esprit scientifique. *Génie Civil.* **53**, N. 14, 1908.
- de Heen P. De l'induction de l'énergie sous ses trois formes: mécanique, électrique et électromagnétique. *Bull. Ac. Roy. de Belgique.* N. 4, 1904.
- Jones T. M. Il calcolo meccanico. *Journ. of Franklin Inst.* **166**, N. 3, 1908.
- Ridpath J. W. Fotografia dell'acqua in movimento. *Journ. of Franklin. Inst.* **166**, N. 3, 1908.
- Ziegler. Méthodes optiques pour la détermination de la dureté des constituants des alliages. *Revue de Métallurgie.* **5**, N. 9, 1908.
- Perrin J. Grandeur des molécules et charges de l'électron. *Compt. Rend.* **147**, p. 594, 1908.
- Gerland E. Ueber die Stetigkeit der Entwicklung der physikalischen Kenntnisse. *Phys. Zeit.* **9**, p. 609, 1908.
- v. Szyszkowski B. Ein neues Verfahren zur Kalibrierung von Kapillarröhren. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 201, 1908.

2. Densità.

- Osborne M. S. and Veazey B. H. The testing of glass volumetric apparatus. *Bull. Bureau of Standards.* **4**, p. 552, 1908.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Slate F. The essential meaning of d'Alembert's principle. *Science.* **28**, p. 154, 1908.
- Mc Dowall J. The mechanism of motion. *Chem. News.* **96**, p. 61, 1908.

- Tuma J. Eine Methode zur Messung des Momentanwertes einer Rotationsgeschwindigkeit. *Phys. Zeit.* 9, p. 565, 1908.
- Haag. Sur quelques mouvements remarquables. *Compt. Rend.* 147, p. 843, 1908.
- Rémoumes G. Sur la tendance des systèmes matériels à échapper au frottement. *Compt. Rend.* 147, p. 299, 1908.
- Malmström R. Die Theorie des Schlickschen Schiffskreisels. *Acta Soc. Fenn.* 35, p. 17, 1907.
- Kötter F. Ueber die Torsion des Winkelleisens. *Berl. Ber.* p. 985, 1908.
- Gibson J. The Variation of Young's modulus under an electric current. *Roy. Soc. Edinburgh.* 13 Luglio 1908.
- Sears J. E. On the longitudinal impact of metal Rods with rounded ends. *Trans. Cambr. Phil. Soc.* 31, p. 49, 1908.
- Guye C. E. et Minz S. Étude sur la viscosité de quelques métaux en fonction de la température. *Arch. de Genève.* (4), 26, p. 186, 1908.
- Hempelmann A. Versuche über Torsion rechteckig-prismatischer Stäbe. Diss. Karlsruhe. 1907.
- Deeley R. M. The viscosity of Ice. *Roy. Soc.* 4 Giugno 1908.
- Lauricella G. Sulle vibrazioni delle piastre elastiche incastrate. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 198, II sem. 1908.
- Ciotti U. Sopra la distribuzione locale di azioni tangenziali sulla superficie di un suolo elastico. *Rend. Ac. Lincei.* (5), 17, p. 226, II sem. 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Hargreaves R. A pressure-integral as kinetic potential. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 486, 1908.
- Schütte. Hydrodinamische Versuchsrinnen. *Schrif. Naturf. Ges. Danzig.* 12, XIII, 1908.
- Whittaker E. T. On the Theory of Capillarity. *Roy. Soc. London.* 28 Maggio 1908.
- Weber R. M. Die Bewegung kapillarer Grenzflächen und die Randwinkelgesetze für bewegte reibende Flüssigkeiten. *Ann. d. Phys.* (4), 28, p. 684, 1908.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Schierlech J. F. Ueber den Koeffizienten der inneren Reibung von reinen Argon und reinem Helium. 30 p. Diss. Halle a. S. 1908.
- Köppen W. Die Orientierung fallender Prismen in der Luft. *Met. Zeit.* 25, p. 280, 1908.

6. Apparecchi.

- Vigreux H. Nouveau réfrigérant à aspirateur. *Bull. Soc. Chim.* (4), 3, p. 855, 1908.
- Vigreux H. Nouveau réfrigérant à aspirateur et récupérateur pour évaporations rapides. *Bull. Soc. Chim.* (4), 3, p. 858, 1908.
- Richards T. W. und Mathews J. H. Ueber elektrisches Heizen bei der fraktionierten Destillation. *Zeit. f. Phys. Chem.* 64, p. 120, 1908.
- van der Meersbrugge G. Sur le pseudo-siphon de J. Plateau. *Bull. Ac. Roy. de Belgique.* N. 3, 1908.
- Kauffmann W. Eine Bandklemme. *Phys. Zeit.* 9, p. 616, 1908.

B. Fisica chimica.**1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.**

- Wendstra H. W. Ueber die Innere Reibung kolloidaler Silberlösungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **68**, p. 619, 1908.
- Cohen E. Physikalisch-chemische Studien am Zinn. VII. *Zeit. f. Phys. Chem.* **68**, p. 625, 1908.
- Getman F. M. Viscosity of non-aqueous Solutions of Potassium Iodide. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 1077, 1908.
- Sackur O. Der osmotische Druck konzentrierter Lösungen von Nichtelektrolyten. *Chem. Zentralbl.* **2**, p. 472, 1908.
- Callendar H. L. Ueber Dampfdruck und osmotischen Druck konzentrierter Lösungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **68**, p. 641, 1908.
- Cohen E. und Commelin J. W. Osmotische Untersuchungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 1, 1904.
- Vegard L. Researches upon Osmosis and osmotic Pressure. *Phil. Mag.* **16**, p. 396, 1908.
- Oechsner de Coninck W. Quelques reflexions sur le rôle de la ionisation dans certaines réactions chimiques. *Bull. Acad. Roy. de Belgique.* N. 3, 1908.
- Guye C. E. et Multz S. Étude sur la viscosité de quelques métaux en fonction de la température. *Archives de Genève.* (14), **26**, N. 8, 1908.
- Kurbatow W. Zur Avogadro-Guldberg'schen Regel. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 818, 1908.
- Abel E. Vorlesungsversuch zur Demonstrierung des Massenwirkungsgesetzes. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 680, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Rothmund T. Ueber Löslichkeitsbeeinflussung. *Zeit. f. Elektrochemie.* **14**, p. 532, 1908.
- Stieglitz J. The solubility product. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 946, 1908.
- Armstrong H. E. Hydrolysis, Hydration and Hydration as determinants of the Properties of aqueous Solutions. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 80, 1908.
- Armstrong H. E. and Crothers D. The Influence of Salts on Hydrolysis and the Determination of Hydration Values. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 102, 1908.
- Ballico G. Gas occluso dans un acier au nickel spécial. *Compt. Rend.* **147**, p. 244, 1908.
- Oechsner de Coninck et L. Arzaller Action de corps solubles sur des corps insolubles. *Bull. Acad. Roy. de Belgique.* N. 4, 1908.
- Kraus A. C. Soluzioni di metalli in solventi non metallici. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, N. 8, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- McCoy N. H. Relation between the ionising power and the dielectric constants of solvents. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 1074, 1908.
- Blitz W. Ueber die Ausflockung kolloidaler Lösungen innerhalb galvanischer Ketten. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 567, 1908.

- Wileox G. W. The validity of Faraday's Law at low Temperatures. *Sciences*. **28**, p. 222, 1908.
- Carhart H. S. Revisions of the theory of electrolysis. *Smiths. Rep.* p. 147, 1907.
- Haber F. Ueber feste Elektrolyte. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 927, 1908.
- Ewell A. W. A new Method for Determining the Difference of Potential between a Metal and a Solution of one of its Salts. *Science*. **28**, p. 256, 1908.
- Lüb W. Ueber die Einwirkung der stillen Entladung auf feuchten N und feuchtes NO. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 558, 1908.
- Wegelius H. Ueber den Einfluss der Konzentration auf die Optimumtemperatur der elektrischen Leitfähigkeit der schwachen Elektrolyte mit negativer Dissoziationswärme. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 514, 1908.
- Doelter C. Ueber Dissoziation im festen Zustande. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 552, 1908.
- Lewis G. N. Die Bestimmung der Jonenhydratation durch Messung von elektromotorischen Kräften. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 509, 1908.
- Whetham W. C. D. et Paine H. H. Les propriétés électrolytiques des solutions diluées d'acide sulfurique. *Chem. News*. **98**, N. 2545, 1908.
- Wegelius H. Influenza della concentrazione sulla temperatura *Optimum* della conducibilità elettrica degli elettrodi deboli a calore di dissociazione negativo. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, N. 31, 2908.
- Billitzer J. Studien über die elektrische Doppelschicht. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 684, 1908.
- Hesshus N. Die Potentialdifferenz zwischen Elektrode und Elektrolyt. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* **40**, p. 209, 1908.

4. Fotochimica.

- Luther R. Photochemische Reaktionen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 445, 1908.
- Byk A. Elektrochemische und elektromagnetische Theorien der photochemischen Prozesse. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 460, 1908.
- Stobbe H. Die Photochemie organischer Verbindungen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 473, 1908.
- Giamioian G. Sur les actions chimiques de la lumière. *Bull. Soc. Chim.* (4), **3**, I, 1908.
- Vanzetti L. Reazioni catalitiche ed equilibri fotochimici. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **17**, p. 285, II. sem. 1908.
- Weigert F. Ueber chemische Lichtwirkungen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 561, 1908.
- Pletnicow J. Die photochemische Oxydation des H₂ durch O. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 215, 1909.
- Trivelli H. P. A. A contribution to our Knowledge of the solarisation phenomenon and of some other properties of the latent image. *Proc. Amsterdam*. **11**, p. 2, 1908.
- Schmidt W. Untersuchungen über von trocknenden Oelen ausgehende Strahlungsercheinungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 243, 1908.

5. Termochimica.

- Haber F. Ueber die Bunsenflamme. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 571, 1908.
- Redgrene H. S. On the calculation of thermo-chemical constants. *Chem. News*. **97**, p. 253, 266, 98, p. 80, 1908.

- Stegmüller P. Beitrag zur Kenntnis der Bildungswärme von H_2 aus den Elementen. Diss. Karlsruhe 1907.
- Bodenstein. Messungen von Gasgleichgewichten. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 544, 1908.
- Trautz M. und Volkmann K. T. Der Temperaturkoeffizient chemischer Reaktionsgeschwindigkeiten I. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 53, 1908.
- Trautz M. Beiträge zur Thermodynamik des Sulphurylchloridgleichgewichtes. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 534, 1908.
- Goldschmidt H. Neue Thermireaktionen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 558, 1908.
- Weiss B. Ueber pyrophore Legierungen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 549, 1908.
- Mixter W. G. The Heat of Combination of acidic Oxides with Sodium Oxide, and the Heat of Oxidation of Chromium. *Sill. Journ.* (4), **26**, p. 125, 1908.
- Haber F. und Le Rossignol R. Die Lage des NH_3 -gleichgewichtes. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 513, 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

- Quincke G. Flüssige Kristalle, Myelinformen und Künstliche Zellen mit flüssig-Kristallinen Wänden. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 615, 1908.
- Isaac F. Die Temperaturen spontaner Kristallisation von Lösungsgemischen und ihre Bestimmung mittels des Brechungsindex. *Proc. Chem. Soc.* **24**, p. 30, 1908.
- v. Lepkowski W. Ueber den Einfluss der Abkühlungsgeschwindigkeit auf die Zusammensetzung gesättigter Mischkristalle. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 285, 1908.
- Gingsberg A. S. Isomorphismus der Ca- und Mg-bisilikate. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 346, 1908.
- Beckenkamp J. Ueber das « physikalische Molekül » der verschiedenen Krystallssysteme. *Zeit. f. Krist.* **45**, p. 225, 1908.
- Weinberg B. The Crystallisation of over-cooled Water. *Nature*. **78**, p. 390, 1908.
- Brügelmann G. Die Kristallisation der alkalischen Erden, insbesondere des Kalkes, aus ihren Nitraten. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 248, 1908.
- Biéler-Chatelan T. Dimorphismes du soufre. *Arch. de Genève.* (4), **26**, p. 181, 1908.
- Wulff G. Ueber die Natur Kristallinischer Flüssigkeiten. *Zeit. f. Krist.* **45**, p. 209, 1908.
- Campbell W. Ueber die Gefüge der Metalle, deren Veränderungen durch Bearbeitung und Wärmebehandlung. Halle. 1908.
- Lehmann O. Flüssige und scheinbar lebende, fest-flüssige Kristalle. *Aus der Natur*. 1908.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

- Dieckmann E. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der von einem Poulsen-Lichtbogen ausgesandten kurzwelligen Schallstrahlen. 28 p. Diss. Berlin. 1908.

2. Acustica fisiologica.

3. Acustica musicale.

4. Apparecchi.

D. Calore.**1. Teoria meccanica del calore.**

Amagat E. M. Sur l'extension du théorème de Clausius. *Journ. de Phys.* (4), 7, pag. 669, 1908.

Schreiber K. Wirkungsgrade. *Mühlen- und Speicherbau.* p. 223, 240, 1908.

Cebrian F. Considerazioni sulla teoria di Gibbs. *An. de la Soc. Espan. de Fis. y. Química.* N. 6, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

Reboul G. Applicazioni della teoria cinetica dei metalli. *Radium.* 5, p. 129, 1909.

3. Dilatazione e termometria.

Dersey H. G. Coefficients of Expansion at low Temperatures. *Science.* 28, p. 256, 1908.

Heiborn L. und Henning F. Ueber das Platinthermometer und den Sättigungsdruck des Wasserdampfes zwischen 50° und 200°. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 888, 1908.

Leconte F. Thermomètres spéciaux. *Arch. de Genève.* (4), 26, p. 167, 1908.

Hyndman F. La dernière avance vers le zéro absolu. *Engineering.* 86, N. 2226, 1908.

Zeleny A. A galvanometer scale for the direct reading of temperature with thermoelectric couples. *Phys. Rev.* 27, p. 141, 1908.

4. Calorimetria.

Barnes H. S. A continuous calorimeter. *Science.* 28, p. 176, 1908.

Mills J. E. The specific Heats of the Elements. *Science.* 28, p. 221, 1908.

Fürstenau R. Ueber das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Gase und seine Abhängigkeit von der Temperatur. 42 p. Berlin. 1908.

Kurbatow W. Zur Wärmekapazität des Hg. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 811, 1908.

Richards T. W. and Rowe A. W. Eine neue Methode zur Bestimmung der spezifischen Wärmen von Flüssigkeiten. *Zeit. f. Phys. Chem.* 64, p. 187, 1908.

Deroschewski A. und Rakowski A. Die Wärmekapazität des Spiritus und seiner Mischungen mit Wasser. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 40, p. 860, 1908.

Bogojawlensky A. und W. Sogrodow. N. Ueber die spezifischen Wärmen und Schmelzwärmen der isomorphen Substanzen und ihrer Mischungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* 64, p. 251, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

Blackmann P. Eine einfache Methode der Dampfdichtebestimmung. *Zeit. f. Phys. Chem.* 63, p. 635, 1908.

Mellier H. Dampfdruck von wässerigen Ammoniaklösungen. *Zeit. f. d. Ges. Kälte-Ind.* 15, p. 141, 1908.

Friedrich K. und Leroux A. Die Schmelzdiagramme der binären Systeme Cu — Cu₂Se, Ag — Ag₂Se und Pb — PbSe. *Metallurgie.* 5, p. 355, 1908.

Peddie W. Inversion temperatures and the equation of state. *Roy. Soc. Edinburgh.* 7 Luglio 1908.

- Bradley W. P. Browne A. W. and Hale C. F. Liquid above the critical temperature. *Science*. **28**, p. 221, 1908.
- Mills J. E. Some relations at the critical Temperature. *Science*. **28**, p. 222, 1908.
- The liquefaction of Helium. *Science*. **28**, p. 180, 1908.
- v. Jüptner H. Verdampfungsstudien. II. *Zeit. f. Phys. Chem.* **63**, p. 579, 1908.
- Biltz W. Notizen über Schmelzen und Sublimieren einiger Sulfide. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **59**, p. 273, 1908.
- Laby T. H. The Supersaturation and nuclear Condensation of certain organic Vapours. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 219, 1908.
- de Heen P. Sur l'absence de signification du point critique lorsque un liquide n'est pas en contact avec sa vapeur. *Bull. Acad. Roy. de Belgique*. N. 4, 1908.
- Tower O. F. La détermination des tensions de vapeur des solutions avec l'appareil Morley. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **30**, N. 8, 1.08.
- Ornstein L. S. Calculation of the pressure of a mixture of two gases by means of Gibb's statistical mechanics. *Proc. Amsterdam*. **11**, p. 116, 1908.
- Bradley W. P. Browne A. Wand Hale C. F. Liquid air above the critical temperature. *Phys. Rev.* **27**, p. 90, 1908.
- Kamerlingh Onnes H. L'hélium liquide. *Compt. Rend.* **147**, p. 421, 1908.
- Kamerlingh Onnes H. The liquefaction of helium. *Amsterdam*. **11**, p. 168, 1908.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

- Lees C. H. The effects of temperature and pressure on the thermal conductivities of solids. II. *Phil. Trans.* **208**, p. 381, 1908.
- Rogowski E. Ueber den Temperatursprung an der Grenze zweier Körper. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 213, 1908.

8. Calore radiante.

- Bottanley J. T. and King F. A. Thermal Radiation in absolute Measure at very low Temperatures. *Phil. Trans.* **208**, p. 349, 1908.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

- Thenet F. Théorie de la vapeur d'eau surchauffée, tenant compte de la variabilité de sa chaleur spécifique à pression constante. *Rev. de Méc.* **28**, N. 1, 1908.
- Clerk D. I progressi della macchina a vapore. *Engineering*. **86**, N. 2227, 1908.
- Sohantir A. Grundlagen für den Bau und die Theorie von Dampfturbinen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 227, 1908.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

- Brush C. F. Changes in density of the Ether, and some optical Effects produced by it. *Science*. **28**, p. 254, 1908.
- v. Ignatowsky W. Diffraction und Reflexion, abgeleitet aus den Maxwell'schen Gleichungen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 1081, 1908.

Hull G. F. Light Pressure on black Surfaces and on thin Plates of Glass. *Science*. **28**, p. 254, 1908.

Lorentz H. A. Zur Strahlungstheorie. *Phys. Zeit.* **9**, p. 562, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Erlie H. Zur Brechung and Absortion des Lichtes in absorbierenden Medien. *Phys. Zeit.* **9**, p. 563, 1908.

Stein J. La dispersion apparente de la lumière dans l'espace interstellaire et l'hypothèse de M. Lebedew. *Compt. Rend.* **147**, p. 228, 1908.

Ebert H. Die anomale Dispersion und ihre Bedeutung für die Astronomie. *Vierteljahrsschr. Astron. Ges.* **41**, p. 246, 1908.

Paschen F. Ueber die Dispersion des Steinsalzes und Sylvins im Ultrarot. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 1029, 1908.

Keoh J. Ueber die Wellenlänge der Reststrahlen von Gips. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 974, 1908.

Doroshewski A. und Dworschantschik S. Brechungsexponent der Gemische von Spiritus und Wasser. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 908, 1908.

3. Spettroscopia.

Goldschmidt R. Einrichtung zur Erzeugung farbiger Flammen. *Chem. Zentrbl.* **2**, p. 824, 1908.

Ritz W. Ueber ein neues Gesetz der Serienspektren. *Phys. Zeit.* **9**, p. 521, 1908.

Watson H. E. The spectrum of the lighter Constituents of the Air. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 181, 1908.

Coblentz W. W. Selective radiation from the Nernst Glow. *Bull. Bur. of Standards.* **4**, p. 533, 1908.

Bergmann A. Beiträge zur Kenntnis des ultraroten Emissionspektren der Alkalien. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 113, 145, 1908.

de Gramont A. et de Watteville C. Sur le spectre ultraviolet du silicium. *Compt. Rend.* **147**, p. 239, 1908.

Erlie H. Ueber die Abhängigkeit der Lage der Absorptionsstreifen von der Temperatur. *Archiv. f. Optik.* **1**, p. 369, 1908.

Angström K. Einige fundamentale Sätze betreffs der Absorption und der Absorptionsspektren der Gase. *Arkiv. for. Mat. Astron och Fysik.* **4**, p. 13, 1908.

De Gramont A. Sur les indications quantitatives qui peuvent être fournies par les spectres de dissociation. *Compt. Rend.* **147**, p. 307, 1908.

Pfund A. H. Metall-lichtbogen für spektroskopische Untersuchungen. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 326, 1908.

Fowler A. The spectrum of Scandium and its relation to Solar spectra. *Roy. Soc.* **25** Giugno 1908.

Humpreys W. J. Bericht über die Verschiebung von Spektrallinien durch Druck. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 324, 1908.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

5. Luminescenza.

- Trautz N. Chemilumineszenz. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 453, 1908.
- Waggoner C. W. A study of short-time Phosphorescence. *Science*. **28**, p. 215, 1908.
- Gibbs R. C. The influence of temperature on the fluorescence of uranium Glass. *Science*. **28**, p. 255, 1908.
- v. Schweidler E. Ueber Fluoreszenz und lichtelektrische Wirkungen. Wien. Braumüller W. 1908.
- Fischer O. Ueber diskontinuierliche kathodolumineszenzspektren einiger aromatischer Verbindungen. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 305, 1908.
- Trautz N. Beiträge zur Photochemie. *Zeit. für Wiss. Phot.* **6**, p. 331, 1908.
- Zickendraht H. Elektrische Untersuchungen am fluoreszierenden Natriumdampfe. *Verh. Naturf. Ges. Basel*. **19**, p. 224, 1908.
- Zickendraht H. Untersuchungen am fluoreszierenden Natriumdampfe. *Phys./Zeit.* **9**, p. 593, 1908.
- Wood R. W. Ueber die Emission polarisierten Lichtes seitens fluoreszierender Gase. *Phys. Zeit.* **9**, p. 590, 1908.
- Wood R. W. and Carter T. S. The fluorescence and magnetic rotation spectra of K-vapor. *Phys. Rev.* **27**, p. 107, 1908.

6. Fotografia.

- Schaum H. Anwendung der Photochemie auf die Photographie. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 483, 1908.
- Scheffer W. Mikroskopische Untersuchung photographischer Schichten. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 489, 1908.
- v. Hübl A. Die Farbenphotographie. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 499, 1908.
- Lehmann E. Ueber das Verhältnis von Absorption und Empfindlichkeit bei photographischen Präparaten. *Zeit. f. Phys. Chem.* **64**, p. 89, 1908.
- Damry A. Photographies intégrales. *Soc. Belg. d'Astron.* **13**, N. 7, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

- Wright O. S. Note on an improvement in the method of determining visibility curves. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 395, 1908.
- Milner C. R. On interference fringes obtained with Glass Wedges, and their application to the Examination of Plate Glass. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 429, 1908.
- Stark M. Die Interferenzbilder der Kristalle. 21 p. Wien. W. Braumüller. 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

- Lord Rayleigh. On reflexion from glass at the polarizing angle. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 444, 1908.
- Zehnder L. Ueber die Polarisation des Lichtes bei der Glasreflexion. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 998, 1908.
- Königsberger J. Ueber einen Apparat zur Erkennung und Messung optischer Anisotropie undurchsichtiger Substanzen und dessen Verwendung. *Zentrbl. f. Min.* p. 565, 1908.
- Schwitring F. Beiträge zur Kenntnis der partiellen und der totalen Reflexion des Lichtes an durchsichtigen inaktiven Kristallen. *Neuss. Jarbrb. f. Min.* **26**, p. 296, 1908.

Anderson J. A. The rotation of a Crystal of Tourmaline by plane polarised Light. *Nature*. **78**, p. 418, 1908.

Wood R. W. Ueber die Emission polarisierten Lichtes seitens fluoreszierender Gase. *Phys. Zeit.* **9**, p. 590, 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Caldwell R. J. and Whymper R. The Determination of optical Rotatory Power. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 112, 1908.

Albrecht R. Ueber den Ursprung der optischen Aktivität des Erdöles. Diss. Karlsruhe. 1907.

Voigt W. Beobachtungen über natürliche und magnetische Drehung der Polarisationsebene in Kristallen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 585, 1908.

10. Ottica fisiologica.

Osthoff H. Der Wechsel der Farbenempfindung des Auges. *Astron. Nachr.* **178**, p. 57, 1908.

Schanz F. und Stockhausen C. Die Schädigung des Auges durch Einwirkungen des ultravioletten Lichtes. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 777, 1908.

Vooge M. Ist durch das ultraviolette Licht der modernen künstlichen Lichtquellen eine Schädigung des Auges zu befürchten? *Elektr. Zeit.* **29**, p. 779, 1908.

11. Apparecchi.

Resse. Bimetallic mirrors made by electro-deposition. *Nature*. **78**, p. 866, 1909.

Zehnder L. Ueber ein neues Halbschattenpolarimeter. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 985, 1908.

Dekullil T. Die stereophotogrammetrischen Instrumente der Firma C. Zeiss. *Mechaniker*. **16**, p. 121, 136, 147, 171, 186, 1908.

Teal F. Microscopio perfezionato. *Journ. of Franklin. Inst.* **166**, N. 3, 1908.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Peddie W. Magnetic quality in the most open cubic arrangement of molecular magnets. *Roy. Soc. Edinburgh*. 7 Luglio 1908.

2. Misure. Apparecchi.

Gray J. G. and Ross A. D. A sensitive state induced in magnetic substances and magnetic substances and materials by thermal treatment. II. *Roy. Soc. Edinburgh*. 20 Luglio 1908.

Beckenkamp J. Ueber den Paramagnetismus der Kristalle. *Zeit. f. Krist.* **45**, p. 269, 1908.

Pascol P. Remarque sur la susceptibilité magnétique des solutions. *Compt. Rend.* **147**, p. 242, 1908.

Gshne P. Das Verhalten permanenter Magnete bei Aenderung des ausseren magnetischen Widerstandes. 60 p. Diss. Halle a. S. 1908.

G. Elettricità.**1. Teoria.**

- Thomson J. J. Die Beziehung zwischen Materie und Aether im Lichte der neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität. *Phys. Zeit.* 9, p. 548, 1908.
- Curie S. Modern theories of electricity and matter. *Smiths. Rep.* p. 108, 1907.
- Jäger G. Elektrische und verwandte Erscheinungen in Metallen. Wien. Braumüller W. 1908.
- Uhler K. Die Energiewanderung im permanenten elektromagnetischen Felde gemäss dem Theorem von Poynting. *Phys. Zeit.* 9, p. 529, 1908.
- Slate F. Electromagnetic mass. *Science.* 28, p. 180, 1908.
- Wilson E. B. On the principle of relativity. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 419, 1908.
- Cunningham E. On the principle of relativity and the electromagnetic mass of the Electron. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 523, 1908.
- Bestelmeyer A. Positive Elektronen? *Phys. Zeit.* 9, p. 541, 1908.
- v. Lang V. Die magnetische Induktion in elementarer Darstellung *Jahresber. Wien. Ver. z. Förd. d. Phys. Unter.* 13, p. 67, 1908.
- van der Waals Jr. J. D. On the law of molecular attraction for electrical double points. *Proc. Amsterdam.* 11, p. 132, 1908.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

- Haworth H. F. The electrical Qualities of Porcelain with special reference to dielectric losses. *Roy. Soc.* 4 Giugno 1908.
- Specht B. Untersuchungen über die Dielektrizitätskonstante flüssiger Kristalle. Diss. Halle a. S. 1908.
- Zeleny A. and Andrews A. P. The capacity of paper condensers with a note on the determination of the specific inductive capacity of dielectrics. *Phys. Rev.* p. 655, 1908.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Royds T. The Constitution of the electric Spark. *Phil. Trans.* 208, p. 333, 1908.
- Esch M. Ueber den Vorprozess und die Verzögerung bei der Funkenentladung. Diss. Münster. 1908.
- Almy J. E. Minimum Spark Potentials. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 456, 1908.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Strachan J. Notes on a new primary voltaic cell of the Daniell type. *Chem. News.* 99, p. 102, 1908.
- Ewan A. F. Note on the study of polarisation by means of the Dolezalek electrometer. *Roy. Soc. Edinburgh.* 20 Luglio 1908.
- Moses P. R. Le batterie d'accumulatori, costruzione ed uso. *Engineering Magazine.* 35, N. 6, 1908.
- Hildebrand O. Influenza della temperatura sulla capacità dell'accumulatore a Piombo. *Elektrochem. Zeit.* 15, N. 6, 1908.

5. Conducibilità. Resistenza.

- Lindeck S. Ueber den Einfluss der Luftfeuchtigkeit auf elektrische Widerstände. *Zeit. f. Instruktunde*. **28**, p. 229, 1908.
- Smith F. E. The Variation of mangAnin Resistances with atmospheric Humidity. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 450, 1908.
- Wick F. G. Some electrical properties of Silicon. *Science*. **28**, p. 255, 1908.
- Ries C. Einfluss der Feuchtigkeit auf die elektrischen Eigenschaften des Selens. *Phys. Zeit.* **9**, p. 569, 1908.
- Rudolff E. Ueber die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und ihren Temperaturkoeffizienten. *Phys. Zeit.* **9**, p. 607, 1908.
- Kurmakow N. und Zemezumy E. Stand der Forschung über die elektrische Leitfähigkeit der kristallisierten Metallegierungen. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 374, 1908.

6. Fenomeni termici.

- Hjw A. Ueber die Termoströme in pulverförmigen Leitern der zweiten Ordnung. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 220, 1908.
- Baldin S. Glühlampen mit Metallfäden. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **40**, p. 185, 1908.

7. Fenomeni luminosi.

- Helm R. Experimentelle Untersuchungen über die geschichtete positive Glimmlichtsäule. *Phys. Zeit.* **9**, p. 558, 1908.
- Jervis-Smith F. J. Further Note on a luminous Glow generated by electrostatic Induction in a exhausted Vessel made of Silica. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 214, 1908.
- Netting P. G. The luminous properties of electrically conducting helium gas. *Bull. Bur. of Standards*. **4**, p. 511, 1908.
- Athanasiadis G. Arc électrique entre une électrode solide et un liquide. *Compt. Rend.* **147**, p. 804, 1908.
- Wohlauer A. A. Stato attuale della lampada ad arco ed a fiamma. *Electrical. World*. **52**, N. 8, 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

- Beckenkamp J. Ueber den Paramagnetismus der Kristalle. *Zeit. f. Krist.* **45**, p. 259, 1908.
- Emde F. Ueber die Beziehungen der mechanischen Arbeit von Elektromagneten zu ihrer magnetischen Energie bei veränderlicher Permeabilität. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 817, 1908.

9. Elettrodinamica e induzione.

- Hoydweiller A. Ueber den Induktionsfunken und seine Wirkungsweise. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 1019, 1908.
- Lloyd M. G. Effect of wave form upon the iron losses in transformers. *Bull. Bur. of Standards*. **4**, p. 477, 1908.
- Cohen S. S. The Production of small variable frequency alternating Currents suitable for telephonic and other measurements. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 430, 1908.
- Rüdenberg R. Eine Methode zur Erzeugung von Wechselströmen beliebiger Periodenzahl. *Phys. Zeit.* **9**, p. 556, 1908.

Esau A. Widerstand und Selbstinduktion von Solenoiden für Wechselstrom. 52 p. Berlin, 1908.

Wick F. G. The Halle-effect in Silicon at ordinary and low temperatures. *Phys. Rev.* 27, p. 76, 1908.

Nasmyth G. W. The frequency of the singing arc. *Phys. Rev.* 27, p. 717, 1908.

10. Oscillazioni elettriche.

Wien M. Ueber die Bestimmung der Dämpfung von Kondensatorschwingungen bei beliebig enger induktiver Koppelung. *Phys. Zeit.* 9, p. 537, 1908.

Blair W. R. The change of phase due to the passage of electric waves through thin plates and the index of refraction of water for such waves, with application to the optics of thin films and prisms. II. *Bull. Mount. Weather. Observ.* 1, p. 161, 1908.

Merodier E. Sur une application nouvelle de la superposition sans confusion des petites oscillations électriques dans un même circuit. *Compt. Rend.* 147, p. 349, 1908.

Galletti R. C. High-tension continuous electrical oscillations. *Electrician.* 61, p. 757, 1908.

Cady W. G. On oscillations in the metallic arc. *Science.* 28, p. 254, 1908.

Tieri L. e Ciaden U. Su un rivelatore di onde elettriche. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 274, II sem. 1908.

Tieri L. Azione delle onde elettriche sull'allungamento per magnetostrizione di un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 304, 1908.

Schtschedro M. Hertzsche Spiegelversuche mit dem Duddelschen Lichtbogen. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* 40, p. 228, 1908.

Kordisch L. Sekundäre Schwingungen. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* 40, p. 245, 269, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Stark J. und Staebing W. Ueber die spektrale Intensitätsverteilung der Kanalstrahlen in Wasserstoff. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 918, 1908.

Humphreys W. J. The luminous particle a strong magnet, and the consequent pressure shift of spectral lines. *Bull. Mount. Weather. Observ.* 1, p. 135, 1908.

Beckenkamp J. Ueber die magneto-optischen Erscheinungen am Xenotim. *Zeit. f. Krist.* 45, p. 255, 1908.

Humphreys W. J. Note on the difference between anode and cathode arc-spectra. *Bull. Mount. Weather. Observ.* 1, p. 140, 1908.

Chaudier J. Sur les propriétés électro-optiques des liqueurs mixtes. *Ann. Chim. Phys.* (8), 15, p. 67, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Reichenheim O. Rayons anodiques. *Journ. d. Phys.* (4), 7, p. 692, 1908.

Butcher W. D. The measurement of Röntgen Rays. *Journ. Röntgen Soc.* 4, p. 36, 59, 1908.

Malik D. N. Magnetic rotation of electric discharge. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 531, 1908.

Barkla C. G. and Sadler C. A. Homogeneous secondary Röntgen Radiations. *Phil. Mag.* (6), 16, p. 550, 1908.

- Thomson J. J. Positive Rays. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 657, 1908.
 Trowbridge J. Positive Rays. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 697, 1908.
 Hutchins C. C. Effect of the Cathode rays in changing the colors of certain minerals. *Phys. Rev.* **27**, p. 87, 1908.
 Barkla C. G. Der Stand der Forschung über die sekundäre Röntgenstrahlung. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 246, 1908.

18. Radioattività e ionizzazione.

- Wehnelt A. und Jentsch F. Ueber die bei der Elektronenemission glühender Körper auftretenden Temperaturänderungen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 605, 1908.
 Hull G. F. Demonstration of Wilson's Cloud Experiment. *Science*. **28**, p. 255, 1908.
 Dony O. und A. Ueber die photographische Wirksamkeit des Wasserstoffperoxyds und seine vermeintliche Radioaktivität. *Chem. Zentralbl.* **2**, p. 569, 1908.
 Chrysler V. L. Effects of absorbed Hydrogen and of other Gases on the Photoelectric Activity of Metals. *Science*. **28**, p. 256, 1908.
 Baudouin M. Action de la lumière ultraviolette sur les faux équilibres électriques. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 675, 1908.
 De Muynck. Conductivity of explosive Flames with different Electrodes. *Science Abstracts*. **11**, p. 457, 1908.
 Richardson O. W. The kinetic Energy of the negative Electrons emitted by hot Bodies. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 353, 1908.
 Himstedt F. Radioactivity. *Smiths. Rep.* p. 117, 1907.
 Mc Lennan J. C. Sulla radioattività dei sali di potassio. *Le Radium*. **5**, p. 142, 1908.
 Mc Lennan J. C. and Kennedy W. T. On the Radioactivity of Potassium and other Alkali Metals. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 377, 1908.
 Precht J. Studien über radioaktive Stoffe in den Salzbergwerken und über den Zusammenhang von Erdwärme und Radiumwärme. *Zeit. f. Angew. Chem.* **21**, p. 1708, 1908.
 Strutt R. J. Radioactive changes in the earth. *Chem. News*. **98**, p. 78, 1908.
 Lucas R. Bibliographie des radioaktiven Stoffe. 92 p. Hamburg, 1908.
 Rutherford E. and Geiger H. The charge and nature of the α -Particle. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 162, 1908.
 Geiger H. On the scattering of the α -Particles by Matter. *Proc. Roy. Soc.* **81**, p. 174, 1908.
 Moulin M. Die Ionisation der Gase durch α -Strahlen und die Hypothese der anfänglichen Wiedervereinigung. *Chem. Zentralbl.* **2**, p. 474, 1908.
 Nasini R. e Levi M. G. Sopra l'ozonizzazione dell'aria per azione dei sali e dell'emana-
 zione di radio. *Rend. Ac. Lincei.* (5), **17**, p. 46, II sem. 1908.
 Schmidt H. W. Ueber die Strahlenverteilung an radioaktiven Körpern. *Phys. Zeit.* **9**, p. 587, 1908.
 Sidgwick N. V. und Tizard H. T. Die anfängliche Umwandlung der Radiumemanation. *Chem. Zentralbl.* **2**, p. 488, 1908.
 Ashman G. C. A quantitative Determination of the Radium Emanation in the Atmosphere. *Sill. Journ.* (4), **26**, p. 119, 1908.

- Saeland S. Ueber die photographische Wirkung von Metallen und Wasserstoffsperoxyd. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 899, 1908.
- Strong W. W. Radium: its properties, distribution and influence on the atmosphere. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 6472, 1908.
- Karz K. Eine quantitative Bestimmung des Gehaltes der Atmosphäre an radioaktiven Substanzen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 217, 1908.
- Dadourian H. M. On the constituents of atmospheric radioactivity. *Amer. Journ. of Science.* **25**, p. 335, 1908.
- Soddy F. Attempts to detect the production of Helium from the primary Radio-elements. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 513, 1908.
- Satterly J. The Amount of Radium Emanation in the Atmosphere. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 584, 1908.
- Eve A. S. On the Amount of Radium Emanation in the atmosphere near the Earth's Surface. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 622, 1908.
- Soddy F. The relation between Uranium and Radium III. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 632, 1908.
- Bragg W. H. and Madsen J. P. V. The Quality of the secondary Ionization due to β Rays. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 692, 1908.
- Delbierre A. L'état actuel de nos connaissances sur la Radioactivité. *Rev. Gén. des Sciences.* **19**, p. 691, 1908.
- Duane W. Emissione di elettricità dall'attività indotta del radio. *The Amer. Journ. of Science.* (4), **26**, Luglio, 1908.
- Munoz del Castillo J. M. Sulla radioattività straordinaria d'una sorgente di Valdemorillo. *An. Soc. Espan. de Fis. y Química.* N. 6, 1908.
- Munoz del Castillo J. M. Azioni catalitiche della radioattività. *An. Soc. Espan. de Fis. y Química.* N. 6, 1908.
- Munoz del Castillo J. M. e Diaz de Rada. Sulla conducibilità elettrica delle sorgenti di Valdemorillo ecc. ecc. *Ann. de la Soc. Espan. de Fis. y Química.* N. 6, 1908.
- Galle G. Radioattività di rocce della regione attraversata dalle linee di accesso al Sempione. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **17**, p. 209, II sem. 1908.
- Strutt R. J. On Helium in saline minerals, and its probable connection with Potassium. *Roy. Soc.* 31 Luglio 1908.
- Strutt R. J. On the accumulation of Helium in geological times. *Roy. Soc.* 28 Luglio 1908.
- Przibram K. Ueber die Ionenbeweglichkeit in Dämpfen. *Jahrsber. Wien. Ver. u. Förd. d. Phys. Unterr.* **13**, p. 73, 1908.
- Taylor S. On the Retardation of α -Rays by Metal Foils, and its variation with the Speed of the α -Particles. *Sill. Journ.* (4), **26**, p. 169, 1908.
- Pawcock H. Die Herstellung von Radium aus Uranpecherz. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 619, 1908.
- v. Antropoff A. Argon als Begleiter radioaktiver Zirkonminerale. *Zeit. f. Elektrochem.* **14**, p. 585, 1908.
- Cameron A. T. und Sir W. Ramsay. Die Natur der von Radiumemanation bewirkten chemischen Aenderung. III, IV. *Jahrb. der Radioakt. u. Elektron.* **5**, p. 235, 239, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Swyngedauw R.** Conditions et durée d'autoexcitation des dynamos. *Compt. Rend.* **147**, p. 301, 1908.
- Fessenden R.** Wireless telephony. *Electrician*. **61**, p. 762, 785, 1908.
- Montel A.** Contribution à l'étude de l'antenne horizontale transmettrice pour radiotélégraphie. *Lum. Électr.* (2), **3**, p. 227, 1908.
- Reithoffer M.** Die Grundlagen der drahtlosen Telegraphie. 19, p. Wien. Braumüller W. 1908.
- Zenneck J.** Ueber die Wirkungsweise der Sender für gerichtete drahtlose Telegraphie. *Phys. Zeit.* **9**, p. 553, 1908.
- Marconi G.** Recent advances in wireless telegraphy. *Smiths. Rep.* p. 131, 1907.
- Manbridge G. F.** La fabrication des condensateurs téléphoniques. *Rev. Électr.* **10**, N. 110. 1908.
- Turpain A.** Les ondes dirigées en télégraphie sans fil et la recherche de la syntonie. *Compt. Rend.* **147**, p. 587.

15. Unità.**16. Misura. Apparecchi.**

- Weiss P.** Electroaimant du laboratoire de l'école polytechnique de Zurich. *Arch. de Génér.* (4), **26**, p. 105, 1908.
- Lloyd M. G.** Function of a periodic variable given by the steady reading of an instrument; with a note on the use of the capillary electrometer with alternating voltages. *Bull. Bur. of Standards*. **4**, p. 525, 1908.
- Burstyn W. und Soiser R.** Versuche und Messverfahren mit kontinuierlichen Schwingungen. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 894, 1908.
- Lloyd. M. G. and Fisher J. V. S.** An apparatus for determining the form of a wave of magnetic flux. *Bull. Bur. of Standards*. **4**, p. 467, 1908.
- Sary P.** Sur l'interrupteur de Wehnelt. *Compt. Rend.* **147**, p. 570, 1908.
- Bergonié J. et Turpain A.** Sur les mesures des courants de haute fréquence. *Arch. d'électr. Méd.* **16**, N. 243, 1908.
- Bulgakow H.** Rotierender Stromwender zum Gleichrichten einer oszillierenden Entladung. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* **40**, p. 295, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.**1. Generalità. Teoria.**

- Hergesell H.** The present and future state of maritime meteorology. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 58, 1908.
- Woelfel A.** The study of evaporation. *Month. Weather. Rev.* **26**, p. 63, 1908.
- Garrigon-Lagrange P.** La pluie et le régime des cours d'eau. *Ann. Soc. Mété. de France.* **56**, p. 132, 1908.
- Angot E.** Sur le calcul des observations pluviométriques. *Ann. Soc. Mété. de France.* **56**, p. 125, 1908.
- Henry M. E.** Forests and rainfall. *Indian. Forester.* **34**, p. 69, 1908.

- Bell L. Note on some meteorological uses of the polariscope. *Proc. Amer. Acad. of Arts. and Sciences.* **43**, p. 407, 1908.
- Henriot H. et Bouysy M. L'origine de l'Ozone et les causes de la variation de l'acide carbonique dans l'atmosphère. *Rev. Gén. des Sciences.* **19**, p. 701, 1908.
- Gheury E. J. La variation diurna de la pression. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* **13**, N. 7, 1908.
- Bracke A. Une étude à faire en néphologie. *Rev. Néphol.* **3**, N. 31, 1908.
- Spring W. Sur l'origine des nuances vertes des eaux de la nature. *Bull. Acad. Roy. de Belgique.* N. 3, 1908.
- Phillips A. B. Nature study. *Quart. J.* **34**, p. 147, 198, 1908.
- Upshall W. C. Weather observation in an elementary school. *Quart. J.* **34**, p. 147, 191, 1908.
- Garruett E. B. Notes on frost. *Farmers's Bulletin.* 1908.
- Börger C. Ableitung der Ausdrücke für die bei Kreuzung zweier Gezeitenweilen auftretenden Erscheinungen. *Ann. d. Hydrol.* **36**, p. 410, 1908.

2. Geodesia, Misure geodetiche e di gravità.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

- Brunhes B. Mesure directe de la composante verticale du magnétisme terrestre. *Ann. Soc. M^t. de France.* **56**, p. 129, 1908.
- Nuttall P. G. Störmer's work on the Physics of the Aurora. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 112, 1908.
- Chree C. Large magnetic storm. *Nature.* **78**, p. 509, 1908.
- Lewis E. P. Solar vortices and magnetic fields. *Nature.* **78**, p. 569, 1908.
- Krebs W. Wechselseitige Verstärkung erdmagnetischer Störungsfelder und vorbezeichnender Störungswirbel solaren Ursprungs. *Himmel und Erde.* **20**, p. 543, 1908.
- Marshall Watts W. Das Spektrum des Nordlichtes. *Met. Zeit.* **25**, p. 276, 1908.

4. Studio dell'alta atmosfera.

- Henry A. J. The use of the upper air data in weather forecasting. *Aeronautics.* **2**, p. 23, 1908.
- The isothermal layer of the atmosphere. *Nature.* **78**, p. 550, 1908.
- Teisserenc de Bert L. Researches of the composition of air at great altitudes, with special reference to argon and its allies. *Quart. J.* **34**, p. 149, 1908.
- Dines W. H. Ueber die isotherme Schicht in unserer Atmosphäre. *Met. Zeit.* **25**, p. 275, 1908.
- Hergesell H. Ueber die Beobachtungen von Pilotballons und deren Benutzung beim öffentlichen Wetterdienst. *Naturw. Rund.* **23**, p. 429, 1908.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

- van Cleeef E. Is there a type of storm path? *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 56, 1908.
- Vanderlinden E. La deviation du vent entre 0 et 2000 mètres d'altitude. *Ciel et Terre.* **29**, p. 58, 1908.

Rawson H. E. The anticyclone belt of the southern hemisphere. *Quart. Journ.* **34**, p. 165, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

Esclangon E. Sur les variations de la durée du crépuscule. *Compt. Rend.* **147**, p. 27, 1908.

Gold E. Elliptical Halos. *Nature*. **78**, p. 273, 1908.

Sommerville D. M. Y. Sunset and twilight curves, and related phenomena. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*. **28**, p. 311, 1908.

v. Gellhorn O. Eine interessante Farbenerscheinung. *Weltall*. **8**, p. 365, 1903.

7. Elettricità Atmosferica.

Kurz K. Zur Erklärung der Unipolarität bei atmosphärischen Zerstreuungsmessungen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 218, 1908.

— Lightning and powerful electric discharge. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 92, 1908.

Creighton E. E. F. Les phénomènes de la foudre. *Electr. World*. **52**, N. 4, 1908.

Creighton E. E. F. Parafoudre à pile d'aluminium. *Electr. World*. **52**, N. 7, 1908.

— Die Gefährdung von Luftballons und Luftschiffen durch die atmosphärische Elektrizität. *Prometheus*. **19**, p. 785, 1908.

8. Temperatura del suolo.

9. Terremoti e Vulcani.

Grosser P. Untersuchungen auf vulkanischem Gebiet. *Himmel und Erde*. **20**, p. 502, 1908.

10. Climatologia.

Daneroaux W. C. Local changes of climate. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 97, 1908.

Soubert J. Landsee und Wald als Klimatische Faktoren. *Sberwalds*. 1908.

Mecking L. Die Meeresströmungen in ihre Klimatischen Bedeutung. *Himmel u. Erde*. **20**, p. 481, 1908.

11. Calore solare e irraggiamento.

Jacobs W. H. The law of the Earth's nocturnal cooling. *Month. Weather. Rev.* **36**, p. 103, 1908.

Alessandri C. La radiazione solare al M. Rosa. *Rend. Acc. Lincei*. (5), **17**, p. 214, 1903.

12. Apparecchi.

Schmidt W. Wassertropfkollektor mit kontinuierlicher Wasserzufuhr. *Phys. Zeit.* **9**, p. 217, 1908.

Galitzine B. Sur un séismographe à enregistrement galvanométrique à distance. *Compt. Rend.* **147**, p. 575, 1903.

Chrystal. Sulla teoria del microbarografo a perdita e su qualche osservazione fatta con una terna di strumenti Dines-Shaw. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*. **28**, N. 6, 1908.

Nicholson W. A. Ein neues Aktinometer. *Met. Zeit.* **25**, p. 246, 1908.

Marriott W. A. The Brontometer. *Quart. Journ.* **34**, p. 207, 1908.

L. Storia della fisica.**M. Trattati.**

Planck M. Das Prinzip der Erhaltung de Energie. XVI+278 p. Leipzig. Teubner B. G. 1908.

Juste R. B. Elementos de fisica y nociones de meteorologia. I. 280 p. Madrid. 1908.

Menckten C. C. F. Radiotelegraphy. XVII+272 p. London. A. Constable. 1908.

Crew H. General Physics. XI+522 p. New York. Macmillan. 1908.

Searle G. F. C. Experimental Elasticity. 203 p. Cambridge. Univers. Press. 1908.

Harrington M. W. About the weather XX+246 p. New. York. 1907.

Fischli F. Das Verhalten der meteorologischen Elemente und Erscheinungen in den Vertikalen. Bern. G. Grunau. 129. p. 1908.

De Courcy Ward R. Climate. XV+372 p. London. J. Murray. 1908.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

— È morto il Dott. T. Peters presidente della Società degli Ingegneri tedeschi.

— Il Dott. Saint-Meyer è stato nominato professore straordinario di fisica all'Università di Vienna.

— Il Prof. Nernst è stato nominato membro corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Vienna.

— Il premio biennale di matematica della Società dei XL è stato conferito ai lavori del defunto Prof. Picciati.

— Dal 15 al 17 Settembre si è tenuto a Vienna un Congresso internazionale d'Astronomia, il prossimo Congresso si terrà a Breslavia.

— Alla conferenza internazionale delle unità elettriche rappresentante dell'Italia è stato inviato il Prof. A. Roiti.

— Il Prof. H. Becquerel, testè defunto, ha lasciato all'Académie des Sciences la somma di 100,000 franchi.

— L'Accademia delle Scienze di Berlino ha ricevuto un lascito di 30.000.000 di marchi dal Sig. Samson.

— Il Conservatoire des Arts et Metiers è stato autorizzato ad accettare un dono di 100.000 franchi da parte delle signore Paraf, Richelot e Ostheimer.

— L'Università di Oxford ha ricevuto 21.000 sterline per il laboratorio di elettricità.

— L'Università Princeton (S. U. A.) ha ricevuto 50.000 dollari dal Sig. R. Sage; l'Università Virginia 50.000 dollari dal Sig. E. W. James, l'Università di Rochester 20.000 dollari dal Carnegie.

— Il Deputato W. F. Vilas ha lasciato all'Università di Wisconsin 150 milioni.

— I Sigg. Abbott e Fowle pubblicano alcune interessanti determinazioni della cosiddetta costante solare fatte a Washington (livello del mare) e al M. Wilson (1800 metri). La media

di 130 determinazioni al M. Wilson danno come valore di essa costante $2,023 \frac{\text{cal. gr.}}{\text{cm}^2}$ al minuto, la media di 41 osservazioni a Washington 2,061. Quest' intensità della radiazione solare non è costante: al M. Wilson varia fra 1,93 e 2,14, a Washington fra 1,89 e 2,22. Siccome la variazione della distanza fra Terra e Sole produce solo una variazione del 3,5% nella radiazione solare, le variazioni osservate devono farsi risalire a fenomeni solari.

— Secondo le recenti ricerche di Meissner e di Hermann-Goldap il timbro degli strumenti musicali non sarebbe determinato solo dalla natura e dall' intensità relativa degli armonici che accompagnano il suono fondamentale, ma da uno o più suoni la cui altezza è *fissa e indipendente* da quella del suono fondamentale. Nell' oboe e nella cornetta il suono fondamentale sarebbe relativamente debole rispetto al fisso, nel corno (che ha due suoni fissi) nel trombone le intensità sarebbero quasi uguali, nel flauto e nel clarinetto predominerebbe assolutamente il suono fondamentale.

— Secondo le recenti ricerche di Cuthbertson e di Parr Metcalfe la dispersione dei vapori di mercurio, solfo e fosforo e dell' elio sarebbe data dalle formole:

$$\text{Mercurio } \mu - 1 = 0,001755 \left(1 + \frac{2,265}{\lambda^2 \cdot 10^{10}} \right)$$

$$\text{Solfo } \mu - 1 = 0,001046 \left(1 + \frac{2,125}{\lambda^2 \cdot 10^{10}} \right)$$

$$\text{Fosforo } \mu - 1 = 0,001162 \left(1 + \frac{1,53}{\lambda^2 \cdot 10^{10}} \right)$$

$$\text{Elio } \mu - 1 = 0,0000347 \left(1 + \frac{2,4}{\lambda^2 \cdot 10^{11}} \right)$$

— Secondo le recenti ricerche di Burton l' indice di rifrazione: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ per l' elio e per l' argon sarebbe dato dai seguenti valori delle costanti A e B:

Argon: $A = 1,0002792$; $B = 1,6 \cdot 10^{-18}$; Elio: $A = 1,00003478$; $B = 7,5 \cdot 10^{-18}$.

— È noto che nella maggior parte dei casi il colore della fluorescenza prodotta dai raggi catodici è eguale a quello che si ottiene coi raggi anodici, nel caso invece del cloruro di litio la fluorescenza catodica è bleu mentre l'altra è rossa. Trowbridge dimostra che anche coi raggi catodici si può ottenere la fluorescenza rossa purchè l'energia di quelli sia sufficiente, il colore dunque non dipenderebbe che dall'energia ricevuta per unità di superficie.

— Secondo le recenti ricerche del Sig. Pécheux la curva delle forze termoelettromotrici della coppia Co — Cu presenta tre regioni distinte ove i coefficienti della formola: $E_0^1 = at + bt^2$ prendono valori differenti :

Fra 20° e 280°: $a = 20,51$; $b = 0,027$.

Fra 280° e 550°: $a = 24,75$; $b = 0,0135$.

Fra 550° e 900° la curva è rappresentata dalla formola :

$E_0^1 = -10,314 + 62,50 \cdot t - 0,0217 \cdot t^2$.

Sembra quindi che a 280° e a 550° il cobalto subisca una trasformazione molecolare.

— Secondo le ricerche dei Sigg. Ives e Clyde sull'assorbimento delle onde elettriche causato dall'aria a differenti pressioni, questo avrebbe un massimo per una pressione di 40-60 centimetri. Un minimo fra 25 e 35 centimetri di pressione. Alla pressione normale per onde di piccola lunghezza l'assorbimento sarebbe di 1,5% per centimetro.

— I Sigg. Cotton e Mouton hanno constatato che la dispersione della birefrangenza elettrica della nitrobenzina è la stessa che la dispersione della birefrangenza magnetica; il fenomeno Kerr potrebbe quindi spiegarsi, almeno nella parte essenziale con un fenomeno di orientazione nei liquidi.

— Il Sig. Hattoich ha trovato che la fusione non altera la costante dielettrica del zolfo, della paraffina, della colofonia, del naftalene e del fenantrene.

— I Sigg. Walter e Pohl negano l'esistenza della diffrazione dei raggi X scoperta da Haga e Wind.

— Togliamo da un recente articolo di Debiegne pubblicato nella *Revue générale des Sciences* la seguente tabella sulle relazioni fra i corpi radioattivi:

Sostanza	Proprietà	θ	T	Radiazione
Uranio ↓ Uranio X ↓ ?	Peso atomico = 240. Gruppo del ferro; sol. carbonato d'ammonio; nitrato solubile in solventi organici. Gruppo del ferro; nitrato poco solubile in solventi organici; acetone, etere, ecc.	31,6 giorni	22 giorni	$\alpha = 8,3$ β
Torio ↓ Mesotorio ↓ Radiotorio ↓ Torio X ↓ Emanazione torica ↓ Torio A ↓ Torio B ↓ Torio C. ↓ ?	Peso atomico = 232. Precipitato dell'ammoniacca e acido ossalico ecc. Gruppo del ferro. Non è precipitato dall'ammoniacca. Gas inerte, condensabile. Deposito attività indotta. Deposito attività indotta. Deposito attività indotta.	 1060 giorni 5,2 giorni 78 secondi 15,8 ore 1,44 ore "	 5,5 anni 740 giorni 3,6 giorni 54 secondi 11 ore 1 ora brevissimo	$\alpha ?$ β $\alpha = 3,9$ $\alpha = 5,7$ $\alpha = 5,5$ β lenti $\alpha = 5$ $\alpha = 3,6; \beta; \gamma$
Radio ↓ Emanazione ↓ Radio A ↓ Radio B ↓ Radio C ↓ Radio D ↓ Radio E ↓ Radio F o Polonio ↓ ?	Peso atomico = 226,5. Produce dell'elio continuamente. Peso atomico = 100 circa? Gas inerte, condensabile. Deposito attività indotta. Deposito attività indotta. Deposito attività indotta, separazione per elettrolisi. Uno dei costituenti del radio-piombo; proprietà molto vicine a quelle del piombo. Si separa dal radio D per elettrolisi. Solfuro insolubile negli acidi; precipita coi sali basici di bismuto, precipitato dal cloruro stannoso.	 5,8 giorni 4',8 37',4 27',4 57,5 anni 8,6 giorni 201 giorni	 3,9 giorni 8' 26' 19' 40 anni 6 giorni 140 giorni	$\alpha = 3,5$ $\alpha = 4,23$ $\alpha = 4,83$ β lenti $\alpha = 7,06; \beta; \gamma$ niente β $\alpha = 3,86$
Attinio ↓ Radio-attinio ↓ Attinio X ↓ Emanaz. attinica ↓ Attinio A ↓ Attinio B ↓ ?	Gruppo delle terre rare? Precipitato da acido ossalico e acido fluoridrico; nel frazionamento delle terre con cerio segue il neodimio e il samario. Produce elio continuamente. Si separa per elettrolisi e per frazionamento all'ammoniacca. Solubile in ammoniacca. Gas inerte, condensabile; peso atomico 70? Deposito attività indotta. Deposito attività indotta; separabile col l'elettrolisi.	 28 giorni 14,7 giorni 5", 6 50' 2',9	 19,5 giorni 10,2 giorni 3",9 36' 2'	niente $\alpha = 4,8$ $\alpha = 6,55$ $\alpha = 5,8$ niente $\alpha = 5,5; \beta; \gamma$

θ indica la durata di vita media; T il tempo dopo il quale metà della sostanza è trasformata; il numero posto accanto all'indicazione α indica il percorso dei raggi α in centimetri.

— Togliamo dallo studio recente del Sig. Strutt i seguenti dati sul contenuto in elio e in ossido di Uranio dei principali minerali:

Minerale	Elio c. c. per gr.	U ₃ O ₈ gr. per 100 gr.	Minerale	Elio mm. c. per 100 gr.	Radio gr. per 100 gr.	U ₃ O ₈ gr. per 100 gr.
Pechblende	0,107	73,5	Ortite	220	$2,36 \cdot 10^{-12}$	$7,8 \cdot 10^{-12}$
Peschgnite	1,09	9,42	Gadolinite	1050	1,56	4,2
Samaraskite	1,5	10,3	Keilbanite	1630	4,52	14,0
Cyrtolite	1,15	3,67	Niobite	360	0,97	3,0
Kuscenite	0,73	2,84	Cerite	126	0,3	0,9

— Dalle recenti ricerche di Satterly compiute nel laboratorio di Cambridge risulterebbe che in media in un metro cubo di aria atmosferica c'è tanta emanazione da stare in equilibrio con circa $100 \cdot 10^{-12}$ grammi di radio. Questa quantità è del resto molto variabile e con grande irregolarità. Questa quantità di emanazione insieme coi suoi prodotti di disintegrazione produrrebbe circa 3 ioni per centimetro cubo al secondo; siccome il numero degli ioni che si producono ordinariamente nell'atmosfera è circa dieci volte maggiore, ne segue che solo una piccola parte della naturale ionizzazione dell'atmosfera è dovuta alla presenza dell'emanazione di radio e ai suoi prodotti. Analoghe esperienze compiute dall'Eve a Montréal porterebbero a numeri molto prossimi a quelli osservati a Cambridge ($60 \cdot 10^{-12}$ invece di $100 \cdot 10^{-12}$); secondo l'Eve l'avvicinarsi di una forte depressione porterebbe un aumento nel contenuto di emanazione tipo radio nell'atmosfera, mentre una situazione anticiclonica porterebbe il contrario.

— I Sigg. Bordier e Nogier hanno riconosciuto che l'odore preso dall'aria sottoposta alle radiazioni ultraviolette della lampada a mercurio non è dovuto all'ozono, ma ad un'eccitazione speciale olfattiva dovuta alle cariche elettriche trasportate dagli ioni.

— In Inghilterra e in Germania va diffondendosi l'uso del benzolo nei motori a scoppio essendo il suo prezzo attuale di 25-28 lire all'ettolitro.

— La Società tedesca Deutz è riuscita a costruire un motore a naftalina. La caratteristica di questo motore è l'uso dell'acqua bollente per fondere la naftalina e riscaldare il carburatore, l'acqua è a sua volta riscaldata dai gas di scappamento; all'inizio il motore funziona con un altro carburatore alimentato a essenza fino a che la naftalina sia calda. Il consumo è di Kg. 0,4 di naftalina per Kilowattora.

— Il Sig. Marcadier è riuscito a sovrapporre nello stesso circuito nei due sensi e simultaneamente i segnali provenienti da 12 diapason elettromagnetici e ricevuti da 12 monotelefonici su linee da 500 a 700 Km. di lunghezza.

È stato recentemente proposto un nuovo sistema di separazione dei minerali che si potrebbe chiamare elettrostatico e che è fondato sul fatto che un buon numero di minerali sono buoni conduttori dell'elettricità e altri no.

— Presto verranno erette due stazioni radiotelegrafiche in Irlanda e nel Canada per sperimentare a grandi distanze col nuovo sistema Poulsen che consente di telegrafare fino a 150 parole al minuto.

— Togliamo da un interessante articolo del Sig. Rigaut comparso nella *Revue Scientifique* i seguenti cenni sulla separazione fisica dei minerali. I processi utilizzati fin qui riposano sulle proprietà fisiche seguenti; densità, permeabilità magnetica e tensione capillare. Il processo più generale è quello fondato sulle differenti densità: il minerale pestato e ridotto a granuli di determinata grandezza è abbandonato all'azione di una corrente d'aria o di acqua oppure lasciato cadere liberamente in seno all'acqua o all'aria. Il processo fondato sulle proprietà magnetiche consiste in questo: un cilindro alla cui periferia sono fissati degli elettromagneti eccitabili separatamente è animato di un movimento continuo di rotazione; la corrente eccitatrice è lanciata in guisa che siano eccitati tutti i magneti della metà discendente, diseccitati gli altri, il minerale polverizzato è versato dal lato della metà discendente; le parti magnetiche vengono trascinate dagli elettromagneti e non

vengono lasciate che al momento della smagnetizzazione. Il trattamento magnetico completa l'idrostatico nei casi di minerali a densità eguali. L'ultimo metodo è fondato sulla differenza della tensione capillare dell'acqua al contatto dei vari solidi di modo che alcuni di questi in polvere galleggiano e altri no. Differenti artifici permettono di esagerare queste differenze: l'olio emulsionato nell'acqua si fissa sulla blenda più che non alla sabbia quarzosa e alla ganga ferruginosa oppure delle bolle di acido carbonico che si svolgano nel liquido vanno a fissarsi di preferenza sulla blenda e sulla galena. Il minerale deve essere polverizzato molto fino ed è introdotto coll'acqua, olio e un acido in un agitatore a palette; il miscuglio è aspirato in un recipiente, la schiuma formata dal minerale che non va a fondo scola da uno sfioratore superiore, mentre il minerale bagnato sfugge coll'acqua da un orificio centrale.

— Ecco gli ultimi risultati ottenuti da W. Wright al campo di Le Mans col suo aeroplano: il 12 Settembre percorre da solo 66,6 Km. $1^h.31^m.25^s$; il 20 Ottobre si sostiene in aria per $55^m.30^s$ avendo a bordo un passeggero; il 6 Ottobre compie un volo di $1^h.4^m.26^s$ pure in compagnia di un passeggero. Finalmente il 31 Dicembre percorre 124 Km. 700 in 2 ore 20 minuti e 23 sec. vincendo così la coppa Michelin.

— Il Sig. Teisserenc de Bort ha cercato la presenza dei gas rari nell'aria raccolta a grandi altezze: l'argon e il neon si trovano a tutte le altezze; l'elio non si trova mai ad altezze superiori ai 10 Chilometri.

— Secondo le ricerche dello stesso Sig. Teisserenc de Bort il neon si trova nell'atmosfera a tutte le altezze, egli conclude quindi essere permesso di identificare molte delle linee spettrali osservate nello spettro della luce polare con quelle del neon, facendo però eccezione per la linea $\lambda = 5852$ che non si trova nella luce polare ed è invece vivissima in tutti i saggi d'aria studiati.

— Secondo uno studio recente dei Sigg. Henriet e Bouyssy l'ozono dell'aria atmosferica si forma a spese dell'ossigeno dell'alta atmosfera sotto l'influenza delle radiazioni ultraviolette solari; quest'ozono viene portato nelle basse regioni dai

venti discendenti e dalle piogge. La quantità di CO_2 che si trova nell'aria varia inversamente alla quantità di ozono.

— Sir W. Ramsay corregge i risultati delle sue ricerche sul contenuto dell'atmosfera in gas inattivi così: Krypton 0,28% in peso, Xenon 0,005%, Helium 0,000056%, Neon 0,00086%.

— Sir W. Ramsay ha tenuto una interessante conferenza al Congresso dell'Associazione francese per il progresso delle Scienze a Clermont-Ferrand. Oggetto ne è stata la storia della scoperta dei nuovi gas nell'atmosfera. Un attento esame del sistema periodico mostra che nei gruppi 6 e 7 si devono avere degli elementi inattivi del gruppo dell'argon con peso atomico maggiore che non lo xenon. Sir W. Ramsay e il Prof. Moore hanno tentato di isolare questi due elementi esaminando i residui meno volatili ottenuti dalla distillazione frazionata di 100 tonnellate di aria liquida poste a loro disposizione dal sig. Claude. Ossigeno, azoto, idrogeno, carburi d'idrogeno ossido di carbonio, vapor d'acqua ecc, vennero eliminati coi noti metodi e il gas inerte residuo raffreddato a -185° fu sottoposto a un frazionamento sistematico che diede come risultato 300 centimetri cubi di xenon. Questo venne liquefatto a -130° e di nuovo frazionato metodicamente; non si poté però scoprire all'esame spettroscopico traccia alcuna di sostanze estranee. Questa non riuscita dell'esperienza può essere dovuta a una mancanza di stabilità di questi elementi i quali potrebbero essere costituiti dalle emanazioni del radio, del torio, e dell'attinio.

— Il Sig. Maurichau-Beaupré consiglia per la preparazione dell'idrogeno puro di far agire sull'acqua la limatura d'alluminio con un po' di Hg. Tl_2 e K CN polverizzati.

— Il Dott. Conrad ha constatato l'esistenza di un periodo di 26 giorni nella dispersione elettrica nell'aria, analogo a quello trovato dal Lirmar per gli elementi del magnetismo terrestre.

— Il premio Nobel per la Fisica è stato questo anno assegnato al fisico francese Lippmann, quello per la Chimica all'inglese Rutherford.

Libri inviati per recensione

« Vocabolario tecnico illustrato in sei lingue ». Vol. III. (Caldaie, macchine e turbine a vapore) pag. XI-1322.

(U. Hoepli, Milano, 1908. L. 18).

Dott. H. TEICHMANN — « Komprimierte und verflüssigte Gase ».

(Wilhelm Knapp, Halle a S., 1908. Mk 6,80).

Dott. GIUSEPPE BRUNI — « Feste lösungen und Isomorphismus ».

(Akad. Verlagsgesellschaft m. b. H. Leipzig, 1908. Mk 4).

FRÉD. SWARTS — « Cours de chimie inorganique ».

(Librairie Scientifique A. Hermann, Paris, 1908. L. 15).

ANDREA NACCARI — « La vita di Michele Faraday ».

(Fratelli Drucker, Padova, 1908. L. 4).

« Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1909 ».

(Gauthier-Villars. Paris. 1908. L. 1,50).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica e al Nuovo Cimento.

GIUSEPPE VASSURA — « La pubblicazione delle opere di Evangelista Torricelli ».

(Faenza 1908).

E. ODDONE — « Il problema delle ondulazioni secondarie di mare e delle sesse nei laghi ».

(Boll. della Sec. Sismol. Italiana. Vol. XII. 1908).

« Veröffentlichungen der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschifffahrt » Jahrg 1907. heft 2 a 7.

(Inviati dal R. Ufficio Centr. di Meteor. e Geodinamica — Roma).

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

VERBALI

delle Riunioni tenutesi in Roma nel 1908 (I Semestre)

fra Soci della Società Italiana di Fisica.

Tutte le sedute vennero tenute nell'Anfiteatro dell'Istituto Fisico dell'Università di Roma e furono presiedute dal Presidente della Società, prof. V. Volterra.

I. *4 gennaio*. — Il presidente prof. Volterra ricorda la dolorosa perdita fatta dalla Società colla morte del prof. A. Sella, annuncia che la Facoltà di Scienze dell'Università di Roma si è fatta iniziatrice di una sottoscrizione per l'erezione di un busto in marmo all'indimenticabile Collega, che ne perpetui nell'Istituto fisico romano il ricordo.

— Il socio prof. Pochettino commemora quindi il compianto prof. Alfonso Sella facendo un'esposizione della sua operosità scientifica e didattica e presentando alcune delle più importanti esperienze di laboratorio e da scuola dal Sella ideate e compiute.

II. *18 gennaio*. — Il socio prof. Blaserna riferisce sui lavori della quarta Conferenza generale di Pesi e Misure riunitasi a Parigi nell'ottobre del 1907.

Egli ricorda anzitutto le conferenze precedenti che hanno avuto luogo rispettivamente nel 1889, 1895 e 1901, ognuna delle quali ha marcato un'epoca nel progresso del sistema metrico: infatti nella prima vennero sanzionati i nuovi prototipi e venne adottata la scala normale delle temperature in base al termometro a idrogeno; nella seconda vennero sanzionati i prototipi da destinarsi agli Stati che aderirono più tardi alla

convenzione e venne presa conoscenza delle lunghezze d'onda fondamentali che costituiscono il testimonio preciso dei campioni di lunghezza, nella terza finalmente la Commissione si occupò di una prima determinazione del chilogrammo, dello studio delle frazioni del metro, della massa del decimetro cubo d'acqua e prese conoscenza dei primi lavori relativi alla misura delle basi geodetiche. Il prof. Blaserna passa quindi ad esporre i lavori compiuti presso l'ufficio Internazionale di Sèvres e l'opera esplicata dalla IV conferenza generale. Per opera della Commissione il sistema metrico è stato adottato oramai dalla gran maggioranza delle nazioni civili, il Dominion del Canada, che recentemente ottenne dal governo Inglese di aderire alla Convenzione, era per la prima volta rappresentato alla Conferenza. Il compito propostosi dall'Ufficio centrale in questi ultimi anni è stato, come si sa, di dare una definizione precisa del metro; i risultati ottenuti, grazie ai lavori di Benoit Pérot e Fabry compiuti al Conservatoire des Arts et Métiers, sono confortanti in quanto che si sa oramai di potere in qualunque momento riprodurre il metro con un'approssimazione di $\frac{1}{10}$ di

micron. Non si venne però alla definizione naturale del metro in lunghezze d'onda luminosa della riga rossa del Cadmio causa la possibilità che questa subisca delle variazioni asimmetriche apprezzabili col variare della temperatura d'emissione o sotto l'azione di un campo magnetico. Sono pure state eseguite delle nuove determinazioni della massa del decimetro cubo d'acqua ottenendo con due metodi interferenziali distinti dei risultati in ottimo accordo fra di loro e in sorprendente concordanza colle antiche misure per contatto compiute da Gineau Lefèvre e Fabbroni nel 1790. Finalmente il prof. Blaserna espone i progressi raggiunti nella misura delle basi geodetiche, mediante l'uso dei fili di acciaio Invar. Per dare una idea di tale precisione basti dire che nelle due misure della lunghezza della galleria del Sempione fatte dal Guillaume i risultati non differiscono uno dall'altro che di 20 mm. circa su una lunghezza che supera i 20 chilometri.

Il socio prof. Bonetti presenta quindi alcuni vetri, originariamente incolori, i quali, in seguito ad un'esposizione alla

luce e all'aria durata dieci anni circa su un muro, hanno acquistato una tinta color ametista simile a quella dei tubetti di vetro contenenti sali di radio. Esso si chiede se in tale fenomeno non sia entrata in giuoco la radioattività dell'aria o del suolo. È da notarsi che solo la parte esposta all'aria e alla luce ha acquistato detta colorazione, la parte coperta dal calcinaccio del muro essendo rimasta incolore.

III. 3 febbraio. — Il socio prof. Gianfranceschi presenta i nuovi apparecchi idrodinamici del Bjerknæs, coi quali ripete le esperienze classiche sulle sfere pulsanti e oscillanti e mostra i fenomeni analoghi a quelli di attrazione e ripulsione magnetica e quelli dovuti alle forze temporanee e d'induzione. Dimostra l'analogia esistente fra il campo idrodinamico e quello magnetico od elettrico, ed illustra i fatti sperimentali del primo campo coi concetti elementari esposti dal Bjerknæs nel corso di conferenze da lui tenute all'Università « Columbia » in New York.

Termina l'esposizione con alcune esperienze sulle cosiddette attrazioni acustiche. (Vedi *Nuovo Cimento* (5), 15, p. 429. 1908).

Indi il socio prof. Righi, richiestone dal Presidente, comunica i risultati da esso raggiunti nelle ricerche che sta ora compiendo intorno ad uno speciale tipo di fenomeni luminosi accompagnanti la scarica nei gas rarefatti, e pei quali egli propone il nome di *raggi magnetici*. Dal comportamento di questi raggi rispetto a un campo magnetico e ad un campo elettrico il Righi è indotto a considerarli come costituiti da un flusso di sistemi corpuscolari binari formati ciascuno da un ione positivo e da un elettrone negativo che accompagna il primo girando a distanza intorno ad esso come un satellite, senza entrare a far parte della sua compagine. Questi sistemi saranno certamente di breve durata, una collisione potrà distruggerli, più facilmente ancora che se si trattasse della ionizzazione d'un atomo; ma ammessa la loro produzione, si può riconoscere facilmente come, in presenza di un campo magnetico, alcuni di questi sistemi possano acquistare una certa stabilità. Se infatti l'elettrone gira circolarmente intorno allo ione positivo in un piano normale al campo magnetico in modo che la forza elettromagnetica risentita dall'elettrone sia diretta

verso il centro della traiettoria; questa forza cospirerà colla forza elettrica e ne risulterà con una diminuzione del raggio dell'orbita e del periodo di rivoluzione, una maggiore stabilità del sistema e quindi una maggiore resistenza a perturbazioni esterne. Il Righi immagina dunque che siccome nei tubi di scarica esistono ioni positivi che si muovono nello stesso senso dei raggi catodici, lungo il percorso di questi potranno formarsi dei sistemi binari relativamente stabili che costituirebbero precisamente i così detti *raggi magnetici*. (Vedi *Rend. Ac. Lincet.* (5), 17, p. 87, I. sem. 1908).

IV. 29 febbraio. — Il prof. V. Reina fa un'esposizione critica dei risultati delle ricerche teoriche e sperimentali del prof. Eötvös (Vedi *Wied. Ann.* 1896), sulla determinazione delle componenti del campo gravitazionale terrestre, mettendo in rilievo i dubbi che sorgono sull'applicabilità del metodo a misure effettive in primo luogo perchè necessiterebbe conoscere il gradiente verticale della gravità, in secondo luogo per le difficoltà di realizzare sperimentalmente le condizioni richieste dalla teoria.

— Il socio Dr. Mieli espone quindi una sua nuova definizione di elemento che secondo lui eliminerebbe gran parte dei difetti insiti della definizione ordinaria di elemento, che in fondo non è altro che quella enunciata da Boyle. Il punto di vista da cui è partito per stabilire la definizione è di eliminare ogni e qualunque concetto di assoluto.

La definizione sarebbe basata sulla ricerca delle componenti non ulteriormente scomponibili di un dato sistema di sostanze in un dato campo di condizioni fisiche. Con tale definizione si verrebbe, secondo l'Autore, ad evitare le difficoltà che contro l'antica definizione solleverebbero le recenti esperienze di Ramsay e Cameron, (Vedi *Rend. Ac. Lincet.* (5) 17, p. 374, I sem. 1908).

V. 14 marzo. — L'Ing. prof. E Mancini parla sulla trasmissione delle immagini a distanza: ricorda prima il desiderio che si è avuto fino dai tempi più antichi di vedere a distanza, desiderio che si manifesta coi tentativi di costruzioni di specchi magici di cui scrivono gli antichi. Parla poi dei tentativi più moderni di Caselli e di Cerebotani e descrive fi-

nalmente, illustrando il suo dire con numerose proiezioni, i metodi recentissimi del Korn e del Belin mostrando dei riuscitissimi campioni di fotografie trasmesse a grandi distanze.

A preghiera del Presidente fa vedere alcune bellissime fotografie a colori eseguite dal Principe Chigi col metodo dei fratelli Lumière.

Il socio prof. Monti parla poi dei recenti progressi nella previsione delle distribuzioni isobariche in Europa; espone succintamente le leggi recentemente enunciate dal Guilbert mostrando l'utilità che se ne può trarre nel servizio della previsione del tempo.

VI. 9 *maggio*. — Il socio Dr. Alessandri Camillo espone diffusamente le sue ricerche sulla radiazione solare effettuate alla Capanna Margherita sul M. Rosa (altezza sul mare m. 4550) col pireliometro a compensazione di Angström, durante alcuni giorni del 1905 di condizioni meteorologiche eccezionalmente favorevoli. I risultati delle misure pireliometriche, che egli presenta riassunti in opportuni diagrammi, lo portano alla conclusione che effettivamente l'aria atmosferica ha un assorbimento selettivo e che il valore della cosiddetta costante solare supera di poco le 2 calorie per cm.² al minuto primo.

Il socio prof. Roiti espone quindi le ragioni per le quali fu indotto a sollecitare dai soci il loro parere su un possibile riordinamento dell'insegnamento della Fisica nelle Università e negli Istituti superiori. Alla discussione che ne segue prendono parte i soci Blaserna, Castelnuovo e Naccari.

VII. 16 *maggio*. — Il socio prof. Gianfranceschi riferisce sopra alcune esperienze eseguite l'anno scorso in Olanda. Egli si proponeva di studiare quando fosse possibile realizzare una corrente di dispersione elettrica attraverso l'atmosfera, che seguisse la legge di Ohm; in altri termini si trattava di effettuare una dispersione che desse luogo soltanto a corrente libera, senza corrente di saturazione. L'elettrometro adoperato era quello bifilare di Wulf, però con alcune modificazioni che gli permettevano, di seguire lo scaricarsi del sistema di dispersione da un potenziale di circa 700 volta fino a 5 volta. Il sistema di dispersione era essenzialmente costituito da una sfera conduttrice di, 30 cm. di raggio. Il filo che collegava la sfera all'elet-

trometro e l'elettrometro stesso costituivano una capacità che non superava i 4 cm. Riportando sopra un sistema di coordinate piane, i potenziali sulle ascisse, e la corrente sulle ordinate, otteneva delle curve con andamento rettilineo spiccatissimo in questo senso che congiungendo con una retta i primi due o tre punti della curva corrispondenti ai potenziali più alti, questa retta andava a passar per l'origine e su essa si trovavano esattamente i primi punti e gli ultimi punti della curva. Gli altri intermedi restano generalmente alquanto al di sopra della retta di modo che nelle parti intermedie la corrente era leggermente più grande di quello che richiede la legge di Ohm. Questo fatto può spiegarsi così; per il successivo abbassarsi del potenziale del corpo di dispersione i ioni atmosferici arrivano alla sua superficie con una velocità che è maggiore di quella che richieda il potenziale attuale del corpo stesso. Le varie curve ottenute con potenziali diversi avevano sempre regolarmente lo stesso andamento.

— Il socio Dr. Mieli, riprendendo a trattare della sua nuova definizione di elemento, risponde alla possibile obbiezione; se cioè non si possa dare il caso che una sostanza possa essere espressa come formata da due gruppi diversi di elementi, gruppi non formati da sostanze che singolarmente si equivalgono le une alle altre. (Vedi *Rend. Ac. Lincei* (5) 17, p. 420 I sem. 1908).

Alla discussione prendono parte il presidente Volterra e i soci Zampetti, Alessandri, Pochettino.

VIII. 23 maggio. — Il socio prof. Giolitti parla della *metallografia microscopica*: Dopo avere brevemente accennato allo sviluppo storico della metallografia generale, della quale la metallografia microscopica non è che una parte, descrive per sommi capi i principali metodi costituenti la tecnica di quest'ultima. Definisce poi i principali *tipi* di costituenti delle leghe metalliche, ponendo in relazione la loro natura chimica coi loro campi di esistenza nel diagramma di equilibrio (temperatura-concentrazione) delle leghe di cui fanno parte.

Passando, in seguito, ad alcuni esempi pratici, mostra come tutti i *tipi* di costituenti descritti si ritrovano nel diagramma di equilibrio delle leghe rame-stagno (bronzi), che egli

stesso ha potuto definire in ogni particolare negli ultimi mesi. Dalle più importanti di queste leghe fa vedere microproiezioni, dalle quali appaiono evidenti i vari costituenti caratteristici. Si ferma un po' più a lungo a descrivere alcuni casi in cui l'esame microscopico di bronzi industriali, guidato dalle indicazioni ricavate dai diagrammi di equilibrio, ha condotto a spiegare varii fenomeni, la cui causa era rimasta finora del tutto oscura; e a determinare quindi le condizioni di lavorazione industriale meglio atte ad evitare insuccessi da prima ritenuti accidentali. Analoghe considerazioni ripete per gli acciai: facendo vedere le microproiezioni dei principali costituenti degli acciai al carbonio. Anche qui cita vari casi nei quali la metallografia microscopica ha condotto a ritrovare la causa di molti insuccessi industriali, indicando in tal modo la via per evitarli. Termina facendo osservare come la metallografia microscopica non possa assolutamente avere alcuna utilità pratica, se i suoi risultati immediati non sono coordinati coi risultati paralleli forniti da tutti gli altri metodi della metallografia generale, ed abilmente interpretati in base alla teoria generale degli equilibri chimici.

IX. 30 maggio. — Il socio prof. Pochettino presenta le seguenti esperienze: 1) Dimostrazione dei fenomeni della endosmosi elettrica, 2) Esperienze di Leduc sui fenomeni osmotici attraverso pellicole di ferrocianuro di rame, 3) Esperienze di Christiansen sui fenomeni elettrocapillari cioè sul comportamento delle gocce di mercurio cadenti in una cella elettrolitica a solfato di zinco percorsa da corrente, 4) Esperienza di Marey per mostrare l'influenza di un giunto elastico sulla trasmissione dell'energia meccanica, 5) Dimostrazione semplice della contrazione di un tubo di caucciù per effetto del calore, 6) Produzione di differenze di potenziale per la deformazione della superficie di separazione fra mercurio e acqua acidula.

Il socio prof. Vailati espone quindi alcune sue idee sul modo più opportuno di introdurre nell'insegnamento secondario il principio delle velocità virtuali, propugnando il metodo storico (Vedi *Nuovo Cimento* giugno 1908). Alla discussione che ne segue prendono parte i soci Zampetti, Orlando e il prof. Pittarelli.

X. 6 giugno. — Il socio prof. Piola presenta alcune esperienze sulla deviazione che subiscono le bollicine di gas svolgentisi per elettrolisi quando quest'ultima si faccia avvenire in un campo magnetico, fatto da lui osservato mentre studiava il comportamento dell'interruttore di Wehnelt (*Nuovo Cimento* (5) 14, 1907).

Il socio prof. Gianfranceschi espone i risultati di alcune recenti ricerche sull'elettrodinamica dei corpi in movimento, specialmente soffermandosi sugli ultimi studi del Minkowski. Enuncia il *principio della relatività* nella forma più generale datagli dal Minkowski stesso ed espone le equazioni fondamentali della elettrodinamica per i corpi in movimento in conformità del principio suddetto. Accenna infine all'estensione del concetto della relatività a tutte le forze che si studiano nella meccanica ordinaria.

XI. 13 giugno. — Il socio Goretti espone alcune esperienze da scuola sull'inversione delle righe dello spettro e sulla polarizzazione cromatica. Ripete quindi le esperienze di Stokes e Umow sui fenomeni di polarizzazione nei mezzi torbidi.

— Il socio Dr. Silla espone, illustrandola con esperienze, la teoria del giroscopio. Dapprima parla delle questioni fisico-meccaniche attinenti al giroscopio, illustrando le ragioni dinamiche che spiegano i curiosissimi fenomeni giroscopici. Poi accenna alle più importanti questioni di analisi e di geometria che si ricollegano allo studio del problema della rotazione di un solido di rivoluzione fissato in un punto del proprio asse di figura concludendo con una sommaria esposizione delle ricerche del sig. Greenhill sulla teoria degli integrali pseudo-ellittici e dell'applicazione che di questa teoria fa il Greenhill stesso al problema del giroscopio e mostrando l'apparecchio giroscopico che il Greenhill ha regalato all'Istituto fisico dell'Università Romana.

XII. 20 giugno. — Il socio prof. Orlando mostra alcune esperienze giroscopiche.

— Il socio prof. Pochettino presenta le seguenti esperienze:
1) Dimostrazione del differente comportamento rispetto alla diffusione attraverso setti porosi, usando il solito dispositivo, ma adoperando come indicatori di pressione delle bolle di sa-

pone, invece che le fiamme, 2) Condensazione del vapor d'acqua per opera degli ioni emessi da ossidi metallici incandescenti, 3) Dimostrazione del comportamento dei mezzi torbidi rispetto alla dispersione del piano di polarizzazione, 4) Dimostrazione semplice delle bande d'estinzione fra nicol incrociati con interposta una lamina di quarzo, 5) Condensazione del vapor d'acqua sotto l'influenza di una punta elettrizzata. 6) Dimostrazione di alcune nuove illusioni ottiche.

Il socio prof. Vanni espone quindi una nuova forma della esperienza fondamentale del Volta sulla forza elettromotrice di contatto fra due metalli eterogenei, senza interposizione di liquidi conduttori; in questa esperienza, di facile e sicura riuscita, si fa uso di un elettroscopio comune a foglie d'oro.

Espose pure un modo di rendere manifesta la produzione l'annullamento e la inversione di un campo magnetico rotante utilizzando i fenomeni di ritardo che, per isteresi, il flusso d'induzione può avere rispetto alla forza magnetizzante.

Presenta, infine, un nuovo galvanometro universale per correnti continue ed alternate, fondato in parte sopra principi già noti ed utizzati, e in parte sul fenomeno precedente.

Esegue varie esperienze atte a porre in evidenza le qualità caratteristiche del nuovo galvanometro, specialmente per quanto riguarda la sensibilità ed aperiodicità per le due specie di correnti.

VERBALI

delle Riunioni tenutesi in Torino nel 1908 (I Semestre)
fra Soci della Società Italiana di Fisica.

Per iniziativa dei soci proff. Grassi, Naccari e Somigliana i soci residenti in Torino furono convocati il 4 febbraio del corrente anno nel laboratorio di elettrotecnica del R. Politecnico, allo scopo di organizzare delle riunioni scientifiche, ad imitazione di quanto già era stato fatto con ottimo successo dai soci residenti in Roma. In quella adunanza fu stabilito di riunirsi una volta al mese, e propriamente il primo giovedì di ogni mese, nel laboratorio d'Elettrotecnica del R. Politecnico, alle ore 17, salvo che per motivi speciali convenisse qualche volta scegliere un'altra località; e fu pure convenuto che in ogni riunione qualcuno dei soci dovesse trattare un argomento scientifico, sia coll'espore i risultati di studi recenti e particolarmente interessanti, sia col far conoscere ricerche proprie, sia infine col proporre qualche questione d'attualità alla discussione dei soci. Fu poi incaricato il prof. Grassi di regolare tali riunioni, stabilire d'accordo coi singoli soci gli argomenti da trattare, e darne avviso qualche giorno prima dell'adunanza ai colleghi. Vari soci indicarono immediatamente diversi argomenti che potevano formar soggetto di prossime conferenze o discussioni.

Le riunioni tenute finora furono le seguenti:

I. *12 marzo*. — (Rimandata al secondo giovedì di marzo, per desiderio di parecchi soci, che non potevano trovarsi a Torino il giorno 5) in un locale del laboratorio d'Elettrotecnica del R. Politecnico.

Il socio dott. G. A. Rossi tratta dei *diapason elettromagnetici*, esponendo le sue ricerche teoriche e sperimentali sul modo di mantenere in vibrazione i diapason mediante microfoni, ed eseguisce parecchi interessanti esperimenti.

L'ing. G. Lignana riassume la storia e la teoria dei *galvanometri corazzati*, Siemens, quali sono adoperati nel laboratorio di elettrotecnica.

II. 2 aprile. — Nell'anfiteatro di Chimica docimastica del R. Politecnico.

Il prof. A. Miolati tiene una conferenza sull'argomento: *La combustione dell'azoto*, accompagnata da esperimenti e proiezioni.

III. 7 maggio. — In un locale dell'Istituto di fisiologia della R. Università.

Il socio prof. A. Campetti tiene una conferenza sull'argomento: *I colloidi metallici e la visione ultramicroscopica* con dimostrazioni sperimentali.

IV. 4 giugno. — Nella Scuola d'Elettrotecnica del R. Politecnico.

Il prof. A. Artom espone il suo *Sistema di radiotelegrafia dirigibile*.

Il dott. G. A. Rossi mostra il *Pirometro ottico di Wanner* e ne spiega la teoria e l'uso.

Da quando fu iniziato il periodo delle suddette riunioni il numero dei soci aumentò notevolmente essendosi aggiunti *dieci* nuovi soci ai quattordici che si contavano fra i residenti a Torino in principio di febbraio.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. LIII.

Hanno pagato la quota 1907 i Soci:

Bellati Manfredo	Monti Virgilio
Carosi Emilio	Officina Galileo
Contini Attilio	Rizzi Giovanni
Drago Ernesto	Sandrucci Alessandro
Fornari Ugo	Trabacchi Giulio Cesare
Grablowitz Giulio	Vanni Giuseppe

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Bellati Manfredo	Garbasso Antonio
Bruschi Raffaele	Lignana Giuseppe
Cantone Michele	Montel Alfredo
Chiarini Vittorio	Officina Galileo
Ercolini Guido	Rossi Andrea Giulio
Finazzi Luigi	

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. LXVI.

Ha pagato la quota 1907 il Socio .

Pitoni Rinaldo

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Cardani Pietro
Pitoni Rinaldo

De Lucchi Guglielmo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(A^{-1})_{ij} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)_{ji} = \frac{1}{|A|} A_{ji}^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. LXVII.

Hanno pagato la quota 1907 i Soci:

Berti Giuseppe Alfonso	Macchia Pietro
Brunè Edmondo	Pitoni Rinaldo
Lo Surdo Antonino	

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Campetti Adolfo	Lo Vetere Gallo Vincenzo
Cardani Pietro	Macchia Pietro
De Lucchi Guglielmo	Maggi G. Antonio
Fano Gino	Magri Luigi
Jona Emanuele	Malagoli Riccardo
La Rosa Michele	Rossi Paolo
Leone Leonardo	

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. LXIX.

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Accolla Giuseppe	De Maria Alamanno — dimiss.
Argenti Carlo	De Michelis Antonino
Bellia Concetto	Favuzzi Vito
Bosi Italo	Fornari Cesare
Burzagli Vincenzo	Gamba Pericle
Carnazzi Procida	Righi Augusto
Chiavassa Flaminio	Sartori Leonzio
Cinelli Modesto	Schincaglia Ignazio
Consani Dario — dimiss.	Sironi Adolfo
Corbino O. Mario	Zublena Pietro

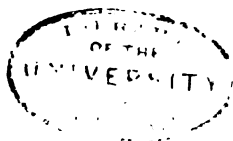
Hanno pagato la quota 1909 i Soci:

Cirri Oreste	Lomeni Arturo
Gerosa Giuseppe	Mandoli Castruccio
Levi Civita Tullio	

INDICE

	pagina
AMERIO A. Sulla distribuzione delle righe di Fraunhofer nello spettro della corona solare	480
BLANC G. A. Necrologia di Enrico Becquerel	268
CAFFARATTI L. Aggiunta alla Nota " Sul campi elettromagnetici puri "	376
CALEGARI A. Sul punto quadruplo di un sistema formato dai tre stati di uno stesso corpo, al quale è aggiunto un sale	85
CAMPETTI A. A proposito di alcune esperienze sulla dispersione dell'elettricità.	184
CHIARINI V. Azione di una punta elettrizzata sopra alla fiamma di una candela	320
CHIARINI V. Un'esperienza da lesione	322
COMESSATTI A. Sulla dispersione dell'energia nel campo elettromagnetico generato dalla convezione di una o due cariche	261
CORBINO O. M. Il fenomeno Zeeman e il secondo principio della termodinamica.	124
CRUDELI U. Su le figure di equilibrio, derivate dalle ellissoidiche, di un corpo fluido, omogeneo ed incompressibile, dotato di moto rotatorio uniforme	271
EBCOLINI G. Ampiezza di oscillazione e intensità sonora	45
EBCOLINI G. Sulla polarizzazione delle foglie e lamine d'oro	298
FLORIO F. Nuove macchine pneumatiche rotative a mercurio	82
FLORIO F. Distillatore rapido per mercurio	98
IACOVIELLO F. Distribuzione delle quantità di elettricità nei reticolati	446
LORENTZ H. A. Le partage de l'énergie entre la matière pondérable et l'éther.	5
LO SURDO A. La condensazione del vapor d'acqua nelle emanazioni della Solfatarà di Pozzuoli.	315
LUSSANA S. Sul calore specifico dei liquidi a pressione costante sotto varie pressioni	456
MAGRINI S. Sulla prima misura di inclinazione magnetica in Italia	216
MORERA G. Sulla teoria dell'ellissoide fluido in equilibrio di Jacobi	122
MURANI O. Necrologia di Alessandro Volta Junior.	253
NACCARI A. Cenni biografici di E. Mascart	257
PAGNINI P. Esperienze sul pendolo di torsione come apparecchio atto a determinare la gravità	436
PICARD É. La mathématique dans ses rapports avec la physique	165
PIOLA F. Permeabilità magnetica del ferro in campi deboli rapidamente alternati con riferimento alla costruzione dei cavi telefonici	220
POCHETTINO A. Sulla corrente secondaria nei preparati a selenio	281

PUCCIANTI L. Relazione alla Società Italiana di Fisica sopra la officina Carl Zeiss e sul corso di microscopia tenuto in Jena l'ottobre 1907	484
ROSSI A. G. Diapason elettromagnetici	97
STEFANINI A. Sul metodo di campionamento dei diapason coi pesi. (Rettifica- zione)	268
VITERBI A. Sulle vibrazioni forzate di una sfera isotropa, ruotante intorno al suo centro	189
WEINBERG B. La cristallizzazione dell'acqua soprafunta	460
ZAMBIASI G. Intorno ai battimenti e ai suoni risultanti	65
Letteratura fisica	180, 241, 328, 480
Notiziario	150, 255, 342, 499
Libri Nuovi	162, 507
Società Italiana di Fisica	LV, LXVII, LXIX, LXXI



U.C. BERKELEY LIBRARIES



C032822864

APR

